

01

Соотношение Рамо–Шокли для RCL-цепи

© Н.А. Поклонский, В.В. Митянок, С.А. Вырко

Белорусский государственный университет, Минск

E-mail: Poklonski@bsu.by

Поступило в Редакцию 5 марта 2002 г.

Приведен расчет наведенного тока при пролете точечной заряженной частицы через плоский конденсатор, включенный в состав параллельно соединенных двух RC - и RL -цепочек, нагруженных на измеряющий амперметр. Показано, что при $RC = L/R$ наведенный ток прямо пропорционален времени движения заряда между обкладками конденсатора, т. е. имеет треугольную форму.

Соотношение (теорема) Рамо–Шокли состоит в следующем (см. [1,2] и цитируемую там литературу): точечный заряд Q , движущийся с постоянной скоростью v , перпендикулярной пластинам плоского конденсатора, наводит в короткозамкнутой внешней цепи, не обладающей ни индуктивностью, ни активным сопротивлением, прямоугольный импульс тока

$$I = \frac{Qv}{b}, \quad (1)$$

где b — расстояние между пластинами; длительность импульса тока равна времени пролета b/v заряда между пластинами конденсатора.

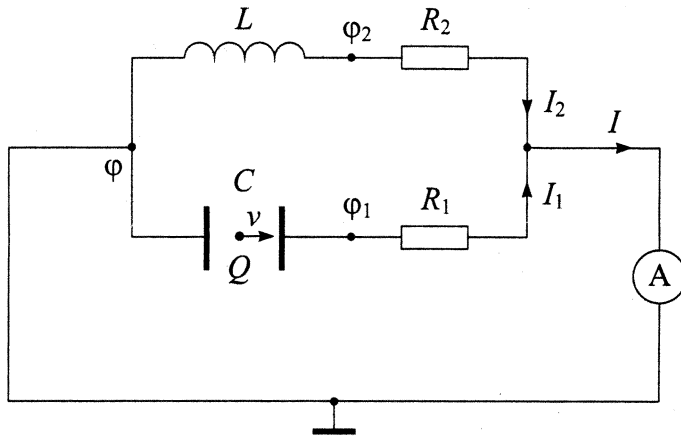
Формула (1) была обобщена в [2]: при последовательном соединении конденсатора C и резистора R во внешней цепи наводится ток

$$I = \frac{Qv}{b} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right], \quad (2)$$

где $0 \leq t \leq b/v$.

Цель работы — обобщить результаты [2] на случай цепи, содержащей наряду с емкостью и сопротивлением также и индуктивность (рис. 1).

Из рисунка видно, что при $R_2 \rightarrow \infty$ и $L \rightarrow 0$ получается цепь, рассмотренная в [2].



Токи, наведенные в RCL-цепи при пролете точечного заряда перпендикулярно электродам плоского конденсатора.

Пролет заряда Q с постоянной скоростью v через конденсатор индуцирует в RC-цепочке ток I_1 и потенциал $\varphi_1 = I_1 R_1$, в LC-цепочке — ток I_2 и потенциал $\varphi_2 = I_2 R_2$.

Для RC-цепочки имеем [3]:

$$C \left(\frac{d\varphi}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt} \right) = I_1 = \frac{Qv}{b} \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{R_1 C} \right) \right], \quad (3)$$

где ток I_1 определяется (2).

Из (3) с учетом $\varphi_1 = I_1 R_1$ имеем:

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{Qv}{Cb} \int \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{R_1 C} \right) \right] dt = R_1 \frac{Qv}{b} + \frac{Qv}{Cb} t + A, \quad (4)$$

где A — постоянная интегрирования.

В формуле (4) следует выбрать A так, чтобы $\varphi = 0$ при $t = 0$. Это дает

$$\varphi = \frac{Qvt}{Cb}, \quad (5)$$

где $0 \leq t \leq b/v$.

Для LC-цепочки (рис. 1) с учетом (5) имеем [3]:

$$L \frac{dI_2}{dt} = \varphi - \varphi_2 = \frac{Qvt}{Cb} - I_2 R_2. \quad (6)$$

Решение (6) ищем в виде

$$I_2 = B(t) \exp(-tR_2/L). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), имеем $dB/dt = (Qvt/LbC) \exp(tR_2/L)$, что при интегрировании дает

$$B = \frac{Qv}{LCb} \left\{ \frac{L}{R_2} t \exp(tR_2/L) - \frac{L^2}{R_2^2} \exp(tR_2/L) + K \right\}, \quad (8)$$

где постоянная интегрирования $K = (L/R_2)^2$ определяется из условия $I_2 = 0$ при $t = 0$.

Подставив (8) в (7), получим:

$$I_2 = \frac{Qv}{LCb} \left\{ \frac{L}{R_2} t - \frac{L^2}{R_2^2} (1 - \exp(-tR_2/L)) \right\}. \quad (9)$$

Из (3) и (9) получаем суммарный ток $I = I_1 + I_2$ в цепи (рис. 1):

$$I = \frac{Qv}{b} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{R_1 C}\right) \right] + \frac{Qv}{LCb} \left\{ \frac{L}{R_2} t - \frac{L^2}{R_2^2} (1 - \exp(-tR_2/L)) \right\}. \quad (10)$$

Если номиналы элементов цепи выбрать так, что $R_1 = R_2 = R$ и $RC = L/R$, то из (10) следует, что импульс тока имеет треугольную форму:

$$I = \frac{Qv}{CbR} t, \quad (11)$$

где $0 \leq t \leq b/v$.

Отметим, что, согласно [4,5], сопротивление двухполюсника (если на рис. 1 амперметр заменить генератором переменного электрического поля) при $R_1 = R_2 = R$ и $RC = L/R$ является чисто активным и равным R при любых значениях частоты генератора.

Итак, в работе показано, что выбором параметров двух параллельно включенных RC- и LR-цепочек можно получить треугольные импульсы наведенного тока, что расширяет возможности существующих детекторов (микро) частиц [6–9].

Список литературы

- [1] *De Visschere P.* // Solid-State Electronics. 1990. V. 33. N 4. P. 455–459.
- [2] *Иновенков А.Н., Константинов О.В., Пирогов В.И.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. № 9. С. 1–5.
- [3] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.
- [4] *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339–367.
- [5] *Бараш Ю.С., Гинзбург В.Л.* // УФН. 1976. Т. 118. № 3. С. 523–537.
- [6] *Акимов Ю.К., Игнатьев О.В., Калинин А.И., Кушнирук В.Ф.* Полупроводниковые детекторы в экспериментальной физике. М.: Энергоатомиздат, 1989. 344 с.
- [7] *Ляпидевский В.К., Пережогин В.Б.* // ПТЭ. 1990. № 2. С. 24–48.
- [8] *Лорикян М.П.* // УФН. 1995. Т. 165. № 11. С. 1323–1333.
- [9] *Цытович В.Н., Винтер Дж.* // УФН. 1998. Т. 168. № 8. С. 899–907.