

01;04

## Неустойчивость таунсендовского разряда на правой ветви кривой Пашена

© А.А. Кудрявцев, Л.Д. Цендин

С.-Петербургский государственный университет

E-mail: akud@ak2138.spb.edu

С.-Петербургский государственный политехнический университет

E-mail: tsendin@phtf.stu.neva.ru

Поступило в Редакцию 16 июля 2002 г.

Исследована устойчивость таунсендовского разряда на правой ветви кривой Пашена по отношению к поперечным возмущениям. Получено выражение для инкремента неустойчивости, позволяющее оценить характерное время шнуrowания поднормального разряда в зависимости от условий.

Таунсендовский (пространственно-однородный) пробой при малых перенапряжениях может быть реализован при больших значениях параметра  $pL$  ( $p$  — давление,  $L$  — расстояние между электродами) [1]. Это дает возможность зажигать однородные тлеющие разряды при давлениях вплоть до атмосферного, что весьма важно для приложений. Наиболее перспективными из них на сегодняшний день являются барьерные разряды (DBD), в которых один или оба электрода покрыты диэлектриком. В настоящее время большое внимание уделяется поиску оптимальных условий для создания однородных DBD в различных газах при разной геометрии разрядных промежутков (см., например, [2–4]). При этом наибольшую опасность представляет собой развитие неустойчивостей, приводящее к потере однородности разряда поперек тока.

Протекание тока сопряжено с возникновением объемных зарядов и с искажением распределения потенциала. Из-за этого вольт-амперная характеристика (ВАХ) такого поднормального разряда на правой ветви кривой Пашена является падающей — для горения разряда нужно меньшее напряжение, чем для пробоя [1,10]. При этом поперечные неустойчивости могут развиваться уже при весьма малых плотностях тока (см., например, [5–8]). Эксперименты показывают, что в зависимости от условий развитие этих неустойчивостей может привести как к пространственно-неоднородной стационарной форме разряда, так

и к колебательному режиму, сопровождаемому релаксационными или почти синусоидальными колебаниями разряда как целого [5,7,9].

В данной работе получено выражение для инкремента развития неустойчивости поднормального таунсендовского разряда, позволяющее оценить характерное время его шнуrowания в зависимости от условий.

Поскольку при ион-электронном механизме эмиссии время развития интересующей нас неустойчивости определяется временем дрейфа ионов от анода к катоду  $\tau_i = L/V_i$  [11], то соответствующий пролет электронов к аноду за время  $L/V_e \ll \tau_i$  будем считать мгновенным. Тогда плотность ионного тока на катодe в момент времени  $t$  равна  $j_i(z = 0, t) = \int_0^L \alpha(z) j_e(z, t - z/V_i) dz$ . Используя стандартное условие Таунсенда на катодe, получаем уравнение для  $j_i(z = 0, t)$ :

$$j_i(z = 0, t) = \int_0^L \alpha(z) \gamma j_i(z = 0, t - z/V_i) \exp\left(\int_0^z \alpha(E(z')) dz'\right) dz, \quad (1)$$

где  $\alpha, \gamma$  — первый и второй коэффициенты Таунсенда. Так как при  $\gamma \ll 1$  выполняется неравенство  $\alpha L \gg 1$  и подавляющая часть ионов образуется вблизи анода, то можно вынести  $j_i(z = 0, t - \tau_i)$  из-под интеграла в (1). После небольших преобразований получаем интересное нас условие для поддержания разряда

$$j_i(z = 0, t + \tau_i) = \gamma j_i(z = 0, t) \left[ \exp\left(\int_0^L \alpha(E) dz\right) - 1 \right]. \quad (2)$$

Для учета пространственного заряда, возникающего уже при малом разрядном токе, рассмотрим влияние вызванного им малого искажения поля  $\delta E$ . В первую очередь, оно влияет на коэффициент ионизации  $\alpha(E/p)$ , который на правой ветви резко зависит от изменения поля. Поэтому представим

$$\alpha(E) = \alpha_0 + \alpha'(E_0)\delta E + \alpha''(E_0)(\delta E)^2/2, \quad (3)$$

где  $E_0 = U_{br}/L$  — пробойное поле, а  $U_{br}$  — напряжение зажигания.

Для исследуемых условий концентрацию ионов  $n_i = j_i/(eV_i) = j_i/(eb_iE)$  можно считать однородной (за исключением малой области  $\sim 1/\alpha$  вблизи анода), а концентрацией электронов по сравнению с

ней можно пренебречь. Тогда из уравнения Пуассона, которое в этом случае имеет вид  $d(\delta E)/dz = 4\pi en_i$ , получаем линейный профиль поля

$$\delta E(z) = \delta U/L - 4\pi en_i(z - L/2) = \delta U/L - 4\pi e j_i(z - L/2)/(b_i E_0). \quad (4)$$

С учетом (4) уравнение, определяющее невозмущенное значение  $\delta E_0 = \delta U/L$ , согласно (2), есть

$$\int_0^L \alpha(E) dz = \alpha_0 L + \alpha' \delta U + 2\alpha'' L (\pi en_i L)^2 / 3 = \ln(1 + 1/\gamma). \quad (5)$$

Так как условие самостоятельности разряда при пробое имеет вид  $\alpha_0 L = \ln(1 + 1/\gamma)$ , то из (4) находим уменьшение напряжения горения разряда по сравнению с напряжением зажигания, т.е. ВАХ таунсендовского разряда с учетом малой неоднородности поля [12]:

$$\delta U = 2\alpha'' L (\pi en_i L)^2 / 3\alpha'. \quad (6)$$

Используя связь  $j = eb_i En_i$ , из (6) имеем параболическую ВАХ, полученную еще в [13]:

$$\delta U = U_{br} - U = 2\pi^2 \alpha'' j^2 L^3 / 3\alpha'. \quad (7)$$

Если для  $\alpha$  использовать обычную аппроксимацию

$$\alpha = pA \exp(-Bp/E), \quad (8)$$

то  $\alpha' = \alpha B p / E^2$ ,  $\alpha'' = \alpha' (B p / E - 2) / E$ . Поэтому на правой ветви ( $B p / E > 2$ ) из (6), (7) имеем падающую ВАХ, которая, как известно, неустойчива к флуктуациям.

Исследуем соотношение (2) на устойчивость по отношению к двумерным возмущениям

$$j_i(t, y) = j_i^0 + \tilde{j}_i(z) \exp(\Omega t + iky), \quad (9)$$

$$\delta E = \delta E_0 + \delta \tilde{E}(z) \exp(\Omega t + iky),$$

где  $\delta E_0$  определяется, согласно (4),  $n_i = j_i^0 / eb_i E_0$ . Учитывая, что вариация напряжения  $\delta U$  не зависит от поперечной координаты, из (4) аналогичным образом имеем

$$\delta \tilde{E}(z) = 4\pi e \tilde{j}_i(z) (L/2 - z) / eb_i E_0. \quad (10)$$

Число размножений можно представить в виде

$$\int_0^L \alpha(E) dz = \alpha_0 L + \alpha' \delta U + \alpha'' \int_0^L (\delta E_0^2(z)/2 + \delta E_0(z) \delta \tilde{E}(z)) dz. \quad (11)$$

Из-за малости  $\delta E_0$  можно воспользоваться разложением

$$\exp\left(\alpha'' \int_0^L \delta E_0 \delta \tilde{E} dz\right) \approx 1 + \alpha'' \int_0^L \delta E_0 \delta \tilde{E} dz, \quad (12)$$

а интеграл в правой части (12) вычислить, используя (4), (10):

$$\int_0^L \delta E_0 \delta \tilde{E} dz = \frac{L^3}{12} \frac{(4\pi)^2}{(b_i E_0)^2} j_i^0 \tilde{j}_i. \quad (13)$$

В итоге, заменяя  $\tilde{j}_i(t + \tau_i) - \tilde{j}_i(t) \approx \tau_i (d\tilde{j}_i/dt)$ , из (1) имеем уравнение

$$\frac{d\tilde{j}_i}{dt} = \alpha'' \frac{L^3}{12} \frac{(4\pi e j_i^0)^2}{\tau_i (b_i E_0)^2} \tilde{j} = \Omega_i \tilde{j}_i. \quad (14)$$

Из (14) видно, что характерное время развития неустойчивости

$$\tau_{sn} = 1/\Omega_i = \frac{12}{(4\pi e n_i)^2 \alpha'' L^3} \tau_i = \frac{3b_i E_0}{4\alpha'' (\pi L j_i^0)^2} \quad (15)$$

определяется ионным временем и растет с уменьшением длины  $L$ . Формулу (15) можно переписать в широко используемых переменных ( $pL$ ,  $j/p^2$ ,  $\alpha/p$ ). Используя аппроксимацию (8)  $\alpha'' = \alpha(Bp)^2/E^4$  и условие самоподдержания в виде  $\alpha L \approx \ln(1+1/\gamma)$ , получим связь между параметрами разряда в форме соотношения подобия

$$\begin{aligned} \tau_{sn} &= \frac{3(b_i p)}{4\pi^2} \frac{(E_0/pB)^2}{(\alpha/p)} \frac{(E_0/p)^3}{(j_i^0/p^2)^2} \frac{1}{(pL)^2 p} \\ &\approx \frac{3}{4\pi^2} \frac{(U_{br}/pBL)^2}{\ln(1/\gamma + 1)} \frac{(U_{br}/pL)^3}{(j_i^0/p^2)^2} \frac{(b_i p)}{(pL)p}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, уже относительно малая неоднородность поля, обусловленная пространственным зарядом, приводит к падающей вольтамперной характеристике (7) таунсендовского разряда и, как следствие, к его неустойчивости. Чем дальше на правой ветви кривой Пашена находится рабочее значение параметра  $pL$ , тем при меньшем искажении поля объемным зарядом ( $a$  значит, и при меньшей силе тока разряда) начинается эта неустойчивость. Детали ее развития зависят от характеристик внешней цепи, геометрии разрядного промежутка и от свойств материала катода. В конечном итоге она приводит к шнурованию разряда и установлению нормальной плотности тока  $j_n$ , при которой разряд занимает только часть поверхности катода [10]. В итоге разряд со средней плотностью тока  $j < j_n$  разделяется на области, в которых плотность тока близка к  $j_n$  (т.е. может до нескольких порядков превосходить  $j$ ), и на бестоковые области. Кроме шнурования, в разряде могут развиваться неустойчивости, приводящие к колебаниям полного тока и напряжения разряда [5,7]. Как показано в [5], для этого необходимо выполнение хотя бы одного из условий:  $R < R_d$ ,  $\Omega_i > 1/(RC)$ , где  $R, C$  — сопротивление и емкость системы разряд — внешняя цепь,  $R_d$  — дифференциальное сопротивление разряда.

Развитию рассмотренной выше неустойчивости препятствует расплывание электронных лавин в поперечном направлении. Поскольку этот процесс определяется свободной диффузией электронов, то соответствующий большой декремент, на первый взгляд, должен бы подавлять рассмотренную неустойчивость. Однако в [7] было показано, что эффективный декремент невелик. За короткое время  $L/(b_e E)$  лавина, проходя от катода к аноду, расплывается на расстояние  $\Delta y \approx \sqrt{(T_e L)/(eE)}$ . Этот процесс повторяется спустя длительное время  $\tau_i = L/V_i$ , необходимое рожденным (в основном у анода) лавиной ионам для дрейфа обратно на катод. Другими словами, хотя период процесса размножения равен  $(\tau_i + L/b_e E)$ , диффузия происходит лишь в течение малой (электронной) части этого периода. Так как при случайных блужданиях складываются квадраты смещений, то за время  $t \gg \tau_i$  результирующее расплывание есть  $y^2 \approx (\Delta y)^2 t / \tau_i = b_i T_e t$ . Это соответствует диффузии с эффективным коэффициентом  $D_a = b_i T_e$  порядка амбиполярного, несмотря на то, что плазма в объеме еще и не образовалась. Соответствующий декремент есть  $(D_a k^2)$ . Так как инкремент  $\Omega_i$  (14)–(16) не зависит от волнового числа, то наиболее опасны возмущения с минимальными  $k$ , которые определяются размером катода  $R$ . Им соответствует декремент порядка  $(D_a/R^2)$ ,

который обычно меньше инкремента  $\Omega_i$  развития неустойчивости. Это отражает тот хорошо известный факт (см., например, [11]), что однородное развитие таунсендовского разряда на правой ветви кривой Пашена может быть реализовано лишь в том случае, когда пробойное напряжение на разрядном промежутке включается лишь в течение времени, меньшего  $\tau_{sn}$  (15), (16). Обычно это осуществляется при импульсной (синусоидальной) подаче напряжения от источника питания и применении специальных конструкций и материалов электродов. Также считается (см., например, [2–4]), что при использовании диэлектрических электродов их зарядка оседающими электронами способствует улучшению характеристик горения и поддержания однородного разряда высокого давления.

Таким образом, длительность однородного горения таунсендовского разряда в поднормальном режиме ограничена развитием поперечной неустойчивости, которая приводит к формированию катодного слоя и нормальной плотности тока. Возникающий катодный слой формально соответствует переходу к точке минимума кривой Пашена и „выключению“ экспоненциальной зависимости  $\alpha(E/p)$  [10]. При этом оказывается существенна нелокальная ионизация в области слабого поля, так что ионизационным коэффициентом Таунсенда  $\alpha(E/p)$ , определяемым локальной напряженностью поля, вообще нельзя пользоваться.

Как показано в [14], необходимым условием для устойчивого распространения стримера является условие, чтобы максимальное значение поля на его фронте было порядка поля в точке перегиба зависимости  $\alpha(E/p)$ , т. е. поле на головке стримера тоже должно соответствовать переходу к нелокальной ионизации. Это обстоятельство дает основание полагать, что рассмотренная неустойчивость имеет прямое отношение к условиям перехода лавины в стример.

Один из авторов (Л.Ц.) благодарен за поддержку РФФИ, проект № 01–02–16874 и NATO SfP #974 354.

## Список литературы

- [1] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
- [2] Yokoyama T., Kagoma M., Kanazawa S. et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1990. V. 23. P. 374–377.
- [3] Massines F., Rabehi A., Decomps P. et al. // J. Appl. Phys. 1998. V. 83. P. 2950–2957.

- [4] *Margolini L., Orlov K., Kortshagen U. et al. // Appl. Phys. Lett. 2002. V. 80. P. 1722–1724.*
- [5] *Мелехин В.Н., Наумов Н.Ю. // ЖТФ. 1984. Т. 54. В. 2. С. 1521–1529.*
- [6] *Швейгерт В.А. // ЖТФ. 1993. Т. 63. С. 29–40.*
- [7] *Каганович И.Д., Федотов М.А., Цендин Л.Д. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 3. С. 34–44.*
- [8] *Kolobov V.I., Fiala A. // Phys. Rev. E. 1994. V. 50. P. 3018–3032.*
- [9] *Petrovich Z.Lj., Phelps A.V. // Phys. Rev. E. 1993. V. 47. P. 2806–2815.*
- [10] *Цендин Л.Д. Таунсендовский разряд. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. акад. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Т. II. С. 16–18.*
- [11] *Велихов Е.П., Ковалев А.С., Рахимов А.Т. Физические явления в газоразрядной плазме. М.: Наука, 1987.*
- [12] *Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа в задачах с решениями. М.: Наука, 1985.*
- [13] *Engel A. Von. Ionized Gases Oxford: Clarendon Press, 1955.*
- [14] *Дьяконов М.И., Качоровский В.Ю. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 321–332.*