01

Нелинейные доплероны в полуметаллах

© В.Г. Скобов[1], А.С. Чернов[2]

[1] Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“,
Санкт-Петербург, Россия
[2] Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
Москва, Россия
E-mail: vskobov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 30 декабря 2013 г.)

Теоретически изучена возможность распространения нелинейных волн в полуметаллах в геометрии, когда постоянное магнитное поле **H** направлено вдоль тригональной оси кристалла. В линейном режиме в этой геометрии существует сильное магнитное затухание Ландау, и волновое распространение отсутствует. Показано, что захват электронов магнитным полем радиочастотной волны большой амплитуды уменьшает это поглощение. В результате в мышьяке и, возможно, сурьме становится возможным распространение нелинейных доплеронов.

1. Введение

Существование магнитного затухания Ландау (МЗЛ), бесстолкновительного поглощения носителями, движущимися в фазе с волной, значительно затрудняет распространение радиоволн в металлах [1]. Ситуации, когда волновое распространение возможно, встречаются реже тех, когда оно отсутствует. Радиоволны могут распространяться, только если по каким-либо причинам бесстолкновительное поглощение существенно ослаблено. Ослабление поглощения происходит, например, в нелинейном режиме. Так, при распространении геликона в щелочном металле в наклонном магнитном поле имеется значительное МЗЛ. Вугальтер и Демиховский показали, что „захват“ электронов магнитным полем волны может уменьшить это затухание и облегчить распространение геликона [2]. Другой пример — ситуация в кадмии. В геометрии, когда постоянное магнитное поле **H** и волновой вектор **k** направлены вдоль оси C_6, в нем возможно распространение доплеронов — радиочастотных (РЧ) волн, обусловленных доплер-сдвинутым циклотронным резонансом (ДСЦР) [3] (МЗЛ в этой геометрии отсутствует вследствие симметрии). Однако при отклонении вектора **H** от гексагональной оси кристалла возникает большое МЗЛ, и доплерон становится затухающим [4,5]. В нелинейном режиме ситуация меняется: в [6] нами было показано, что при больших амплитудах РЧ-поля МЗЛ в кадмии может быть настолько подавлено, что распространение доплеронов становится возможным и в геометрии, когда поле **H** направлено под углом к оси C_6.

Другим возможным объектом для осуществления „просветления“ металла по отношению к радиоволнам являются полуметаллы. Концентрация носителей в них намного ниже, чем в типичных металлах, и поэтому в них легче создать РЧ-поле большой амплитуды. В то же время вследствие очень сильной анизотропии поверхности Ферми МЗЛ в них очень велико и существует даже при ориентации вектора **H** вдоль тригональной оси. В [7] нами было изучено влияние нелинейности на проникновение радиоволн в полуметаллы в этой геометрии. Было показано, что захват электронов магнитным полем РЧ-волны уменьшает МЗЛ, но оно остается все же очень большим. При этом глубина скин-слоя в полуметалле становится функцией амплитуды возбуждающего РЧ-поля и может возрасти во много раз. В [7] рассматривалась область сильных магнитных полей, в которой смещение электронов за циклотронный период много меньше длины РЧ-волны в кристалле. В этой области имеется только одно решение дисперсионного уравнения, описывающее поле в скин-слое. В области не столь сильных магнитных полей, где смещение электронов и длина РЧ-волны сближаются, имеет место ДСЦР и ситуация может оказаться аналогичной наблюдаемой в кадмии при отклонении поля **H** от оси C_6. Поэтому вопрос о возможности „просветления“ полуметаллов в нелинейном режиме требует специального рассмотрения, которое и составляет содержание настоящей работы.

2. Поверхность Ферми и нелокальная проводимость

Электронная поверхность Ферми полуметалла состоит из трех сильно вытянутых эллипсоидов, наклоненных к базовой плоскости и симметрично расположенных относительно оси C_3 [8]. В системе координат, в которой ось z направлена вдоль C_3, а ось x — вдоль лежащей в базовой плоскости главной оси одного из эллипсоидов, зависимость энергии электрона ε от импульса $\mathbf{p}$ имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{1}{2m}\left(\alpha_1 p_x^2 + \alpha_2 p_y^2 + \alpha_3 p_z^2 + 2\alpha_4 p_y p_z\right), \quad (1)$$

где

$$\alpha_1 = 197, \quad \alpha_2 = 1.64, \quad \alpha_3 = 81.1, \quad \alpha_4 = 9.4,$$

m — масса свободного электрона. Энергия Ферми висмута $\varepsilon_F \approx 0.02\,\mathrm{eV}$. Энергии Ферми сурьмы и мышьяка составляют примерно 0.4 и 2 eV соответственно.

Дырочная поверхность Ферми висмута представляет собой эллипсоид вращения с осью, параллельной оси C_3. Данные о дырочных Ферми-поверхностях сурьмы и мышьяка противоречивы [8]. Здесь примем, что их отличие от дырочной Ферми-поверхности висмута незначительно.

Состояние электрона на поверхности Ферми $\varepsilon = \varepsilon_\mathrm{F}$ удобно характеризовать значением продольного импульса p_z и безразмерным временем периодического движения Φ (фазой, определяющей положение электрона на орбите). Тогда компоненты импульса электрона $\mathbf{p}$ и скорости $\mathbf{v} = \partial\varepsilon/\partial\mathbf{p}$ даются формулами

$$p_x(p_z,\Phi) = \frac{p}{\sqrt{\alpha_1}}\cos\Phi, \quad p_y(p_z,\Phi) = \frac{p}{\sqrt{\alpha_2}}\sin\Phi - \frac{\alpha_4}{\alpha_2}p_z, \tag{2}$$

$$v_x(p_z,\Phi) = \sqrt{\alpha_1}\,\frac{p}{m}\cos\Phi, \quad v_y(p_z,\Phi) = \sqrt{\alpha_2}\,\frac{p}{m}\sin\Phi, \tag{3}$$

$$v_z(p_z,\Phi) = \frac{\alpha p_z}{m} + \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_2}}\frac{p}{m}\sin\Phi, \quad p = \sqrt{2m\varepsilon_\mathrm{F} - \alpha p_z^2}, \tag{4}$$

где $\alpha = \alpha_3 - \alpha_4^2/\alpha_2$. Зависимость v_z от Φ — следствие того, что ось z не является главной осью эллипсоида. В результате орбита электронов центрального сечения эллипсоида $(p_z = 0)$ оказывается сильно наклоненной к базовой плоскости. Именно это и обусловливает существование МЗЛ в рассматриваемой геометрии.

Рассмотрим распространение волны вдоль постоянного магнитного поля $\mathbf{H}$, ориентированного параллельно тригональной оси полуметалла: волновой вектор $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel C_3 \parallel z$. Спектр и затухание волн, поляризованных по кругу $(E_\pm = E_x \pm iE_y)$, определяются дисперсионным уравнением

$$k^2c^2 = 4\pi i\omega\sigma_\pm(k,H), \tag{5}$$

где c — скорость света, ω — частота волны,

$$\sigma_\pm = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \pm i\sigma_{yx}, \tag{6}$$

$\sigma_{\alpha\beta}$ — элементы тензора поперечной проводимости с учетом зависимости от вектора распространения k и магнитного поля $\mathbf{H}$. Общие выражения для $\sigma_{\alpha\beta}$ в данной геометрии были получены в работе [7], согласно результатам которой

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{3}{16}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}\frac{nec}{Hp_1^3} \times \sum_{l=-\infty}^{\infty}\int_{-p_1}^{p_1}[J_{l-1}(Y) - J_{l+1}(Y)]^2\,\frac{(p_1^2 - p_z^2)\,dp_z}{\gamma + i(l + qp_z/p_1)}, \tag{7}$$

$$\sigma_{yx} = -\frac{nec}{H} + \frac{3}{8}\frac{nec}{Hp_1^3} \times \sum_{l=-\infty}^{\infty}\int_{-p_1}^{p_1}\left[J_{l-1}^2(Y) - J_{l+1}^2(Y)\right]\frac{(p_1^2 - p_z^2)\,dp_z}{l + qp_z/p_1 - i\gamma}, \tag{8}$$

где

$$n = \frac{(2m\varepsilon_F)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3(\alpha_1\alpha_2\alpha)^{1/2}}, \quad \gamma = \frac{\nu}{\omega_c} \ll 1,$$

$$\omega_c = \frac{eH}{m_c c}, \quad m_c = \frac{m}{\sqrt{\alpha_1\alpha_2}}, \tag{9}$$

$J_l(\xi)$ — функции Бесселя,

$$Y = \eta q\left(1 - \frac{p_z^2}{p_1^2}\right)^{1/2}, \quad q = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha_1\alpha_2}}\frac{kcp_1}{eH},$$

$$\eta = \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_2\alpha}}, \quad p_1^2 = \frac{2m\varepsilon_F}{\alpha}. \tag{10}$$

Здесь $-e$ — заряд электрона, ω_c — циклотронная частота, m_c — циклотронная масса, ν — частота столкновений электронов с рассеивателями, n — общая концентрация электронов, равная концентрации дырок, p_1 — максимальное значение продольного импульса p_z, q — отношение максимального смещения электрона за циклотронный период к длине РЧ-волны в металле. В (7), (8) пренебрегается зависимостью $\sigma_{\alpha\beta}$ от ω, поскольку рассматривается случай низких частот: $\omega \ll \nu$. Первое слагаемое в (8) представляет локальный вклад дырок в холловскую проводимость, а второе — нелокальный вклад электронов. Возможность использования локального приближения для описания вклада дырок объясняется тем, что их максимальное смещение за циклотронный период в несколько раз меньше смещения электронов. В результате нелокальные эффекты в дырочной проводимости оказываются значительно слабее, чем в электронной.

Нас интересует область ДСЦР, в которой $q^2 \le 1$. В этой области в (7) можно ограничиться лишь членом с $l = 0$ и заменить в нем $(\gamma + iqp_z/p_1)^{-1}$ на $\pi\delta(qp_z/p_1)$. После этого интегрирование по p_z дает

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \equiv \sigma(q) = \frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2 q^2}}\,\frac{nec}{H}\,J_1^2(\eta q). \tag{11}$$

Эта диссипативная проводимость и представляет магнитное затухание Ландау, которое обусловлено бесстолкновительным поглощением волны электронами с $p_z = 0$. В полуметаллах оно существует даже при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$. Причина состоит в том, что большая ось электронного эллипсоида наклонена к оси y $(\alpha_4 \ne 0)$ и продольная скорость v_z содержит осциллирующее слагаемое, пропорциональное $\sin\Phi$. Вследствие этого орбиты электронов с $p_z = 0$ оказываются наклонены к плоскости xy, и эти электроны движутся в неоднородном волновом поле. Если бы главная ось эллипсоида совпадала с осью y, то величины α_4, η, $J_1(\eta q)$ и, следовательно, $\sigma(q)$ были бы равны нулю, т.е. при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$ магнитное затухание Ландау отсутствовало бы.

Изучим теперь холловскую проводимость σ_{yx}. В области $q^2 < 1$ в пределе $\gamma \to 0$ эта функция является

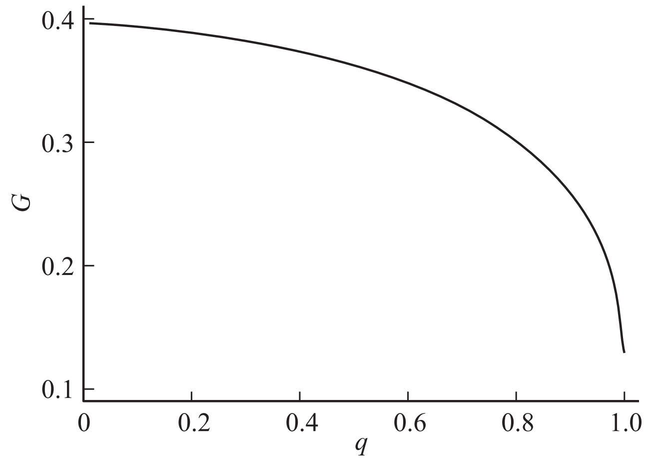

Рис. 1. Функция $G(q)$, определяющая нелокальную холловскую проводимость полуметалла.

вещественной и имеет вид

$$\sigma_{yx} = \frac{nec}{H}\,[F(q) - 1], \qquad (12)$$

$$F(q) = \frac{3}{2p_1}\sum_{l=1}^{\infty} l \int_0^{p_1} \left[J_{l-1}^2(Y) - J_{l+1}^2(Y)\right] \frac{p_1^2 - p_z^2}{l^2 p_1^2 - q^2 p_z^2}\, dp_z. \qquad (13)$$

При $q^2 \ll 1$ в (13) можно удержать лишь члены с $l = \pm 1$ и ± 2 и разложить подынтегральную функцию в ряд по степеням q^2. Сохраняя два первых члена разложения и вычисляя интеграл, находим

$$\sigma_{yx} \approx -\frac{nec}{H}\, a_0 q^2, \qquad a_0 \approx 0.4. \qquad (14)$$

Величина (14) обусловлена нелокальными эффектами в электронной холловской проводимости. Неожиданным является то, что она отрицательна, как если бы она была обусловлена дырками. В работах по изучению ДСЦР в металлах холловская проводимость σ_{yx} всегда оказывалась монотонно возрастающей функцией в интервале $0 < q^2 < 1$, достигая наибольшего значения при $q^2 = 1$ (фундаментальный ДСЦР). Это следствие того, что наличие слагаемого $(-q^2 p_z^2)$ в знаменателе подынтегральной функции в (13), обусловленного доплеровским сдвигом частоты, ведет к увеличению холловской проводимости при приближении q^2 к единице. В действительности помимо увеличения проводимости при приближении к резонансу имеется другой нелокальный эффект, связанный с осцилляциями продольной скорости v_z при вращении электронов в поле $\mathbf{H}$. Эти осцилляции v_z приводят к быстрым изменениям волнового поля вдоль траектории электрона и в результате к уменьшению проводимости. Математически это проявляется в том, что с ростом q^2 величина $J_0^2(y)$ уменьшается. В рассматриваемом случае это уменьшение и оказывается превалирующим.

Последующие члены разложения σ_{yx} по степеням q^2 являются положительными. Поэтому при дальнейшем увеличении q^2 величина $\sigma_{yx}^{(e)}$ имеет минимум, а затем резко возрастает, достигая значения

$$\sigma_{yx}(1) = -\frac{nec}{H} a_1, \qquad a_1 \approx 0.13. \qquad (15)$$

Для описания поведения функции $F(q)$ в интервале (0, 1) ее удобно представить в форме

$$F(q) = 1 - a_0 q^2 G(q). \qquad (16)$$

Функция $G(q)$ обладает простыми свойствами. При $q = 0$ она равна единице, а при $q = 1$ равна a_1/a_0. Производная dG/dq отрицательна во всем интервале (0, 1), при этом с ростом q^2 она монотонно уменьшается от 0 до $-\infty$. Функция $G(q)$ приведена на рис. 1.

В интервале $0 < q^2 < 1$ эту функцию можно аппроксимировать намного более простой функцией

$$S(q) = \beta + (1 - \beta)\sqrt{1 - q^2} \quad \left(\beta = \frac{a_1}{a_0}\right), \qquad (17)$$

обладающей всеми характерными свойствами функции $G(q)$: на границах интервала [0,1] значения этих двух функций совпадают, а внутри интервала их отличие не превышает нескольких процентов; производная dS/dq монотонно уменьшается от 0 до $-\infty$. Поэтому $S(q)$ является хорошей интерполяцией функции $G(q)$. В результате можем представить $\sigma_{yx}(q)$ в виде

$$\sigma_{yx} \approx -\frac{nec}{H}\, a_0 q^2 S(q). \qquad (18)$$

Таким образом, для нелокальной проводимости полуметалла получаем формулу

$$\sigma_{\pm}(q) = \frac{nec}{H}\left[\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2 q^2}}\, J_1^2(\eta q) \mp i a_0 q^2 S(q)\right]. \qquad (19)$$

Множитель $(\alpha_1/\alpha_2)^{1/2}$ очень большой. Поэтому вещественная часть $\sigma_{\pm}$, связанная с МЗЛ, сильно превосходит мнимую часть. Вследствие этого распространение низкочастотных $\omega < \nu$ волн в полуметаллах в линейном режиме оказывается невозможным.

3. Нелинейное магнитное затухание Ландау

В нелинейном режиме ситуация становится иной. Магнитное поле волны вызывает колебания электронов вдоль оси z. Вследствие этого электроны, ответственные за МЗЛ, перестают двигаться строго в фазе с волной, и эффективность поглощения уменьшается [2]. Подавление МЗЛ в кадмии может быть настолько существенным [6], что в геометрии, когда поле $\mathbf{H}$ отклонено от оси C_3 и в линейном режиме волновое распространение отсутствует, в нелинейном режиме становится возможным распространение электронного доплерона.

Для выяснения возможности подобного эффекта в полуметаллах рассмотрим движение электронов с $p_z \ll p_1$ в поле волны. В системе координат, движущейся вдоль оси z с фазовой скоростью волны ω/k, электрическое поле отсутствует, магнитное поле волны не зависит от времени и движение электрона описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{e}{c}\,\mathbf{v}\times(\mathbf{H}+\mathbf{H_w}(z)), \qquad (20)$$

где точка сверху означает производную по времени, $\mathbf{H_w} = \{-H_w \sin(kz), H_w \cos(kz), 0\}$ — магнитное поле волны. В цилиндрических координатах p_z, p, Φ (20) можно записать в виде

$$\dot{p}_z = -\frac{\omega_c p}{\sqrt{\alpha_2}}\frac{H_w}{H}\cos\Phi\cos kz, \qquad (21)$$

$$\dot{p} = -\frac{\alpha p_z}{p}\,\dot{p}_z, \qquad \dot{\Phi} = \frac{eH}{m_c c}. \qquad (22)$$

В (21) мы пренебрегли малым членом, обратно пропорциональным $\sqrt{\alpha_1}$, а во втором уравнении (22) — членом, пропорциональным полю $\mathbf{H_w}$, которое предполагается малым по сравнению с постоянным полем $\mathbf{H}$. Система (21), (22) должна быть дополнена уравнением

$$\dot{z} \equiv v_z = \frac{\alpha p_z}{m} + \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_2}}\frac{p}{m}\sin\Phi, \qquad (23)$$

определяющим продольную скорость электрона.

Решение второго уравнения (22) есть $\Phi = \omega_c t$. Кроме того, ввиду малости p_z/p мы можем заменить выражение в правой части первого уравнения (22) на нуль и считать p постоянным. Остающиеся уравнения (21) и (23) усредним по периоду быстрого изменения фазы Φ, отмечая средние значения индексом a. Неизвестную z запишем в виде

$$z = z_a - \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_2}}\frac{p}{m\omega_c}\cos\Phi, \qquad (24)$$

второе слагаемое описывает быстрые изменения z вследствие вращения электрона по наклонной орбите. Подставляя (24) в (23), имеем

$$\dot{z}_a = \frac{\alpha}{m}\,p_{za}. \qquad (25)$$

Дифференцируя (25) по t и заменяя $\dot{p}_z$ на правую часть (21), получаем уравнение для z_a

$$\ddot{z}_a = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha_2}}\frac{\omega_c p}{m}\frac{H_w}{H}\left[\cos\Phi\cos(kz_a - \eta q\cos\Phi)\right]_a. \qquad (26)$$

Используя формулу

$$\exp(i\xi\cos\Phi) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l(\xi)\exp il\Phi, \qquad (27)$$

разложим теперь второй косинус в (26) в ряд Фурье и произведем усреднение по Φ. В результате получаем

$$k\,\ddot{z}_a + \omega_0^2\sin kz_a = 0, \qquad (28)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{\alpha_4}{2\alpha_2}\,\omega_c^2 q^2\,\frac{H_w}{H}\,\frac{2J_1(\eta q)}{\eta q}. \qquad (29)$$

Первый интеграл (29) имеет вид

$$(\dot{z}_a)^2 = v_{z0}^2 + \frac{2\omega_0^2}{k^2}\cos(kz_a). \qquad (30)$$

Электроны, для которых $v_{z0} > \sqrt{2}\omega_0/k$, совершают инфинитное движение вдоль оси z и называются пролетными. Электроны, для которых $v_{z0} < \sqrt{2}\omega_0/k$, колеблются с частотой порядка ω_0. Если $\omega_0 \gg \nu$, то эти электроны захватываются волной, и бесстолкновительное поглощение уменьшается. Вугальтер и Демиховский [2] показали, что в нелинейном режиме затухание геликона уменьшается в ω_0/ν раз. Поэтому, если в правую часть выражения (11) для $\sigma(q)$ ввести множитель $(1+\omega_0^2/\nu^2)^{-1/2}$, получим интерполяционную формулу

$$\sigma^{(n)}(q) = \frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2 q^2}}\frac{nec}{H}\,\frac{J_1^2(\eta q)}{(1+\omega_0^2/\nu^2)^{1/2}}, \qquad (31)$$

которая хорошо описывает МЗЛ в линейном $(\omega_0 \ll \nu)$ и нелинейном $(\omega_0 \gg \nu)$ режимах. Выражение для нелокальной проводимости полуметалла и дисперсионное уравнение (5) принимают теперь вид

$$\sigma_\pm^{(n)}(q) = \frac{nec}{H}\left[\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2 q^2}}\frac{J_1^2(\eta q)}{(1+\omega_0^2/\nu^2)^{1/2}} \mp i a_0 q^2 S(q)\right], \qquad (32)$$

$$q^2 = \xi\left[\frac{3\pi i}{4}\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2 q^2}}J_1^2(\eta q)\left(1+\rho q^2\frac{\omega_c^2}{\nu^2}\right)^{-1/2} \pm a_0 q^2 S(q)\right], \qquad (33)$$

где

$$\xi = \frac{4\pi\omega n p_1^2 c}{eH^3}\,\frac{\alpha^2}{\alpha_1\alpha_2}, \qquad \rho = \frac{\alpha_4}{2\alpha_2}\frac{H_w}{H}. \qquad (34)$$

Величина α_1 на два порядка превосходит α_2. Поэтому в линейном режиме $(\omega_0 \ll \nu)$ диссипативная проводимость $\sigma^{(n)}$ (МЗЛ) по меньшей мере на порядок превосходит холловскую проводимость. Вследствие этого корни дисперсионного уравнения являются существенно комплексными, и распространение низкочастотных $(\omega < \nu)$ волн в полуметаллах оказывается невозможным.

4. Нелинейный доплерон

Проанализируем теперь решения дисперсионного уравнения при больших амплитудах возбуждающего поля H_w, удовлетворяющих условию $\omega_0 \gg \nu$. В этом случае второе слагаемое в круглых скобках в (33) велико по сравнению с единицей и дисперсионное уравнение волны, поле которой вращается в направлении, противоположном направлению вращения электронов в

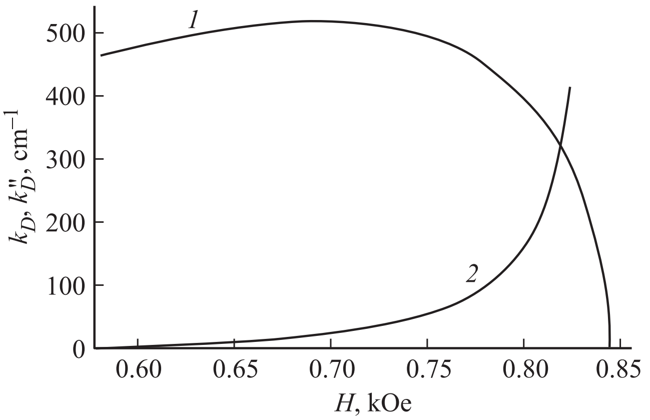

Рис. 2. Зависимость волнового вектора (*1*) и затухания (*2*) нелинейного доплерона от поля H.

магнитном поле (поляризация „плюс"), приобретает вид

$$\frac{q^2}{\xi} = a_0 q^2 \left[\beta + (1-\beta)\sqrt{1-q^2}\right] + \frac{3\pi i}{4}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{1/2} \frac{J_1^2(\eta q)}{q^2}\,\frac{\nu}{\omega_c\sqrt{\rho}}. \quad (35)$$

При получении (35) мы учли явный вид функции $S(q)$, определяемой (17).

Нас интересует возможность существования корня дисперсионного уравнения, величина которого $q \sim 1$. На это имеются две причины. Первая состоит в том, что отношение холловской проводимости к диссипативной проводимости существенно зависит от q: оно мало при малых q и имеет максимум при $q \sim 1$. Поэтому есть шанс, что такой корень окажется преимущественно вещественным. Вторая причина заключается в том, что частота колебаний „захваченных" электронов ω_0 пропорциональна q и, следовательно, при $q \sim 1$ легче реализовать режим сильной нелинейности, в котором происходит подавление бесстолкновительного поглощения.

В области сильных магнитных полей, где $\xi \ll 1$, холловская проводимость пренебрежимо мала, и уравнение (35) имеет только малый существенно комплексный корень, относящийся к скиновой компоненте РЧ-поля, обусловленной магнитным затуханием Ландау [7]. В области же умеренных полей, где величина $\xi \sim 1$, холловская проводимость может стать больше нелинейного МЗЛ, и здесь окажется возможным волновое распространение. Поэтому данная область полей и будет нас интересовать.

При $\xi \sim 1$ и $q \sim 1$ величина в левой части (35) и первое слагаемое в правой части порядка единицы. Второе же слагаемое в правой части (35) содержит произведение малого множителя ν/ω_c и большого множителя $(\alpha_1/\alpha_2\rho)^{1/2}$. Если первый из них достаточно мал, а второй не слишком велик (ρ не очень мало), то мнимый член в (35) может оказаться малым. В этом случае решение (35) можно найти методом последовательных приближений. В первом приближении пренебрежем малым мнимым слагаемым и представим это уравнение в форме

$$\frac{1}{a_0\xi} = \beta + (1-\beta)\sqrt{1-q^2}. \quad (36)$$

Решение (36) имеет вид

$$q_D = \left[1 - \left(\frac{h^3-\beta}{1-\beta}\right)^2\right]^{1/2}, \quad h^3 = \frac{1}{a_0\xi} \equiv \left(\frac{H}{H_U}\right)^3. \quad (37)$$

Оно является вещественным в интервале магнитных полей, определяемом неравенствами $\beta \le h^3 \le 1$, или неравенствами

$$H_L \le H \le H_U, \qquad H_L = H_U\beta^{1/3}. \quad (38)$$

Величина $q_D \to 1$ при $H \to H_L$ и $q_D \to 0$ при $H \to H_U$. Это решение описывает доплерон, обусловленный ДСЦР электронов опорной точки. Величина H_L имеет смысл нижнего порога доплерона, а величина H_U — верхнего. Поскольку $\beta \sim 1/3$, имеем $H_U \sim 1.5H_L$. Зависимость волнового вектора доплерона $k_D = \sqrt{\alpha_1\alpha_2}\,eHq_D/\alpha p_1 c$ от поля H для мышьяка (энергия Ферми $\varepsilon_F \approx 2\,\mathrm{eV}$) и значений параметров $\omega/2\pi = 1\,\mathrm{MHz}$, $\nu = 5\cdot 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$, $H_w = 100\,\mathrm{Oe}$ приведена на рис. 2 (кривая *1*).

Найдем теперь затухание доплерона. Сохраняя в (35) слагаемое, пропорциональное $i\nu$, поделим все члены на q^2. Затем в малом члене, пропорциональном ν/ω_c, можем заменить q на q_D, а в слагаемое с a_0 подставить $q = q_D + iq''_D$. Разлагая это слагаемое по степеням q''_D и ограничиваясь линейным членом разложения, находим затухание доплерона

$$k''_D = \sqrt{\alpha_1\alpha_2}\,\frac{eHq''_D}{\alpha p_1 c} = \frac{3\pi}{4a_0}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{1/2} \frac{J_1^2(\eta q_D)}{q_D^5}\,\frac{\nu}{\omega_c\sqrt{\rho}}\,\frac{h^3-\beta}{(1-\beta)^2}. \quad (39)$$

Зависимость k''_D от H изображена кривой *2* на рис. 2. Видно, что хотя в окрестности верхнего порога доплерона ($H_U = 840$ Oe) затухание велико ($k''_D \sim k_D$), в окрестности нижнего порога ($H_L = 580$ Oe) оно оказывается малым ($k''_D \ll k_D$). Таким образом, подавление МЗЛ в нелинейном режиме делает возможным распространение доплерона в мышьяке.

Отметим особенности этого доплерона. Хотя он обусловлен ДСЦР электронов, его поле вращается в сторону, противоположную направлению вращения электронов в магнитном поле. Это является следствием уменьшения холловской проводимости электронов из-за осцилляций их продольной скорости. В результате нелокальный вклад электронов в холловскую проводимость оказывается меньше локального вклада дырок. Изменение знака нелокальной холловской проводимости приводит также к тому, что дисперсия спектра доплерона становится нормальной, в то время как дисперсия доплерона в Cd является аномальной. Меняется и поведение затухания доплерона с полем H. Затухание доплерона в As возрастает от нижнего порога к верхнему, тогда как в Cd оно падает. Далее, затухание доплерона в мышьяке обусловлено бесстолкновительным поглощением, в то время как в кадмии в геометрии $\mathbf{H} \parallel C_6$ оно обусловлено столкновениями электронов. Наконец, последнее и самое существенное отличие состоит в том, что доплерон в мышьяке может распространяться только при больших амплитудах поля H_w, удовлетворяющих неравенству

$$\rho \gg \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\left(\frac{\nu}{\omega_c \xi}\right)^2. \tag{40}$$

Общим у этих доплеронов является то, что оба они обусловлены доплер-сдвинутым циклотронным резонансом электронов опорной точки.

5. Заключение

В работе проведен расчет спектра и затухания доплерона в мышьяке, поскольку нелинейные эффекты оказываются наиболее сильными именно в этом полуметалле. Концентрация электронов в нем на три порядка выше, чем в Bi: $n \sim 3 \cdot 10^{20}$ cm^{-3}. Поэтому величина ξ в As в 1000 раз больше, чем в Bi, и ее значение в области сильных магнитных полей $(\omega_c \gg \nu)$ может быть больше единицы, что необходимо для существования доплерона. Напротив, в Bi величины ξ и q очень малы, так что существование нелинейного доплерона оказывается невозможным. Сурьма занимает промежуточное положение между Bi и As ($n \sim 3 \cdot 10^{19}$ cm^{-3} [8]). Поэтому реализовать условия, необходимые для распространения нелинейного доплерона, в Sb труднее, чем в мышьяке.

Список литературы

[1] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **45**, 610 (1963).
[2] Г.Ф. Вугальтер, В.Я. Демиховский. ЖЭТФ **70**, 1419 (1976).
[3] Л.М. Фишер, В.В. Лаврова, В.А. Юдин, О.В. Константинов, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **60**, 759 (1971).
[4] В.В. Лаврова, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин. ФТТ **15**, 2335 (1973).
[5] И.Ф. Волошин, Н.А. Подлевских, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов. ЖЭТФ **90**, 352 (1986).
[6] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ФТТ **55**, 213 (2013).
[7] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ФТТ **55**, 1903 (2013).
[8] А. Крэкнелл, К. Уонг. Поверхность Ферми. Атомиздат, М. (1978). С. 199.