01;07

О фокусировке сферической рентгеновской волны при обратном рассеянии кристаллом, изогнутым в форме параболического цилиндра

© *Т. Чен*

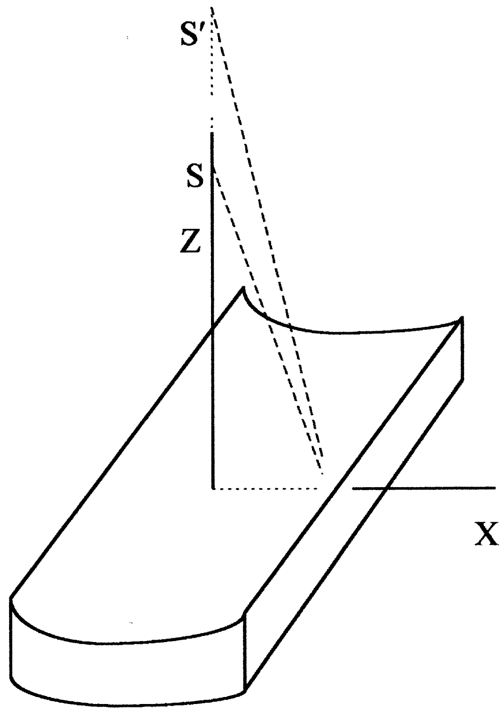
Московская государственная академия
тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова
E-mail: docent65@mtu-net.ru, ttchen@e-mail.ru

Поступило в Редакцию 16 июля 2001 г.
В окончательной редакции 19 ноября 2001 г.

Теоретически исследуется фокусировка сферической рентгеновской волны при обратном брэгговском отражении от кристалла, одноосно изогнутого в форме параболического цилиндра. На основе геометрической оптики получена аналитическая формула для размера поверхности кристалла, участвующей в обратном дифракционном отражении. Проанализирована формула для распределения интенсивности вблизи фокуса. Проведено ее сравнение с ранее существовавшим в теории выражением.

Обратное рассеяние рентгеновского излучения ($\theta_B = \pi/2$) при брэгговской дифракции на изогнутом кристалле отличается от „обычной“ дифракции ($\theta_B \neq \pi/2$) тем, что размер $2\Delta\theta \sim 2|\chi_{hr}|^{1/2}$ области полного отражения на 2–3 порядка больше. Здесь θ_B — брэгговский угол, χ_{hr} — фурье-компонента рентгеновской поляризуемости. Примерно во столько же раз возрастает светосила отраженного пучка. Кроме того, геометрические аберрации при обратном рассеянии минимизированы из-за нормального падения волны на кристалл. Указанные выше преимущества обратного рассеяния объясняют интерес к нему со стороны некоторых авторов [1–3].

В настоящей работе, используя геометрооптические представления, нами получено аналитическое выражение для нахождения размера области на поверхности изогнутого кристалла, дифракционно отражающей сферическую волну в обратном направлении. Кроме того, впервые



Принципиальная схема фокусировки сферической волны при обратном рассеянии цилиндрически изогнутым кристаллом: S — точечный источник, S' — его изображение.

получено аналитическое выражение для интенсивности вблизи фокуса, учитывающее члены $\sim x^4$ в фазе отраженной волны.

Рассмотрим одноосно-изогнутый с радиусом изгиба R_x кристалл (см. рисунок). Обозначим угол между произвольным лучем, падающим на кристалл в точке с координатами $(x, z \approx x^2/2R_x)$, и осью X через φ_{0x}. Угол между отраженным лучом и осью Z обозначим φ_{0z}. Тогда при обратном рассеянии:

$$\cos\varphi_{0x} \cong x/L_0 - x^3(1 - L_0/R_x)/2L_0^3, \qquad (1)$$
$$\cos\varphi_{0z} \cong -1 + x^2/2L_0^2 + x^4(1/R_x - 3/4L_0)/2L_0^3.$$

Учтем, что $\mathbf{k}_0 + \mathbf{h} = \mathbf{k}_h$, $k_0^2 = k_h^2 = k^2$, $h_0 = 2k \sin\theta_B$, $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 - \nabla(\mathbf{h}_0\mathbf{u})$, $\mathbf{h}_0$ и $\mathbf{h}$ — векторы обратной решетки неизогнутого и изогнутого кристаллов соответственно, $\mathbf{u}(-xz/R_x,\ 0,\ x^2/2R_x)$ — вектор смещения отражающих плоскостей кристалла при упругом изгибе, $\mathbf{k}_{0,h}$ — волновые векторы падающей и дифрагированной волн.

Тогда для угловой полуширины кривой брэгговского отражения находим:

$$\Delta\theta = \big|2x^2/R_xL_0 + x^2/L_0^2 + x^2/R_x^2 + x^4/2R_x^2L_0^2 - 3x^4/4L_0^4 - x^4/R_x^3L_0 - 3x^4/4R_x^4\big|^{1/2}. \tag{2}$$

Анализ выражения (2) для случая плоской волны ($L_0 \gg R_x$) дает:

$$\Delta\theta = |x^2/R_x^2 - 3x^4/4R_x^4|^{1/2}. \tag{3}$$

При $x^2/R_x^2 \ll 1$ из (3) получим, что размер области обратного дифракционного отражения плоской волны:

$$x_{pl} \approx R_x\Delta\theta \approx R_x|\chi_{hr}|^{1/2}. \tag{4}$$

Видно, что при этом светосила дифрагированного пучка в $|\chi_{hr}|^{-1/2}$ раз больше, чем при $\theta_B \neq \pi/2$. Заметим, что аналогичный геометрооптический подход к рассмотрению брэгговского отражения использовался в [4].

Исследуем теперь вопрос о распределении интенсивности в непосредственной окрестности изображения источника (фокуса). Заметим, что наряду с изгибом кристалла, при котором отражающая поверхность изгибается в форме параболического цилиндра ($z \approx x^2/2R_x$), возможен и другой способ изгиба. Кристалл может быть изогнут с удержанием отражающей поверхности плоской ($z \approx 0$, см. [5]). В настоящей работе будет использована первая модель изгиба.

Исходя из геометрических соображений найдем:

$$\begin{aligned} L_{0,h}(x) = L_{0,h(0)}[1 &+ x\sin\varphi_{0,h}L_{0,h(0)} + x^2\alpha_{0,h}/2L_{0,h(0)} \\ &- x^3\sin\varphi_{0,h}\cos^2\varphi_{0,h}/2L_{0,h}^3 + x^3\sin\varphi_{0,h}\cos\varphi_{0,h}/2L_{0,h(0)}^2R_x \\ &- x^4/8L_{0,h(0)}^4 + x^4\sin^2\varphi_{0,h}/8R_x^2L_{0,h(0)}^2 + x^4\cos\varphi_{0,h}/4L_{0,h(0)}^3R_x \\ &+ 3x^4\sin^2\varphi_{0,h}\{1/L_{0,h} - \cos\varphi_{0,h}/R_x\}/4L_{0,h}^3. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\cos\varphi_{0,h}$ — направляющие косинусы падающей и дифрагированной волн, $L_{0,h(0)}$ — „безаберрационные" расстояния от источника сферической волны до кристалла и от кристалла до изображения соответственно;

$$\alpha_{0,h} = \cos^2\varphi_{0,h}/L_{0,h(0)} - \cos\varphi_{0,h}/R_x. \tag{6}$$

Рассмотрим симметричное обратное рассеяние ($\varphi_0 = \varphi_h = \pi/2 - \theta_B$). Учтем в (5) члены четвертого порядка только для дифрагированной волны. Используя динамическую теорию дифракции рентгеновского излучения в упруго-изогнутых кристаллах [5–7], найдем интенсивность дифрагированной волны вблизи точки ξ_p в непосредственной окрестности фокуса:

$$I_h(\xi_p) \sim \Big|\varkappa^2 C\chi_{hr}\sigma_h(8\pi^{3/2}R_x^2\sin^2 2\theta_B)^{-1}$$
$$\times \int dy R(y)\exp(-iy^2\sigma_h^2/2\varkappa\alpha_0)\int dx \exp\Big[i\varkappa\{\xi_p x/L_{h(0)}$$
$$- y\sigma_h x/\varkappa + \alpha_h x^2/2 + x^4(1/R_x - 1/2L_0)/4L_0^2\}\Big]\Big|^2. \tag{7}$$

Здесь $\varkappa = 2\pi/\lambda$, C — поляризационный фактор, $\sigma_h = \varkappa\chi_h/2\cos\theta_B$, λ — длина волны падающего излучения, $R(y)$ — амплитудный плосковолновой коэффициент отражения, y — нормированная угловая переменная [8].

Интеграл по x в (7) есть интеграл Пирси [9]. Тогда окончательно для интенсивности получим:

$$I_h(\xi_p) \sim 4\Big|\Phi(\varkappa A_4)^{-1/4}R(y\approx 0)I_p^{y\approx 0}(A_1, A_2)\Big|^2, \tag{8}$$

где Φ — множитель в (7), стоящий перед интегралом по y,

$$I_p(A_1, A_2) = \int \exp\big[i(A_2 t + A_1 t^2 + t^4)\big]dt \ \text{ — интеграл Пирси,}$$

$$A_1 = \varkappa\alpha_h/\{2(\varkappa A_4)^{1/4}\}, \qquad A_2 = [\varkappa\xi_p/L_{h(0)} - y\sigma_h/\varkappa]/\{\varkappa A_4\}^{1/4}, \tag{9}$$
$$A_4 = (1/R_x - 1/2L_0)/4L_0^2.$$

В следующих случаях при $L_0 = R_x/2$, а также, если не учитывать члены $\sim x^4$, из (7) после взятия интеграла по x и по y и с учетом геометрического условия фокусировки $\alpha_0 + \alpha_h = 0$ получаем:

$$I_h(\xi_p) \sim \left|\Phi \times J_1(\xi_p\sigma_h/\alpha_h L_{h(0)})/(\xi_p\sigma_h/\alpha_h L_{h(0)})\right|^2 \Theta(\xi_p/\alpha_h L_{h(0)}), \qquad (11)$$

где $J_1(t)$ — функция Бесселя первого порядка действительного аргумента, $\Theta(q)$ — ступенчатая функция Хевисайда. Формула (11) совпадает с результатом, полученным авторами [10].

Список литературы

[1] *Kohra K., Matsushita M.* // Z. Naturforsh. 1972. V. 27A. P. 484.
[2] *Caticha A., Caticha-Ellis S.* // Phys. Rev (B). 1982. V. 25. P. 971.
[3] *Кушнир В.И., Суворов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 48. В. 2. С. 109–111.
[4] *Чен Т., Бушуев В.А., Кузьмин Р.Н.* // ЖТФ. 1990. В. 10. С. 60–63.
[5] *Габриелян К.Т., Чуховский Ф.Н., Пинскер З.Г.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. В. 1. С. 3–11.
[6] *Chukhovskii F.N., Gabrielyan K.T., Petrashen' P.V.* // Acta Cryst. 1978. A34. P. 610–621.
[7] *Чуховский Ф.Н.* // Металлофизика. 1981. Т. 3. В. 5. С. 3–30.
[8] *Пинскер З.Г.* Рентгеновская кристаллооптика. М.: Наука, 1982. 392 с.
[9] *Pearsey T.* // Philos. Mag. 1946. V. 37. P. 311.
[10] *Габриелян К.Т., Чуховский Ф.Н., Пискунов Д.И.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. В. 3 (9). С. 834–846.