

01;05

Особенности релаксационной поляризации полярного диэлектрика в области больших электротепловых нагрузок

© О.А. Емельянов

С.-Петербургский государственный технический университет
E-mail: eicc@phtf.stu.neva.ru

Поступило в Редакцию 25 апреля 2002 г.

В области больших электротепловых нагрузок диэлектрика необходимо учитывать температурную зависимость проводимости $\gamma(T)$ и комплексной диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(T)$. Учет указанного обстоятельства для простейшей модели релаксационной поляризации Дебая приводит к отклонениям в зависимостях $\epsilon'' = f(\epsilon')$ от известной полуокружности Коул–Коула. Приведены точные решения модельных задач для плоского конденсатора в случаях возникновения градиента температуры как за счет внешнего источника тепла, так и за счет релаксационных потерь в самом диэлектрике.

При использовании диэлектриков и электрических конденсаторов на их основе в области больших электротепловых нагрузок возникают значительные градиенты температуры T . В этом случае диэлектрическая среда становится по существу неоднородной вследствие температурной зависимости, в первую очередь, таких электрофизических параметров, как проводимость γ и комплексная диэлектрическая проницаемость $\hat{\epsilon} = \epsilon' - i\epsilon''$, где ϵ' , ϵ'' — соответственно ее вещественная и мнимая части.

Учет неоднородного температурного распределения $\gamma(T)$ в области больших температур может привести к ряду интересных кинетических эффектов:

частотно-полевой зависимости диэлектрических характеристик за счет миграционной поляризации,
появлению спектра времен релаксации вне области дисперсии диэлектрической проницаемости,
нелинейностям вольт-амперных (ВАХ) и вольт-фарадных характеристик (ВФХ) [1].

Вместе с тем учет температурной дисперсии $\varepsilon'(T)$, $\varepsilon''(T)$ также может быть важен для оценки режимов эксплуатации конденсаторов на основе полярных диэлектриков, характеризующихся максимумом $\varepsilon''(T)$ [2]. Эта задача становится особенно актуальной, если температурные градиенты обусловлены диэлектрическими потерями релаксационного типа, а потерями на проводимость можно пренебречь.

Рассмотрим модель плоского конденсатора с толщиной диэлектрика $2h$. К обкладкам конденсатора приложена разность потенциалов $\dot{u}(t) = U_0 e^{i\omega t}$. Электрофизические параметры ε' , ε'' и γ , вообще говоря, зависят от координаты x вследствие температурного градиента $T(x)$, который может быть обусловлен как внешними источниками тепла, так и диэлектрическими потерями в самом диэлектрике конденсатора. Полный ток j_n через диэлектрик состоит из тока проводимости j_1 и тока смещения j_2 :

$$j_n = j_1 + j_2 = \gamma(T(x))E(T(x)) + \frac{\partial D(T(x))}{\partial t}, \quad (1)$$

где E , D — соответственно комплексные векторы напряженности и индукции электрического поля, при этом комплексное значение $j_n = j_3 e^{i\omega t}$, где j_3 — комплексная амплитуда.

Используя закон полного тока [3], имеем для комплексной амплитуды

$$\operatorname{div} j_3 = 0. \quad (2)$$

Учитывая связь $D = \varepsilon E$ и $E = -\operatorname{grad} u(t)$ и зная характер температурного поля $T(x)$, можно на основании задачи (1)–(2) определить эффективные значения ε''_{eff} и ε'_{eff} такого конденсатора, которые, вообще говоря, должны отличаться от соответствующих локальных характеристик самого диэлектрика вследствие неоднородности их распределения за счет температурного градиента по толщине диэлектрика. Характер температурного поля может быть определен в простейшем случае из решения соответствующей 1-й краевой задачи квазистационарной теплопроводности:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + q_v(T(x)) &= 0, \\ T|_{-h} &= T_1, \quad T|_{+h} = T_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где λ , T_1 , T_2 — соответственно коэффициент теплопроводности, температуры на левой и правой поверхности диэлектрика, $q_v(T(x))$ — объем-

ная плотность тепловыделения, $q_v(T(x)) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{j_3 \dot{E}\}$, \dot{E} — сопряженная комплексная амплитуда напряженности электрического поля.

Таким образом, система уравнений (1)–(3) образует смешанную электротепловую задачу состояния диэлектрика в переменном электрическом поле, неоднородность которого обусловлена температурным градиентом зависимости $T(x)$. Эффективные значения ε'_{eff} , ε''_{eff} и тангенса угла потерь $\operatorname{tg} \delta_{eff} = \varepsilon''_{eff}/\varepsilon'_{eff}$ в этом случае связаны следующими соотношениями:

$$\gamma_a(x) = \omega \varepsilon''(x) + \gamma(x), \quad \gamma_r(x) = \omega \varepsilon'(x), \quad z_{as} = \int_{-h}^h \frac{\gamma_a(x) dx}{\gamma_a(x)^2 + \gamma_r(x)^2},$$

$$z_{rs} = \int_{-h}^h \frac{\gamma_r(x) dx}{\gamma_a(x)^2 + \gamma_r(x)^2}, \quad z_s^2 = z_{as}^2 + z_{rs}^2, \quad (4)$$

$$\varepsilon''_{eff} = \frac{2L}{\omega} \cdot \frac{z_{as}}{z_s^2}, \quad \varepsilon'_{eff} = \frac{2L}{\omega} \cdot \frac{z_{rs}}{z_s^2}, \quad \operatorname{tg} \delta_{eff} = \frac{z_{as}}{z_{rs}}.$$

В случае независимости параметров ε' , ε'' и γ от температуры из (4) легко получаются известные соотношения для однородной среды: $\varepsilon''_{eff} = \gamma/\omega + \varepsilon''$, $\varepsilon'_{eff} = \varepsilon'$. В самом общем случае $\varepsilon''_{eff} = \varepsilon''_{eff}(\omega, T)$, $\varepsilon'_{eff} = \varepsilon'_{eff}(\omega, T)$. Учет этих дисперсионных соотношений интересно проследить для диэлектрика, в котором релаксационная поляризация описывается простейшей моделью Дебая. Как известно, в этом случае связь между ε'' и ε' может быть отражена на диаграмме Коул–Коула, представляющей из себя полуокружность в координатах $(\varepsilon''(\omega), \varepsilon'(\omega))$ с радиусом $(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)/2$, где ε_s , ε_∞ — соответственно статическая и оптическая проницаемости. Рассмотрим два случая.

1. Градиент температуры обусловлен внешними источниками тепла.

В этом случае плотностью объемного тепловыделения $q_v = \omega \varepsilon_0 \varepsilon'' E^2$ можно пренебречь и уравнение (3) упрощается, а граничные условия определяют градиент температурного поля $T(x)$: $\operatorname{grad} T(x) = T_m/2h$, где $T/h = T_m$, $T/_{-h} = 0$. Указанный градиент может быть обусловлен внешним тепловым потоком $q_s = -\lambda \operatorname{grad} T(x)$. Для величин z_{as} и z_{rs}

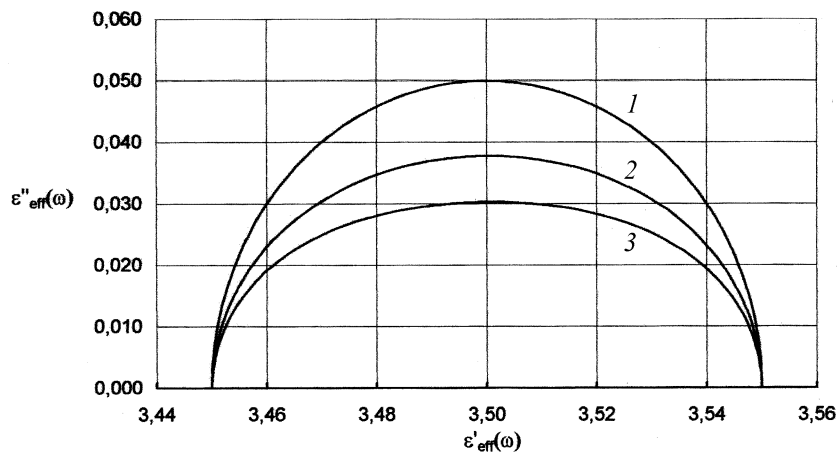


Рис. 1. Зависимости $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$ для перепада температуры T_m , обусловленного внешним источником тепла: 1 — $T_m = 0$ К, 2 — $T_m = 100$ К, 3 — $T_m = 150$ К.

получаются следующие точные выражения задачи:

$$z_{as}(\omega) = \frac{L(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{\omega g p \varepsilon_0 \varepsilon_c} \left[\operatorname{arctg} \frac{\tau_0}{a} - \operatorname{arctg} \frac{\tau_m}{a} \right],$$

$$z_{rs}(\omega) = \frac{2L}{\omega \varepsilon_s} + \frac{L(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{2\omega g p \varepsilon_0 \varepsilon_s} \ln \left(\frac{a^2 + \tau_0^2}{a^2 + \tau_m^2} \right), \quad (5)$$

$$a = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_\infty \omega}; \quad g = \frac{T_m}{2}; \quad \tau \approx \tau_0 e^{-pT}, \quad p = \frac{W}{kT_g^2},$$

T_g — температура максимума $\varepsilon''(T)$, $\tau_m = \tau_0 e^{-pT_m}$.

Используя (5) и общие соотношения (4), а также соотношения Дебая для локальной точки среды [4]:

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty \omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad \varepsilon''(\omega) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (6)$$

на рис. 1 построены зависимости $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$. Видно, что при малых градиентах температуры отклонение от полуокружности мало, а с ро-

стом градиента зависимость $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$ значительно отклоняется от вида диаграммы Коул–Коула в виде полуокружности, соответствующей модели Дебая (6).

2. Градиент температуры обусловлен релаксационными потерями.

В этом случае температура в центре диэлектрика T_m является параметром задачи и зависит от условий охлаждения поверхности конденсатора, а также от величины и частоты плотности тока j_m , коэффициента теплопроводности λ и полутолщины диэлектрика h .

Выражения для z_{as} и z_{rs} следующие:

$$z_{as}(\omega) = 2L \sqrt{\frac{2}{\beta_m(\omega)\omega}} m I_0(\omega),$$

$$z_{rs}(\omega) = z_{as}(\omega) \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty \cdot \omega^2 \cdot \tau_0^2}{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot \omega \cdot \tau_0} + 2L \sqrt{\frac{2}{\beta_m(\omega) \cdot \omega}} m \cdot (\alpha I_1(\omega) - \beta I_2(\omega)),$$

$$\beta_m(\omega) = \frac{j^2(\omega) h^2}{2\lambda},$$

$$j(\omega) = \frac{\sqrt{\lambda}}{h} \left[I_3(\omega) + 2\sqrt{\omega m} (\varepsilon_\infty \alpha I_1(\omega) - \varepsilon_s \beta I_2(\omega)) \right], \quad (7)$$

$$I_3(\omega) = 2m\sqrt{\omega} I_0(\omega) \frac{\varepsilon_s^2 + \varepsilon_\infty^2 \omega^2 \tau_0^2}{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega \tau_0}, \quad I_0(\omega) = \sqrt{\arctg \frac{\tau_0}{a} - \arctg \frac{\tau_m}{a}},$$

$$I_1(\omega) = \int_{\tau_0}^{\tau_m} \sqrt{\arctg \frac{x}{a} - \arctg \frac{\tau_m}{a}} dx,$$

$$I_2(\omega) = \int_{\tau_0}^{\tau_m} \sqrt{\arctg \frac{x}{a} - \arctg \frac{\tau_m}{a}} \frac{1}{x^2} dx,$$

где $\beta_m(\omega)$ — параметр нагрузки, а коэффициенты α , β и m следующие:

$$\alpha = \frac{\varepsilon_\infty \omega}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}, \quad \beta = \frac{\varepsilon_s}{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega}, \quad m = \sqrt{\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\rho \varepsilon_\infty \varepsilon_s}},$$

τ_0 , τ_m , a — те же, что и в соотношениях (5).

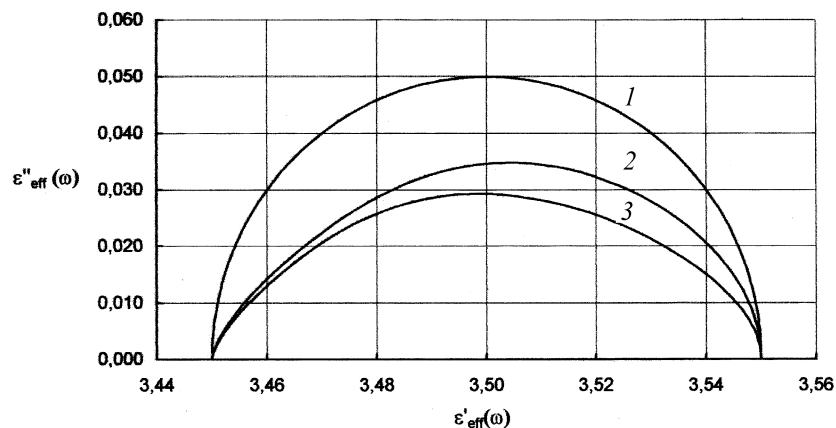


Рис. 2. Зависимость $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$ для перепада температуры центр–поверхность T_m , обусловленного релаксационными потерями: 1 — $T_m = 0$ К, 2 — $T_m = 100$ К, 3 — $T_m = 150$ К.

На рис. 2 представлены диаграммы $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$ для разных значений нагрузки β_m , соответствующих разным перепадам температуры между центром и поверхностью диэлектрика T_m . Как и в первом случае, здесь наблюдаются существенные отличия зависимости $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$ от полуокружности с ростом нагрузки $\beta_m(\omega)$. В обоих случаях зависимости $\varepsilon''_{eff} = f(\varepsilon'_{eff})$ отличаются от полуокружностей благодаря наличию градиента температур в слое диэлектрика. При этом диэлектрик характеризуется одним релаксационным процессом модели Дебая. Указанные обстоятельства могут быть формально истолкованы появлением спектра времен релаксации, хотя отличие появляется исключительно благодаря внутренней температурной неоднородности распределения поля и основных электрофизических характеристик среды ε' , ε'' .

Максимальное значение ε''_{eff} , определяющее выбор допустимых электротепловых нагрузок в указанных случаях, меньше ε''_{max} среды и сдвигается по частоте влево с ростом величины параметра нагрузки $\beta_m(\omega)$, что необходимо учитывать при оценке работоспособности конденсаторов в форсированных режимах.

Список литературы

- [1] Харитонов В.В., Ермолина Э.И. // ЖТФ. 1987. Т. 29. В. 4. С. 977–984.
- [2] Емельянов О.А. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 16. С. 32–39.
- [3] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. // Электродинамика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1957. 532 с.
- [4] Сажин Б.И. Электрические свойства полимеров. Л.: Химия, 1985. 224 с.