01;05.4

Проникновение магнитного потока в двусвязный сверхпроводящий контур с учетом краевого барьера

© Н.В. Железина, Г.М. Максимова

Нижегородский государственный университет
E-mail: galina@mail.nnov.ru

Поступило в Редакцию 5 февраля 2002 г.

Представлено аналитическое решение задачи о поведении сверхпроводящего контура, образованного двумя параллельными пленками, в возрастающем во времени магнитном поле. Рассматриваются пленки без объемных неоднородностей, вход вихрей в которые регулируется краевым барьером (Бина–Ливингстона или геометрическим). Впервые установлено, что мейсснеровское состояние может реализоваться в двух режимах: классическое мейсснеровское состояние в области полей $0 \leqslant H \leqslant H_s$ (H_s — поле входа первого вихря) и мейсснеровское состояние в интервале $H_s \leqslant H \leqslant H_c$, при котором образовавшиеся на внешних краях пленок вихри проникают в полость. В полях $H \geqslant H_c$ проникновение магнитного потока сопровождается образованием смешанного состояния в пленках. Впервые получены выражения для индуктивности сверхпроводящего контура во всем диапазоне полей.

Изучению проникновения магнитного потока в сверхпроводящие образцы простой геометрии (пластины, цилиндры, пленки, диски) посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ (см., например, [1–8]). Было показано, в частности, что вход вихрей в толстые пленки ($d \gg \lambda$; d —толщина пленки, λ — лондоновская глубина) с прямоугольным сечением контролируется геометрическим барьером [5]. Для тонких пленок ($d \ll \lambda$) с ровными краями структура смешанного состояния, возникающего в сверхпроводнике, определяется барьером Бина–Ливингстона [6,7].

В последнее время проявился интерес к изучению сверхпроводящих образцов с транспортным током, конфигурация которых является более сложной. Так, например, в работах [9,10] рассматривалась задача о проникновении вихрей в пленки с транспортным током, окруженные магнитными экранами с высокой магнитной проницаемостью. Было

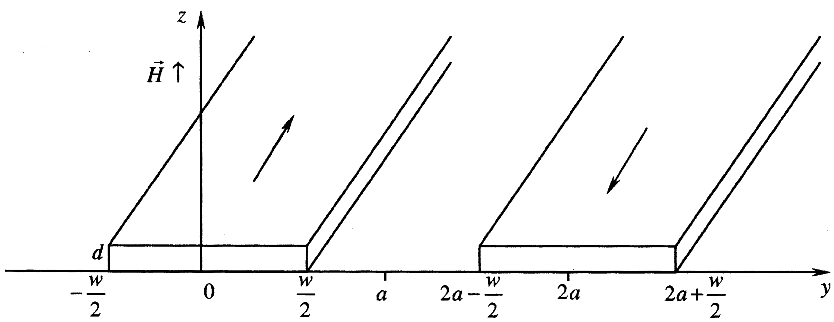

Рис. 1. Пленочное кольцо (пленки замыкаются при $x \to \pm\infty$) в перпендикулярном магнитном поле. Стрелками указано направление экранирующего тока.

показано, что при определенной геометрии влияние магнитного окружения проявляется в увеличении критического тока пленки. Авторы работы [11] установили, что в тонкой пленке, содержащей $2N$ продольных разрезов, критический ток увеличивается в $(N+1)^{1/2}$ раз по сравнению со сплошной пленкой той же ширины.

Одной из наиболее удобных для экспериментальных исследований является конфигурация двух полосок, замыкающихся на больших расстояниях и образующих, таким образом, замкнутый контур [12]. Так, в ряде работ (см., например, [13]) было показано, что на контурах, образованных двумя параллельными мостиками из сверхпроводников второго рода, можно наблюдать эффект Мерсеро — периодическую зависимость суммарного критического тока от внешнего магнитного поля. В недавней работе [14] модель двух полосок привлечена к интерпретации экспериментов Хюбнера с соавторами [15,16].

В данном письме будет представлено точное решение задачи о проникновении магнитного потока в сверхпроводящую линию, состоящую из двух полосок без объемных неоднородностей и помещенную во внешнее перпендикулярное магнитное поле (рис. 1). Рассматриваемые полоски представляют собой тонкие пленки толщиной d и шириной w $(d \ll w)$ с прямоугольным сечением. Концы пленок замыкаются при $x \to \pm\infty$. Расстояние между центрами полосок равно $2a$. Магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ перпендикулярно плоскости пленок.

Распределение плотности тока $i(y)$ и плотности вихрей $n(y)$ в пленках находится из решения уравнения, справедливого для широких пленок ($w \gg \lambda_\perp$, $\lambda_\perp = 2\lambda^2/d$) вдали от краев:

$$\int\limits_{-w/2}^{w/2} \frac{i(t)dt}{t-y} + \int\limits_{2a-w/2}^{2a+w/2} \frac{i(t)dt}{t-y} = \frac{c}{2}(H - n\Phi_0), \tag{1}$$

где Φ_0 — квант потока, c — скорость света. Будем считать, что пленки охлаждены до свехпроводящего состояния в нулевом магнитном поле, после чего поле включается. С увеличением магнитного поля H проникновение магнитного потока происходит в три этапа.

1. $0 \leqslant H \leqslant H_s$.

Магнитный поток не проникает в сверхпроводящий контур и пленки, которые находятся в мейсснеровском состоянии. Распределение плотности тока может быть найдено с учетом симметрии функции $i(y) = -i(2a - y)$ из (1) методом обращения интеграла типа Коши. Для определенности всюду ниже будем рассматривать левую пленку (рис. 1). Вводя переменную $u = (a - y)^2$, получим из (1):

$$i(u) = \frac{cH}{2\pi} \cdot \frac{\alpha^2(1 - f(t)) - u}{\sqrt{(\alpha^2 - u)(u - \beta^2)}}, \quad \beta^2 + 2\beta\delta \leqslant u \leqslant \alpha^2 - 2\alpha\delta, \tag{2}$$

где $\alpha = (a + w/2)$, $\beta = (a - w/2)$, $\delta = \max(\lambda_\perp, d)$, $t = \beta/\alpha$, $f(t) = E(t)/K(t)$, $K(t)$ и $E(t)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно. (Распределение плотности тока в правой пленке отличается от (2) знаком). Если пленки контактируют ($t \approx 0$), то, как следует из (2):

$$i(y) = \frac{cH}{2\pi} \frac{y - w/2}{\sqrt{(y + w/2)(3w/2 - y)}}, \quad -\frac{w}{2} \leqslant y \leqslant \frac{3w}{2}, \tag{3}$$

что соответствует плотности тока в пленке шириной $2w$, помещенной в поперечное магнитное поле. Для пленок, находящихся на больших расстояниях $a \gg w/2(t \to 1)$, плотность тока распределена по ширине симметрично:

$$i(y) = \frac{cH}{2\pi} \frac{a}{\ln(w/4a)} \frac{1}{\sqrt{(w^2/4 - y^2)}}, \quad -\frac{w}{2} \leqslant y \leqslant \frac{w}{2}. \tag{4}$$

Суммарный магнитный поток Φ_1 в полости при этом равен нулю: $\Phi_1 = \Phi_H + \Phi_k = 0$, где $\Phi_H = 2\beta H$ —поток, создаваемый внешним полем, Φ_k — поток, создаваемый мейсснеровскими токами (2) контура. С помощью (2) находим полный ток I_1 и соответственно индуктивность рассматриваемой системы в этом состоянии:

$$L_1 = \frac{\Phi_k}{I_1} = \frac{8tK(t)}{c}, \quad t = \frac{a - w/2}{a + w/2}. \tag{5}$$

Заметим, что, как следует из (2), абсолютная величина плотности тока на внешних краях полосок превышает соответствующее значение на внутренних краях и растет с увеличением H. При некотором значении магнитного поля $H = H_s$ модуль плотности тока на внешних краях станет равным критическому значению i_s, определяемому соответствующим поверхностным барьером для вхождения вихрей: $i_s = 2\varepsilon_0/\Phi_0$, если вход вихрей обусловлен геометрическим барьером $(d > \lambda)(\varepsilon_0 = \Phi_0 \cdot H_{c1})$ — энергия вихря на единицу длины); если же $d \ll \lambda$, то вход вихрей регулирует барьер Бина–Ливингстона и i_s совпадает с плотностью тока распаривания: $i_s = c\Phi_0/(6\sqrt{3}\pi^2\xi\lambda_\perp)$, ξ — длина когерентности. Таким образом, H_s равно:

$$H_s = \frac{2\pi i_s}{c}\sqrt{\frac{2\delta(1-t^2)}{\alpha}}\,\frac{1}{f(t)}. \tag{6}$$

2. $H_s \leqslant H \leqslant H_c$.

В данном интервале полей происходит квазистатическое проникновение магнитного потока в полость между пленками. Соответствующее распределение плотности тока имеет вид:

$$i(u) = \frac{c}{2\pi}\,\frac{H(\alpha^2 - u) - H_s\alpha^2 f(t)}{\sqrt{(\alpha^2 - u)(u - \beta^2)}}. \tag{7}$$

Смешанное состояние в этом интервале полей не образуется, так как вихри (в силу знакопостоянства $i(y)$) не задерживаются в пленках и «сносятся» мейсснеровскими токами в полость, внутри которой возникает магнитный поток Φ_2:

$$\Phi_2 = 2(H - H_s)\alpha E(t). \tag{8}$$

Вычисляя полный ток, текущий по кольцу, получим индуктивность в рассматриваемом интервале полей:

$$L_2(H) = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{(1 - H_s/H) \cdot E(t) - t}{(1 - f(t) \cdot H_s/H)K(t') - E(t')}, \tag{9}$$

где $t' = \sqrt{1 - t^2}$.

С ростом магнитного поля плотность тока на внутренних концах уменьшается (по модулю) и при $H = H_c$:

$$H_c = H_s \frac{f(t)}{(1 - t^2)}, \tag{10}$$

станет равной нулю. Начиная с этого поля, часть входящих вихрей будет задерживаться в пленках, образуя смешанное состояние.

3. При $H \geqslant H_c$ внутренние области пленок $\beta^2 < u \leqslant \gamma^2$ заняты вихрями, плотность которых равна

$$n(u) = \frac{H}{\Phi_0} \sqrt{\frac{\gamma^2 - u}{\alpha^2 - u}}, \quad \beta^2 < u \leqslant \gamma^2, \tag{11}$$

где $\gamma^2(H)$ определяет границу области, занятой вихрями.

Во внешних областях пленок ($\gamma^2 \leqslant u < \alpha^2$) текут мейсснеровские токи, распределенные с плотностью

$$i(u) = -\frac{cH}{2\pi} \sqrt{\frac{u - \gamma^2}{\alpha^2 - u}}. \tag{12}$$

Вычисляя полный ток и создаваемый им магнитный поток в полости, получим индуктивность в смешанном состоянии:

$$L_3(H) = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{E(\eta, \gamma/\alpha) - q^2 F(\eta, \gamma/\alpha) - t}{\gamma^2/\alpha^2 K(q) - E(q)}, \tag{13}$$

где $q = \sqrt{1 - \gamma^2/\alpha^2}$, $\eta = \arcsin \beta/\gamma$, $F(\varphi, k)$ и $E(\varphi, k)$ — неполные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода соответственно. Граница области, занятой вихрями, $\gamma^2 = (a - b)^2$ находится из условия $i(y = -w/2 + \delta) = i(u = \alpha^2 - 2\alpha\delta) = -i_s$ и определяется выражением:

$$\gamma^2 = \alpha^2 \left(1 - \frac{H_c^2}{H^2}(1 - t^2)\right). \tag{14}$$

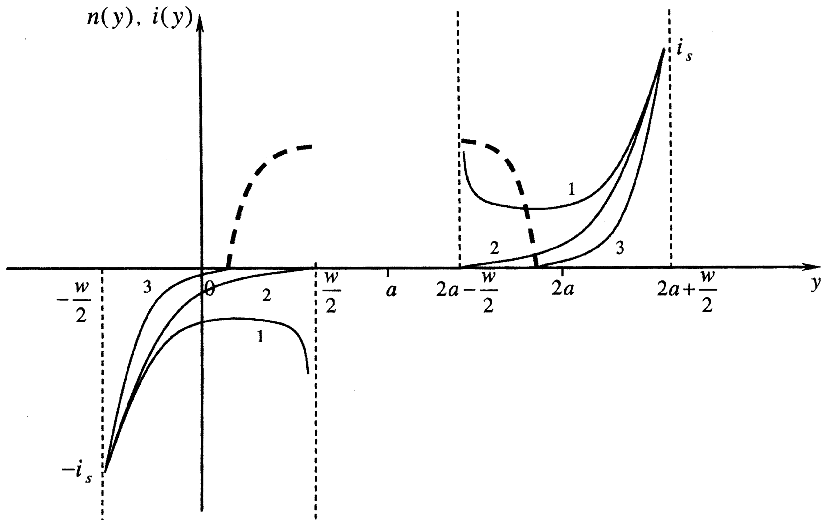

Рис. 2. Распределение плотности тока (линии *1–3*) и плотности вихрей (штриховая линия) в пленках при различных значениях магнитного поля: *1* — $H = H_s$; *2* — $H = H_c$; *3* — $H > H_c$.

С увеличением H эта граница приближается к внешнему краю пленки, достигая его при $H \to \infty$.

Найденные выше распределения плотностей тока и плотности вихрей представлены на рис. 2 при различных значениях магнитного поля.

В работе рассмотрено поведение сверхпроводящего контура в возрастающем во времени магнитном поле. При квазистационарном периодическом изменении магнитного поля H возникает явление гистерезиса: поток Φ внутри полости контура определяется не только величиной H, но и предысторией. Результаты соответствующего рассмотрения будут представлены в более подробной статье. Отметим, что явление гистерезиса, обусловленное проникновением вихрей в сверхпроводящую тонкопленочную структуру (на основе пленок Nb и YBCO) наблюдалось в СКВИДах в диапазоне полей 0.1–10 G [17].

Авторы выражают благодарность И.Л. Максимову за интерес к работе и полезные замечания, а также Дж. Клему и Э.Х. Брандту за информацию о работах [15] и [17].

Работа поддержана грантами РФФИ (№ 01–02–16593), Минпромнауки РФ (проект 107–1 (00)) и Минобразования (Е–00–3.4–331).

Список литературы

[1] *Clem J.R., Hao Z.* // Phys. Rev. B. 1993. V. 48. P. 13 774–13 783.
[2] *Brandt E.H., Indenbom M.V., Forkl A.* // Europhys. Lett. 1993. V. 22. P. 735–740.
[3] *Fisher L.M., Voloshin I.F., Gorbachev V.S.* et al. // Physica C. 1995. V. 245. P. 231.
[4] *Mikheenko P.N., Kuzovlev Yu.E.* // Physica C. 1993. V. 204. P. 229–236.
[5] *Zeldov E., Larkin A., Geshkenbein V.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 1428–1431.
[6] *Максимов И.Л., Елистратов А.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 61. С. 204–208.
[7] *Максимов И.Л., Максимова Г.М.* // Письма в ЖЭТФ. 1997. Т. 65. С. 405–410.
[8] *Maksimova G.M., Vodolazov D.Yu., Maksimov I.L.* // Physica C. 2001. V. 356. P. 67–82.
[9] *Genenko Yu.A., Usoskin A., Freyhardt H.C.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 3045–3048.
[10] *Genenko Yu.A., Snezhko., Freyhardt H.C.* // Phys. Rev. B. 2000. V. 62. P. 3452–3472.
[11] *Mawatari Y., Clem J.R.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 2870–2873.
[12] *Yokosawa K., Kuriki S., Hirano S.* et al. // J. Appl. Phys. 2001. V. 90. P. 4049–4055.
[13] *Головашкин А.И., Левченко И.С., Лыков А.Н.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 565–569.
[14] *Mikitik G.P., Brandt E.H.* // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. P. 092502.
[15] *Risse M.P., Aikele M.G., Doettinger S.G.* et al. // Phys. Rev. B. 1997. V. 55. P. 15 191.
[16] *Aikele M.G., Huebener R.P., Weischer D.* et al. // Physica C. 1997. V. 290. P. 109.
[17] *Sun J.Z., Gallagher W.J., Koch R.H.* // Phys. Rev. B. 1994. V. 18. P. 13 664–13 673.