

05

Гигантская дисперсия критических токов в сверхпроводнике с фрактальными кластерами нормальной фазы

© Ю.И. Кузьмин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург
E-mail: yurk@shuv.ioffe.rssi.ru, iourk@mail.ru

Поступило в Редакцию 19 февраля 2002 г.

Рассматривается влияние фрактальных кластеров нормальной фазы на динамику магнитного потока, захваченного в перколяционном сверхпроводнике. Получены распределение критических токов депиннинга, а также вольт-амперные характеристики фрактальных сверхпроводящих структур в резистивном состоянии для произвольной фрактальной размерности границ кластеров. Найден диапазон значений фрактальной размерности, в котором дисперсия критических токов неограниченно возрастает. Установлено, что фрактальность способствует снижению электрического поля, возникающего при движении магнитного потока и тем самым повышает величину критического тока. В области гигантской дисперсии критических токов следует ожидать достижения максимальной токонесящей способности сверхпроводника.

Одним из способов увеличения критических токов сверхпроводников является создание в их объеме искусственных центров пиннинга. В частности, такими центрами могут служить кластеры нормальной фазы, создаваемые в процессе роста пленки в местах дефектов на границе с подложкой [1–3]. Новые возможности для усиления пиннинга открываются в случае, когда кластеры нормальной фазы имеют фрактальные границы [4–7] (см. также ссылки в [7]). В настоящей работе рассматривается влияние таких фрактальных кластеров на критические токи и вольт-амперные характеристики сверхпроводников в резистивном состоянии.

По своей постановке задача аналогична рассмотренной в работах [6,7]. Сверхпроводник, содержащий включения нормальной фазы столбчатой формы, охлаждается в магнитном поле до температуры ниже критической (в режиме „field-cooling“). В результате магнитный поток захватывается в изолированных друг от друга кластерах нор-

мальной фазы. Далее через образец пропускается транспортный ток в направлении, перпендикулярном ориентации магнитного поля. Считается, что в плоскости, в которой протекает электрический ток, сформирован перколяционный сверхпроводящий кластер. При увеличении транспортного тока захваченный поток будет оставаться неизменным до тех пор, пока не начнется срыв вихрей с кластеров, у которых сила пиннинга меньше силы Лоренца, создаваемой током. При этом вихри будут пересекать сверхпроводящее пространство по слабым связям, соединяющим между собой кластеры нормальной фазы. Такие слабые связи особенно легко образуются на различных структурных дефектах в высокотемпературных сверхпроводниках, для которых характерна малая длина когерентности. В обычных низкотемпературных сверхпроводниках слабые связи могут формироваться вследствие эффекта близости в местах, где дистанция между соседними кластерами минимальна.

Таким образом, независимо от своей природы слабые связи образуют каналы для транспорта вихрей. В соответствии с их конфигурацией каждый кластер нормальной фазы дает свой вклад в полное распределение критических токов депиннинга. Геометрико-вероятностный анализ влияния распределения точек входа в слабые связи на критические тока кластеров сделан в работе [7]. При постепенном увеличении транспортного тока вихри будут в первую очередь срывать с кластеров, обладающих меньшей силой пиннинга и соответственно меньшим критическим током. Следовательно, изменение захваченного магнитного потока $\Delta\Phi$ пропорционально числу всех кластеров нормальной фазы, критический ток которых меньше заданной величины I . Поэтому относительное изменение потока равно вероятности того, что критический ток I' любого случайно выбранного кластера меньше заданной верхней границы I :

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = \int_0^I f(I') dI', \quad (1)$$

где $f(I)$ — плотность вероятности распределения критических токов депиннинга.

С другой стороны, магнитный поток, захваченный в отдельном кластере, пропорционален его площади A , поэтому изменение суммарного захваченного потока зависит от распределения площадей кластеров нормальной фазы. Таким образом, чтобы выяснить, как транспортный

ток влияет на захваченный магнитный поток, надо найти связь между распределениями критических токов кластеров и их площадей. Эта задача была решена в работе [8] для общего случая гамма-распределения площадей кластеров с фрактальными границами:

$$w(a) = \frac{(g+1)^{g+1}}{\Gamma(g+1)} a^g \exp[-(g+1)a], \quad (2)$$

где $w(a)$ — плотность вероятности распределения площадей кластеров, $a \equiv A/\bar{A}$ — безразмерная площадь кластера, \bar{A} — средняя площадь кластера, $g > -1$ — параметр гамма-распределения, определяющий среднеквадратичное отклонение площади кластера $\sigma_a = 1/\sqrt{g+1}$, $\Gamma(v)$ — гамма-функция Эйлера. Распределение критических токов в этом случае имеет вид:

$$f(i) = \frac{2G^{g+1}}{D\Gamma(g+1)} i^{-\frac{2}{D}(g+1)-1} \exp\left(-Gi^{-\frac{2}{D}}\right), \quad (3)$$

где

$$G \equiv \frac{\theta^{\frac{2}{D}(g+1)+1}}{\left[\theta^{g+1} - \frac{D}{2} \exp(\theta)\Gamma(g+1, \theta)\right]^{\frac{2}{D}}}, \quad \theta \equiv \frac{D}{2} + g + 1,$$

$\Gamma(v, z)$ — дополнительная неполная гамма-функция, $i \equiv I/I_c$ — безразмерный электрический ток, $I_c = \alpha[(g+1)/(G\bar{A})]^{D/2}$ — критический ток перехода в резистивное состояние, D — фрактальная размерность периметра кластера. Фрактальная размерность определяет скейлинг периметра-площади:

$$P^{1/D} \propto A^{1/2} \quad (4)$$

где P — периметр кластера с площадью A . Соотношение (4) согласуется с обобщенной теоремой Эвклида, согласно которой отношения соответствующих геометрических мер равны, если они приведены к одинаковой размерности [9].

В частном случае, при $g = 0$, гамма-распределение (2) сводится к экспоненциальному $w(a) = \exp(-a)$, для которого $\bar{a} = \sigma_a = 1$. Такое распределение площадей кластеров нормальной фазы с фрактальными границами реализуется в пленочных структурах на основе YBCO и подробно рассмотрено в работах [6,7].

Найденная функция распределения критических токов (3) дает полное описание воздействия транспортного тока на захваченный магнитный поток. Используя соотношение (1), по ней можно найти плотность вихрей n , сорванных с центров пиннинга током i :

$$n(i) = \frac{B}{\Phi_0} \int_0^i f(i') di' = \frac{B}{\Phi_0} \frac{\Gamma(g+1, Gi^{-2/D})}{\Gamma(g+1)}, \quad (5)$$

где B — магнитное поле, $\Phi_0 \equiv hc/(2e)$ — квант магнитного потока (h — константа Планка, c — скорость света, e — заряд электрона). Интеграл в правой части уравнения (5) дает функцию накопленной вероятности, являющуюся мерой количества кластеров, критический ток которых не превышает заданного значения i .

На рис. 1 показано, как фрактальная размерность границ кластеров влияет на распределение критических токов. Из сравнения кривых (1) и (3) видно, что увеличение фрактальной размерности приводит к значительному уширению „хвоста“ распределения $f = f(i)$. Этот эффект становится заметнее при меньших значениях параметра гамма-распределения g .

В диапазоне токов $i > 1$ движение магнитного потока приводит к появлению электрического напряжения на образце, и он переходит в резистивное состояние. Наличие конечного сопротивления ведет к тому, что протекание тока сопровождается рассеянием энергии. Как и для любого жесткого сверхпроводника (II-рода, с центрами пиннинга), наличие диссипации в резистивном состоянии еще не означает нарушения фазовой когерентности. Сверхпроводящее состояние разрушается лишь тогда, когда диссипация лавинообразно нарастает вследствие развития термомагнитной неустойчивости.

В резистивном состоянии сверхпроводник адекватно описывается своей вольт-амперной характеристикой. По фрактальному распределению критических токов (3) можно найти электрическое поле, которое возникает при движении магнитного потока после срыва вихрей с центров пиннинга. Поскольку каждый кластер нормальной фазы вносит свой вклад в суммарное распределение критических токов, напряжение на сверхпроводнике $V = V(i)$ является интегральным откликом на

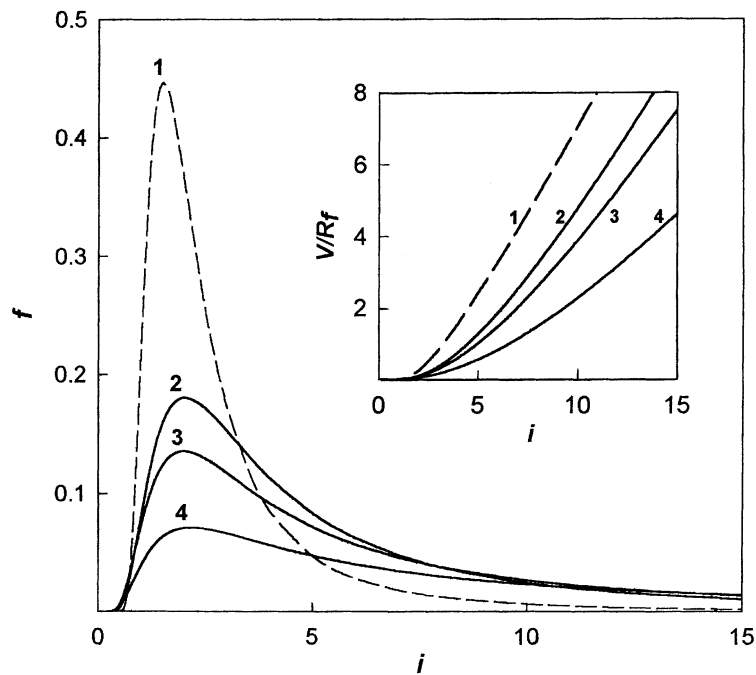


Рис. 1. Влияние фрактальной размерности и параметра гамма-распределения g на распределение критических токов. Пунктиром показаны зависимости для евклидовых кластеров ($D = 1$), сплошной линией — для кластеров с максимально-фрактальными границами ($D = 2$). 1 — $D = 1, g = 0$; 2 — $D = 2, g = 0.5$; 3 — $D = 2, g = 0$; 4 — $D = 2, g = -0.5$. На вставке показаны соответствующие вольт-амперные характеристики.

сумму воздействий каждого из кластеров:

$$V = R_f \int_0^i (i - i') f(i') di', \quad (6)$$

где R_f — сопротивление течения потока. Подобное представление для напряжения на образце часто используется при рассмотрении пиннинга связок вихревых нитей в сверхпроводнике [10], при анализе критическо-

го скэйлинга вольт-амперных характеристик [11], т.е. во всех случаях, где имеется распределение критических токов депиннинга. В последующем изложении мы сосредоточимся на следствиях, вытекающих из свойств фрактального распределения (3), и не будем рассматривать вопросы, связанные с возможной зависимостью сопротивления течения потока R_f от транспортного тока.

После подстановки функции распределения (3) в интеграл свертки (6) с последующим интегрированием напряжение на образце может быть записано в окончательном виде:

$$\frac{V}{R_f} = \frac{1}{\Gamma(g+1)} \left[i \Gamma\left(g+1, Gi^{-\frac{2}{b}}\right) - G^{\frac{b}{2}} \Gamma\left(g+1 - \frac{D}{2}, Gi^{-\frac{2}{b}}\right) \right]. \quad (7)$$

Вольт-амперные характеристики сверхпроводника с фрактальными кластерами нормальной фазы, рассчитанные по формуле (7), представлены на вставке рис. 1. Следует отметить, что подобные вольт-амперные характеристики наблюдались в режиме фрактальной диссипации в экспериментах по измерению динамического сопротивления композитов ВРСССО, содержащих включения серебра [5]. Заметное падение напряжения на образце для всех значений фрактальной размерности начинается со значения транспортного тока $i = 1$, что совпадает с током перехода в резистивное состояние, найденным в работе [6] по функции накопленной вероятности распределения критических токов. При меньших токах захваченный поток практически не меняется, так как отсутствуют центры со столь малыми токами депиннинга. Из графика на вставке рис. 1 видно, что фрактальность существенно снижает электрическое поле, возникающее в сверхпроводнике при движении магнитного потока, причем этот эффект усиливается при уменьшении параметров g . Причина этого явления в свойствах экспоненциально-гиперболического распределения (3). Из рис. 1 видно, как при увеличении фрактальной размерности расплывается распределение критических токов, сдвигаясь в сторону их больших значений. В то же время полная площадь под кривой $f = f(i)$ остается неизменной, поскольку плотность вероятности (3) нормирована на единицу на всем интервале возможных положительных значений критических токов. Это означает, что в игру вовлекается все больше и больше кластеров, которые наиболее эффективно захватывают магнитный поток. Вследствие этого снижается количество вихрей, срываемых силой Лоренца с центров пиннинга; и меньшая часть магнитного потока обретает способность

двигаться, создавая при этом соответственно электрическое поле меньшей величины. В свою очередь, чем меньше электрическое поле, тем меньше будет рассеиваться энергии при пропускании транспортного тока; а снижение тепловыделения, которое могло бы вызвать переход в нормальное состояние, ведет к повышению критического тока для сверхпроводника, содержащего такие фрактальные кластеры. Наибольшая токонесящая способность достигается при уменьшении параметра g , когда кластеры малых размеров, имеющие наибольшие критические токи, вносят максимальный вклад в результирующее распределение.

Это перераспределение вероятности, происходящее при изменении фрактальной размерности, характеризуется мерой разброса критических токов — их среднеквадратичным отклонением

$$\sigma_i = G^{\frac{D}{2}} \sqrt{\frac{\Gamma(g+1-D)}{\Gamma(g+1)} - \left[\frac{\Gamma(g+1-D/2)}{\Gamma(g+1)} \right]^2}.$$

Зависимость среднеквадратичного отклонения критических токов от фрактальной размерности имеет ярко выраженный суперлинейный характер (рис. 2). При $g < 1$ существует диапазон значений фрактальной размерности $D \geq g+1$, где дисперсия критических токов неограниченно возрастает. Эта область гигантской дисперсии показана на рисунке штриховкой. В теории вероятностей известны распределения с бесконечной дисперсией — классическим примером является распределение Коши [12]. Однако такое свойство экспоненциально-гиперболического распределения (3) представляет особый интерес, поскольку рост дисперсии ведет к увеличению критических токов. Статистическое распределение с гигантской дисперсией имеет чрезвычайно широкий „хвост“, в котором содержатся вклады от кластеров, обладающих большими токами депиннинга. К настоящему моменту наименьшее значение параметра g (равное нулю) реализовано в композитах на основе YBCO с экспоненциальным распределением площадей кластеров нормальной фазы [3]. Пленки с такими кластерами обладают повышенной токонесящей способностью. В сверхпроводниках с кластерами нормальной фазы, распределение площадей которых характеризуется значениями параметра g в диапазоне $g \leq D-1$, можно ожидать дополнительного увеличения критических токов.

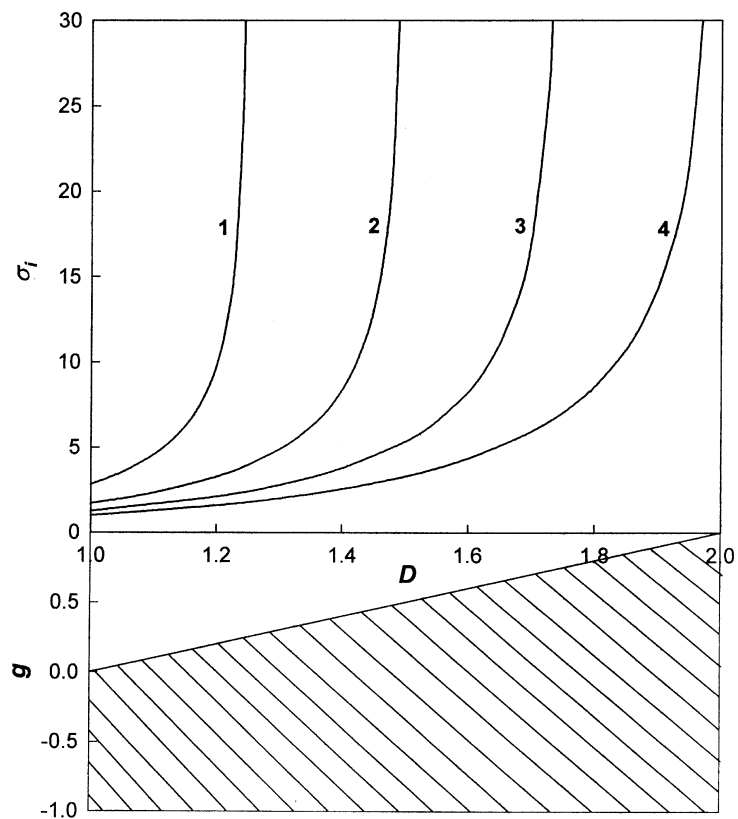


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения критических токов от фрактальной размерности границ кластеров нормальной фазы для различных значений параметра гамма-распределения g : 1 — $g = 0.25$; 2 — $g = 0.5$; 3 — $g = 0.75$; 4 — $g = 1$. Штриховкой показана область гигантской дисперсии критических токов при $D \geq g + 1$.

Таким образом, фрактальные свойства кластеров нормальной фазы оказывают значительное влияние на динамику захваченного в сверхпроводнике магнитного потока. В основе этого явления лежит радикальное изменение распределения критических токов при увеличении фрак-

тальной размерности границ кластеров. Наиболее важным результатом является то, что фрактальность границ кластеров нормальной фазы усиливает пиннинг и тем самым замедляет разрушение сверхпроводимости транспортным током. Это открывает принципиально новые возможности для повышения критических токов композитных сверхпроводников путем оптимизации их геометрико-морфологических свойств.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 01–02–17048).

Список литературы

- [1] Mezzetti E., Gerbaldo R., Ghigo G., Gozzelino L., Minetti B., Camerlingo C., Monaco A., Cuttone G., Rovelli A. // *Phys. Rev. B*. 1999. V. 60. N 10. P. 7623–7630.
- [2] Higuchi T., Yoo S.I., Murakami M. // *Phys. Rev. B*. 1999. V. 59. N 2. P. 1514–1527.
- [3] Кузьмин Ю.И., Плешаков И.В., Разумов С.В. // *ФТТ*. 1999. Т. 41. № 10. С. 1739–1742.
- [4] Surdeanu R., Wijngaarden R.J., Dam B., Rector J., Griessen R., Rossel C., Ren Z.F., Wang J.H. // *Phys. Rev. B*. 1998. V. 58. N 18. P. 12 467–12 477.
- [5] Prester M. // *Phys. Rev. B*. 1999. V. 60. N 5. P. 3100–3103.
- [6] Kuzmin Yu.I. // *Phys. Lett. A*. 2000. V. 267. N 1. P. 66–70.
- [7] Kuzmin Yu.I. // *Phys. Rev. B*. 2001. V. 64. N 9. P. 094519(1–13).
- [8] Kuzmin Yu.I. // *Phys. Lett. A*. 2001. V. 281. N 1. P. 39–43.
- [9] Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: Freeman, 1982.
- [10] Warnes W.H., Larbalestier D.C. // *Appl. Phys. Lett.* 1986. V. 48. N 20. P. 1403–1405.
- [11] Brown B. // *Phys. Rev. B*. 2000. V. 61. N 5. P. 3267–3269.
- [12] Худсон Д. *Статистика для физиков*. М.: Мир, 1970.