

07

## **Векторные сингулярности гауссовых пучков в одноосных кристаллах: генерация оптических вихрей**

© А.В. Воляр, Т.А. Фадеева, Ю.А. Егоров

Таврический национальный университет, Симферополь, Украина

Поступило в Редакцию 15 апреля 2002 г.

Распространение циркулярно поляризованного сингулярного пучка через одноосный кристалл связано с появлением в пучке дополнительных сингулярностей поляризационной структуры поля. Эти векторные сингулярности объединяются между собой, формируя концентрические линии омбилики — вырожденные точки омбилики типа „звезда“, тем самым существенно преобразуя всю тонкую структуру поля. После прохождения пучка через двулучепреломляющую четвертьволновую пластинку и поляризатор векторные сингулярности превращаются в обыкновенные оптические вихри. Вращение поляризатора и/или четвертьволновой пластинки заставляет вихри двигаться по заданным траекториям, сливаться друг с другом или распадаться на элементарные сингулярности. Именно эти процессы теоретически и экспериментально изучены в данной работе.

Формирование оптических вихрей, как правило, связывают с созданием таких фазовых транспарантов, чтобы при обходе поля вокруг особой точки его фаза изменялась на величину, кратную  $2\pi$ . В частности, внутриврезонаторная генерация сингулярных пучков предполагает использование фазового транспаранта или зеркала с геликоидальной формой поверхности, повторяющей структуру волнового фронта вихря [1]. Аналогичным образом поступают и для внерезонаторной генерации, слегка модифицируя этот способ посредством формирования компьютерно-синтезированной голограммы, установленной по ходу распространения лазерного пучка [2]. Первый способ требует использования высокоточных технологий и строгого контроля формы поверхности лазерного зеркала. Пренебрежение этими требованиями приводит к существенным структурным искажениям сингулярного пучка [1]. Второй способ при всей его простоте и оригинальности имеет энергетическую эффективность в лучшем случае не выше 10%. Кроме

того, указанные методы не позволяют плавно управлять свойствами оптического вихря.

Вместе с тем еще в 1981 г. Най [3] обратил внимание на необычные свойства неоднородно поляризованной электромагнитной волны, в которой присутствуют сингулярности одной из компонент электрического и магнитного поля. Так называемые  $C$ -линии — траектории, вдоль которых обращается в ноль амплитуда либо правой, либо левой циркулярной поляризации, — Най отождествляет с дислокациями волнового фронта соответствующей компоненты поля. Такой подход позволяет совершенно по-новому взглянуть на проблему генерации и управления оптическими вихрями.

Целью данной работы явилось исследование процесса конверсии векторных сингулярностей поля гауссова пучка, распространяющегося в одноосном кристалле, в связанные и свободные оптические вихри.

Рассмотрим случай распространения гауссова пучка через одноосный кристалл вдоль его оптической оси  $Oz$ , так что элементы тензора диэлектрической проницаемости определяются как  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon^{(0)} = \varepsilon$ ,  $\varepsilon_z = \varepsilon^{(e)}$ . Абстрактная математическая трактовка такой задачи для параксиального случая уже была проведена в работе [4]. Однако полученные автором этой статьи неявные выражения не позволяют провести детальный анализ процессов рождения, уничтожения и эволюции векторных сингулярностей. Поэтому мы воспользуемся приближенным решением уравнений Максвелла для параксиального пучка в сочетании с лучевым подходом [5].

Сначала обратим внимание на тот факт, что уравнение эйконала для лучей и параболическое волновое уравнение [6] для пучков получены в одном и том же приближении  $kz_0 \gg 1$  или  $(\lambda/\rho)^2 \ll 1$ , где  $z_p = k\rho_0^2/2$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\rho_0$  — радиус пучка в перетяжке при  $z = 0$ . Это обстоятельство позволяет представить гауссов пучок совокупностью лучевых траекторий, лежащих на поверхностях вложенных друг в друга однополостных гиперболоидов вращения [5]. Вдоль каждого луча распространяется локальная плоская волна, так что между ортогональными компонентами локального электрического поля набегает разность фаз [7,8]:  $\delta = k\Delta n h \sin^2 \theta_R$ , где  $\Delta n = n^{(e)} - n^{(0)} \approx (\varepsilon^{(e)} - \varepsilon^{(0)})/2\varepsilon$ ,  $h$  — геометрическая длина луча между плоскостью перетяжки и плоскостью наблюдения,  $\theta_R$  — угол между лучом и оптической осью  $Oz$ . Если считать, что все лучи исходят из одной точки и распространяются по кристаллу под углом  $\theta$  к оптической оси, то в параксиальном

приближении можно положить  $\theta \approx \theta_R$ . Кроме того, геометрические длины данного луча  $h$  и луча в пучке  $H$  приблизительно одинаковы:  $H \approx h$ . Поэтому разность фаз между ортогональными компонентами электрического вектора локальной волны становится равной:

$$\delta = k\Delta nr^2/\sqrt{r^2 + z^2}, \quad r^2 = x^2 + y^2, \quad (1)$$

где  $z$  — расстояние между плоскостью перетяжки и плоскость наблюдения вдоль оптической оси.

Рассмотрим, какие преобразования испытывает вектор Джонса локальной волны при распространении через кристалл. Свяжем локальную систему координат  $u, v, \eta$  с лучом. Ось  $0u$  ориентируем параллельно плоскости, содержащей луч и оптическую ось, а ось  $0v$  — перпендикулярно этой плоскости. Предположим, что на кристалл падает циркулярно поляризованный пучок с вектором Джонса  $\mathbf{g} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix}$ , где  $\sigma = \pm 1$  — спиральность пучка — направление циркуляции электрического вектора. Тогда элементы вектора Джонса  $g_x$  и  $g_y$  в декартовом базисе запишутся в виде

$$\begin{aligned} g_x &= \cos \delta/2 + i \sin \delta/2 \exp(i2\varphi), \\ g_y &= i\sigma [\cos \delta/2 - i \sin \delta/2 \exp(i2\varphi)], \end{aligned} \quad (2)$$

где угол  $\varphi$  характеризует наклон плоскости распространения луча к плоскости  $zOx$ . Чтобы записать компоненты поля гауссова пучка в параксиальном приближении, достаточно воспользоваться следующими соотношениями [5]:

$$e_x = \Psi g_x, \quad e_y = \Psi g_y, \quad e_z \approx i/k \nabla \mathbf{e}_t, \quad \mathbf{h}_t = \sqrt{\epsilon} \mathbf{k} \times \mathbf{e}_t, \quad \mathbf{h}_t \approx -i/k \sqrt{\epsilon} \nabla_t \times \mathbf{e}_t,$$

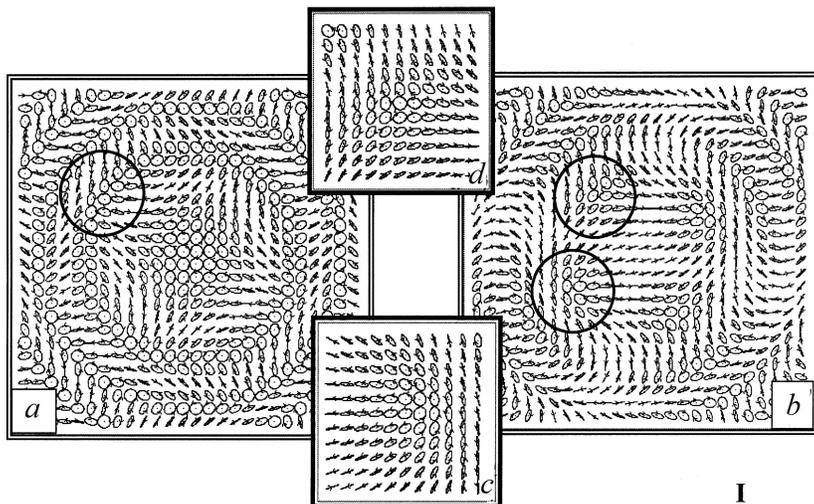
где

$$\nabla_t = \hat{i} \partial_x + \hat{j} \partial_y, \quad (3a)$$

$$\Psi = \frac{1}{\xi} \left( \frac{r}{\xi} \right)^{|l|} \exp \left( -\frac{r^2}{\rho^2 \xi} \right) \exp[il\varphi] \quad (3b)$$

— скалярная волновая функция гауссова пучка,  $\xi = 1 + iz/z_0$ ,  $l$  — азимутальный индекс. В нашем случае достаточно ограничиться только поперечными компонентами электрического поля  $e_x, e_y$ .

Проанализируем структуры состояний поляризации в поперечном сечении пучка на расстоянии  $z$  от перетяжки. На рис. 1, *1a* приведено



I

**Рис. 1.** Эволюция сингулярных пучков в системе: одноосный кристалл/ $\lambda/4$ -пластинка/поляризатор: *I* — поперечное распределение состояний поляризации в поле гауссова пучка: *a* — после кристалла, *b* — после  $\lambda/4$ -пластинки, и окрестность точек омбилики типа *c* — „лимон“, *d* — „звезда“; *II* — в центре приведены линии уровня равной эллиптичности (жирные) и линии равного азимутального угла эллипса поляризации (тонкие), а также *a, b, c, d* — теоретические и экспериментальные картины распределения интенсивности света на выходе системы, полученные на кристалле  $\text{LiNbO}_3$  на длине волны  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ .

схематичное распределение состояния поляризации модового пучка после кристалла. Отчетливо просматриваются линии — кольца циркулярной и линейной поляризации. В отличие от классификации особых точек для случайного поля, приведенной в работе [3], в поле пучка после одноосного кристалла мы наблюдаем вблизи колец циркулярной поляризации особые области вырожденной омбилики типа „звезда“. Если пучок после кристалла пропустить через поляризационный анализатор, то возникнет типичная картина „спиралей Эйри“. Вращение поляризатора вызывает вращение картины в целом. Дело в том, что при любом положении оси поляризатора имеются четыре точки на соседних

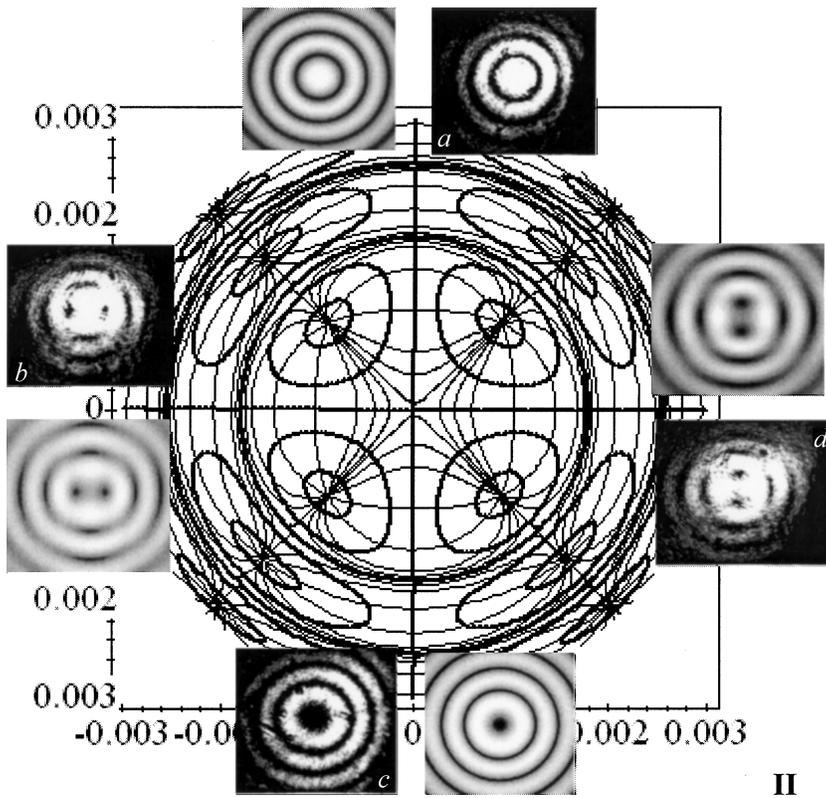


Рис. 1 (продолжение).

кольцах линейной поляризации, в которых амплитуда обращается в ноль, а фаза волны становится неопределенной. Рождаются четыре оптических вихря с попарно противоположными топологическими зарядами, объединенными в топологические квадруполь. Вращение поляризатора вызывает синхронное вращательное движение связанных вихрей, однако выделить таким способом единичный оптический вихрь не удастся.

Вместе с тем распределение особенностей в поле состояний поляризации таково, что действие  $\lambda/4$  двулучепреломляющей пластинки позволяет преобразовать структуру поля к требуемому виду. В самом

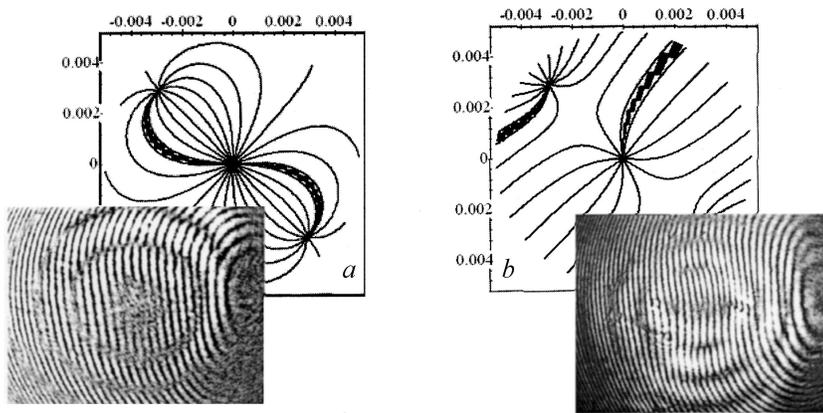
деле, после прохождения пучка через  $\lambda/4$ -пластину,  $e$ -ось которой ориентирована под углом  $Q$  к оси  $x$ , элементы вектора Джонса (2) принимают вид

$$q_x = \cos \delta/2 [1 + i \exp(i\sigma Q)] + i \sin \delta/2 [1 + i \exp(-i\sigma Q)] \exp(i\sigma 2\varphi),$$

$$q_y = i\sigma \{ \cos \delta/2 [1 - i \exp(i\sigma Q)] - i \sin \delta/2 [1 - i \exp(-i\sigma Q)] \exp(i\sigma 2\varphi) \},$$
(4)

а структура поля состояний поляризации преобразуется так, как это показано на рис. 1, *Ib*. Теперь здесь можно выделить только две не вырожденные точки омбилики: „звезда“ (рис. 1, *Id*) и „lemon“ (рис. 1, *Ic*) в отличие от классификации, предложенной Наем [3], который вводит обязательную промежуточную точку омбилики типа „monstar“ от „(le)monstar“. Из выражения (4) видно, что если исходный фундаментальный гауссов пучок ( $l = 0$ ) правоциркулярно поляризован ( $\sigma = +1$ ), а  $e$ -ось  $\lambda/4$ -пластинки составляет угол  $Q = \pi/4$ , то первый член в (3а) и второй — в (3б) обращаются в ноль. Теперь  $q_x = 2i \sin \delta/2 \exp(i\sigma 2\varphi)$ ,  $q_y = 2i\sigma \cos \delta/2$  и, следовательно,  $x$ -компонента поля пучка содержит оптический вихрь с топологическим зарядом  $l = +2$ , расположенный на оптической оси. Очевидно, что  $y$ -компоненту электрического поля легко подавить с помощью поляризатора, выделяя тем самым пучок, переносящий единичный оптический вихрь (рис. 1, *Ic*). Тем не менее вдали от оси также возникают области, в которых амплитуда поля обращается в ноль, — семейство краевых кольцевых дислокаций. Их также нетрудно подавить соответствующим выбором радиуса перетяжки пучка  $\rho$ . Смена знака топологического заряда вихря осуществляется посредством изменения направления циркуляции исходного пучка с одновременным поворотом оси пропускания поляризатора на  $\pi/2$ .

Обсудим теперь проблему управления оптическими вихрями. Линии уровня степени эллиптичности (жирные) и азимута (тонкие), приведенные на рис. 1, *II*, характеризуют возможные состояния связанных оптических вихрей. В самом деле, пусть угол  $Q$  осей анизотропии остается неизменным, скажем,  $Q = \pi/4$ . Будем вращать ось пропускания поляризатора, характеризуемого углом  $\alpha$ . Если  $\alpha = \pi/2$ , то подавляется  $x$ -поляризация и распределение интенсивности характеризуется системой краевых кольцевых дислокаций с максимумом в центре (рис. 1, *IIa*). Отклонение от этого положения вызывает отщепление от ближайшей к центру кольцевой дислокации двух одинаково заряженных



**Рис. 2.** Линии равной фазы и экспериментальные картины распределения интенсивности после системы: кристалл/ $\lambda/4$ -пластинка/поляризатор, полученные в результате *a* — конверсии сингулярного пучка с  $l = -2$ ,  $\sigma = +1$  в топологически нейтральный пучок — анфолдинг сингулярностей и *b* — конверсия пучка с  $l = +1$ ,  $\sigma = +1$  в сингулярный пучок с утроенным топологическим зарядом  $l = +3$ . Линии равной фазы изображены с шагом  $\pi/6$ .

вихрей (рис. 1, *IIb*) с  $l = 1$ ,  $\sigma = 1$ , которые движутся вдоль оси  $x$  навстречу друг другу. При  $\alpha = 0$  эти вихри сливаются, образуя единственный оптический вихрь в центре (рис. 1, *IIc*) с  $l = 2$ . Дальнейшее увеличение угла приводит к делению центрального вихря. Родившиеся единичные вихри теперь движутся в противоположные стороны, но вдоль оси  $y$  (рис. 1, *IId*) и при  $\alpha = -\pi/2$  сливаются в кольцевую дислокацию, образуя исходную картину. Вдали от центра отщепление от кольцевой дислокации двух одинаково заряженных вихрей нарушает топологическую нейтральность кольцевой дислокации и вызывает перегруппировку всей дислокационной картины в систему топологических квадруполей, охватывающих друг друга, но между собой не связанных.

Если через кристалл распространяется топологически заряженный гауссов пучок (оптический вихрь), то после  $\lambda/4$ -пластинки и поляризатора его заряд изменяется на две единицы, либо увеличиваясь, либо уменьшаясь в зависимости от знака исходного топологического заряда  $l$  и спиральности  $\sigma$ . Из выражений (3) и (4) можно получить выражение

для топологического заряда пучка на выходе системы:  $l' = l + 2\sigma$ . Очевидно, что исходный пучок в состоянии с  $l = -2$  и  $\sigma = +1$  на выходе системы становится топологически нейтральным с нулем амплитуды на оси (так называемое явление анфолдинга сингулярностей от английского слова unfolding — распрямление, сглаживание [3]). Наоборот, состояние с  $l = +2$  и  $\sigma = +1$  переходит в состояние с удвоенным топологическим зарядом  $l' = +4$  — умножение топологического заряда. Такие преобразования исследовались экспериментально на кристалле  $\text{LiNbO}_3$  при прохождении через него лазерного излучения с  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ , и их хорошее согласование с теорией демонстрирует рис. 2.

Таким образом, система одноосный кристалл  $/\lambda/4$  — пластинка/поляризатор позволяет создавать оптические вихри и управлять как их геометрическим положением, так и величиной и знаком топологического заряда.

## Список литературы

- [1] Oron R., Davidson N., Friesem A., Hasman E. // Opt. Lett. 2000. V. 25. N 13. P. 939–941.
- [2] Vasnetsov M.V., Staliunas K., eds. Optical Vortices. New York: Nova Science Publishers, 1999.
- [3] Nye J.F. Natural Focusing and Fine Structure of Light Caustics and Wave Dislocations. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1999. 328 p.
- [4] Hillion P. // J. Phys. A: Math. Gen. 1999. V. 32. P. 2697–2703.
- [5] Воляр А.В., Шведов В.Г., Фадеева Т.А. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 5. С. 87–95.
- [6] Яриш А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
- [7] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
- [8] Эдсер Э. Оптика / Под ред. И.И. Боргмана. СПб.: Естествоиспытатель, 1914. 534 с.