01;09

Эффекты детерминированного хаоса и странный аттрактор при радиолокации динамической системы типа растительного покрова

© *А.А. Потапов, В.А. Герман*

Институт радиотехники и электроники РАН, Москва
E-mail: potapov@mail.cplire.ru

Поступило в Редакцию 10 января 2002 г.

Проведены эксперименты по обнаружению режима детерминированного хаоса при радиолокации растительного покрова на длине волны 2.2 mm с круговой поляризацией излучения. Обработка отраженных сигналов позволила выявить с помощью корреляционного интеграла странный аттрактор, управляющий радиолокационным рассеянием миллиметровых радиоволн, и измерить его динамические и геометрические характеристики.

Хаотическое поведение динамических систем и фрактальная геометрия в настоящее время привлекают особое внимание многих исследователей в различных областях науки [1–7]. Под динамической системой (ДС) подразумевают объект или процесс, для которого однозначно определено состояние или совокупность некоторых величин в заданный момент времени и задан детерминированный оператор эволюции. Понятие ДС можно распространить на объекты любой природы. В фазовом пространстве систем после затухания переходных процессов можно выделить предельное множество точек, притягивающее фазовые траектории и называемое аттрактором. Существование аттракторов связано со свойством сжатия фазового объема ДС под действием оператора эволюции. Притягивающее множество в фазовом пространстве ДС, которое характеризуется режимом установившихся непериодических колебаний, было названо Д. Рюэлем и Ф. Такенсом странным аттрактором [8]. Странный аттрактор всегда имеет дробную фрактальную размерность D. Важная особенность хаотического движения — чрезвычайная чувствительность к малым изменениям в начальных условиях. Это означает, что две близко расположенные траектории в фазовом пространстве экспоненциально разбегаются во времени.

Количественная оценка скорости разбегания дается в терминах показателей Ляпунова, которые являются полной характеристикой степени сложности хаотического поведения и структуры аттрактора в фазовом пространстве ДС. Самым значимым является максимальный ляпуновский показатель λ_1, положительность которого свидетельствует о существовании хаоса в ДС. Показатель Ляпунова можно задать выражением

$$\lambda = \lim_{\substack{t\to\infty \\ d(0)\to 0}} \left(\frac{1}{t}\right) \log_2 \left[\frac{d(t)}{d(0)}\right]. \tag{1}$$

Здесь норма $d(t) = \left[\sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2(t)\right]^{1/2}$ определяет меру разбегания двух соседних траекторий, т. е. базовой траектории $\mathbf{x}$ и соседней с ней траектории с начальными условиями $\mathbf{x}(0)+\delta\mathbf{x}(0)$. Размерность аттрактора ДС определяется с помощью показателей Ляпунова по формулам Каплана–Йорка, Мори и Янга [9]. Показательно, что геометрия и динамика странных аттракторов тесно связаны: по показателям Ляпунова можно судить о геометрии аттракторов, а измеряя фрактальную размерность D, получить сведения о значениях ляпуновских показателей ДС [10].

С классической точки зрения нерегулярность поведения в природе физического явления обусловлена наличием большого числа степеней свободы. Радиолокационный сигнал, рассеянный земными покровами, моделируется как случайный шумовой процесс. Однако прогресс в теории ДС позволяет рассмотреть более детально эту проблему с других позиций. Теория случайных процессов опирается на эмпирический метод, позволяющий справиться с недостаточной информацией о физических источниках, ответственных за создание изучаемого явления, но эта теория ничего не говорит о причинах случайности. В соответствии с теорией ДС достаточно очень малого числа степеней свободы для создания детерминированного хаоса [11,12]. Идея применения таких моделей для описания радиолокационного отклика очень привлекательна и способствует более глубокому пониманию природы рассматриваемого явления. Появившиеся экспериментальные результаты [13–15] указывают на возможность существования малоразмерного странного аттрактора, определяющего обратное радиолокационное рассеяние от морской поверхности.

В данной работе впервые экспериментально доказано наличие странного аттрактора, управляющего радиолокационным рассеянием миллиметровых радиоволн от растительности, гипотеза о чем была высказана одним из авторов еще в 1997 г. [16]. В качестве исходных экспериментальных данных были использованы результаты из [17], полученные на волне 2.2 mm при круговой поляризации излучения и энергетическом потенциале радиолокатора 140 dB. Угол падения равнялся $\Theta = 0\dots 80^\circ$ при средней скорости ветра 3 m/s. Биометрические характеристики растительности приведены в [17]. Диаграммы принятого сигнала показаны на рис. 1.

Реконструкция аттрактора ДС по одномерному временно́му ряду основана на теореме Ф. Такенса [18]. При реконструкции данного аттрактора по упорядоченным измерениям одной переменной необходимо построить пространство вложения размерности $D' = 2N_0 + 1$, чтобы описать все возможные топологические особенности аттрактора. Величина $N_0 \geqslant \mathrm{int}[D] + 1$ определяет число дифференциальных уравнений первого порядка, необходимых для описания физического поведения исследуемой ДС. Здесь $\mathrm{int}[D]$ — операция выделения целой части D, а D — истинная фрактальная размерность аттрактора. Для оценки размерности аттрактора использовался корреляционный интеграл, определяемый формулой

$$C(r) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{N} H\big(r - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|\big), \qquad (2)$$

где r — размер ячейки разбиения фазового пространства, $N = 50\,000$ — число точек исходной реализации, H — функция Хевисайда, $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}(i\Delta t)$, Δt — временно́й шаг дискретизации.

Корреляционный интеграл фактически есть нормированное на N^2 количество пар точек, расстояние между которыми меньше r. Наклон линейного участка $\ln C(r) = f(\ln r)$ определяет искомое значение размерности D странного аттрактора. При конечной размерности D значение (2) испытывает насыщение. На рис. 2 показаны экспериментальные зависимости $C(r)$ от r для радиолокационных отражений от растительности без шума и с шумом при угле падения 50°, а также для гауссовского процесса. Непосредственно для процесса отражения радиоволн растительностью размерность вложения $D' = 5$. Чем сильнее зашумляется исходная выборка, тем больше величина D'. Когда уровень

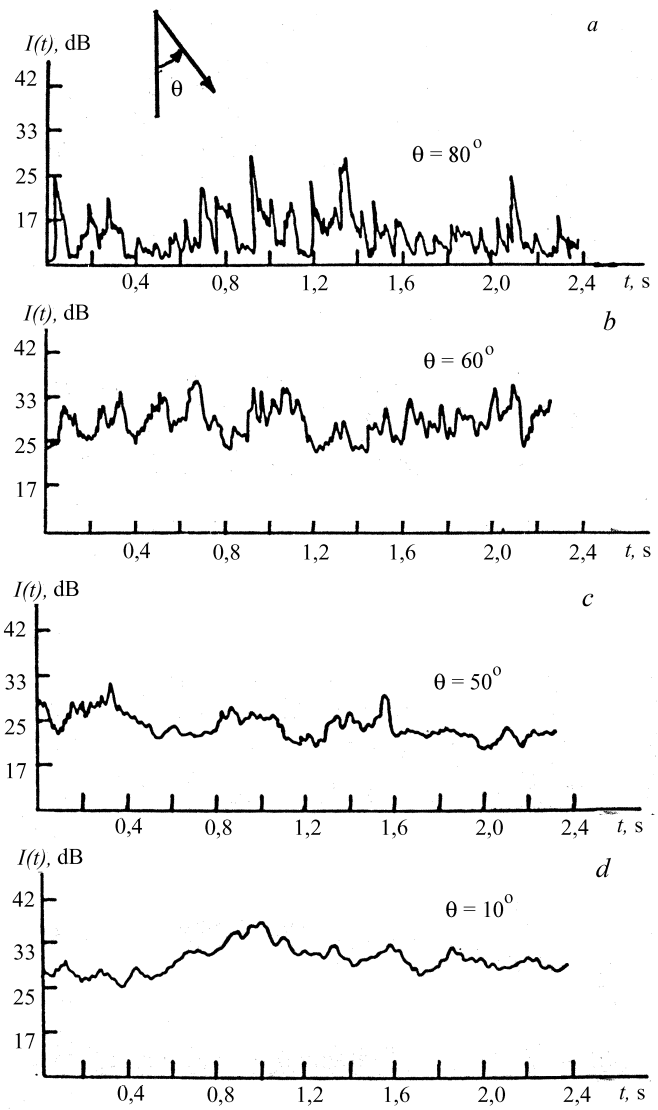

Рис. 1. Флуктуации интенсивности радиоволн 2.2 mm при рассеянии сухим травяным покровом при угле падения $\Theta = 80^\circ$ (*a*), 60° (*b*), 50° (*c*), 10° (*d*).

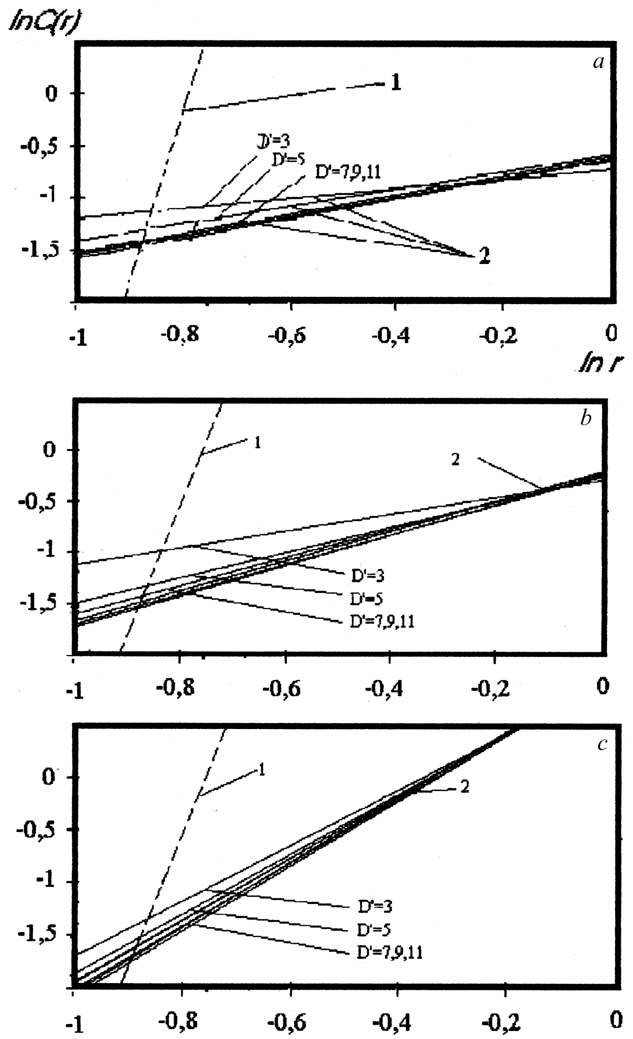

Рис. 2. Зависимость корреляционного интеграла $C\ (r)$ от размера ячейки r для шумового гауссовского процесса (*1*) и радиолокационных отражений от растительности (*2*) при размерности вложения $D' = 3; 5; 7; 9; 11$: *a* — отражение не зашумлено, *b* — уровень шума — 6 dB, *c* — уровень шума — 3 dB.

шума превосходит уровень полезного сигнала, процесс насыщения прекращается. Значение фрактальной размерности странного аттрактора по данным рис. 2 равно $D \approx 1.8$. Корреляционный интеграл $C(r)$ можно также использовать как средство разделения детерминированного хаоса и внешнего белого шума. Для гауссовского шума (рис. 2) нет тенденции к насыщению. Поэтому ему соответствует аттрактор бесконечной размерности. Это различие широко используется при обработке временны́х реализаций неизвестной природы. Основным ограничением в экспериментах при идентификации хаотического процесса на фоне аддитивного шума является отношение сигнал/шум. Минимальное отношение сигнал/шум оказалось равным 0 dB, что значительно отличается от данных [15].

Максимальный показатель Ляпунова вычислялся по формуле (1) с помощью алгоритма [19], модернизированного в [20], и оказался равным $\lambda_1 \geqslant 0.6$ bit/s. Следовательно, если мы измеряем текущие условия с точностью до 1 bit, то потеряем всю предсказательную мощность во времени за 1.7 s. Поэтому интервал предсказания [21] интенсивности отраженного сигнала больше времени корреляции τ примерно в 8 раз ($\tau \approx 210$ ms при скорости ветра 3 m/s [17]).

Таким образом, в данной работе нами впервые экспериментально исследованы характеристики странного аттрактора, возникающего в отраженном растительностью радиолокационном сигнале. Это позволяет синтезировать новые модели рассеяния природными динамическими системами. Результаты показывают, что в данном случае не более 3 независимых переменных необходимо для корректного описания процесса рассеяния радиоволн.

Список литературы

[1] *Дмитриев А.С., Кислов В.Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 278 с.

[2] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1999. 368 с.

[3] *Каток А.Б., Хасселблат Б.* Введение в современную теорию динамических систем. М.: Факториал, 1999. 768 с.

[4] *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.

[5] *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. М.: Мир, 2000. 333 с.

[6] *Табор М.* Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 320 с.
[7] *Управление* риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика / В.А. Владимиров, Ю.А. Воробьев, С.С. Салов и др. М.: Наука, 2000. 431 с.
[8] *Странные* аттракторы / Под ред. Я.Г. Синая, Л.П. Шильникова, М.: Мир, 1981. 256 с.
[9] *Дымников В.П., Филатов А.Н.* Основы математической теории климата. М.: ВИНИТИ, 1994. 252 с.
[10] *Потапов А.А.* // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 6. С. 3–65.
[11] *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 240 с.
[12] *Потапов А.А., Герман В.А.* // Труды VII Всероссийской школы-семинара „Физика и применение микроволн". М.: Изд-во МГУ, 1999. Т. 2. С. 196–197.
[13] *Leung H., Haykin S.* // Appl. Phys. Lett. 1990. V. 56. N 6. P. 593–595.
[14] *Leung H., Lo T.* // IEEE J. Oceanic. Eng. 1993. V. OE-18. N 2. P. 287–295.
[15] *Blacknell D., Oliver C.J.* // J. Phys. D. 1994. V. 27. N 8. P. 1608–1618.
[16] *Потапов А.А.* // Тез. докл. LII научной сессии, посв. Дню радио. М.: РНТО РЭС им. А.С. Попова, 1997. Т. 1. С. 169–170.
[17] *Потапов А.А.* // РЭ. 1991. Т. 36. № 2. С. 239–246.
[18] *Takens F.* // Dynamical Systems and Turbulence / Ed. by D.A. Rang, L.S. Young. Lecture Notes in Mathematics. N.Y.: Springer-Verlag, 1981. V. 898. P. 366–381.
[19] *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A.* // Physica D. 1985. V. 16. N 3. P. 285–317.
[20] *Ланда П.С., Четвериков В.И.* // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 3. С. 433–441.
[21] *Пределы* предсказуемости / Под ред. Ю.А. Кравцова. М.: ЦентрКом, 1997. 256 с.