

07

## Формирование оптических вихрей в процессе дифракции света на диэлектрическом клине

© В.Г. Шведов, Я.В. Издебская, А.Н. Алексеев, А.В. Воляр

Таврийский государственный университет им. В.И. Вернадского,  
Симферополь

Поступило в Редакцию 16 октября 2001 г.

Теоретически и экспериментально показано, что в дальнем поле дифракции фундаментального гауссова пучка на краю диэлектрического клина формируется цепочка оптических вихрей. Найдены условия фазового синхронизма, при которых рождается единичный оптический вихрь идеальной формы. Для описания характера искажения вихрей разработан математический подход, аналогичный формализму вектор-столбцов Джонса для состояния поляризации света. Обнаружено, что зависимость степени эллиптичности вихря от угла клина и радиуса перетяжки гауссова пучка имеет выраженный пик, соответствующий условию синхронизации фаз. Приведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов. Экспериментально полученное значение степени эллиптичности вихря  $Q = 0.93$  при дифракционной эффективности 0.98 свидетельствует о перспективности использования данного метода в реальных волоконно-оптических датчиках физических величин на основе оптических вихрей.

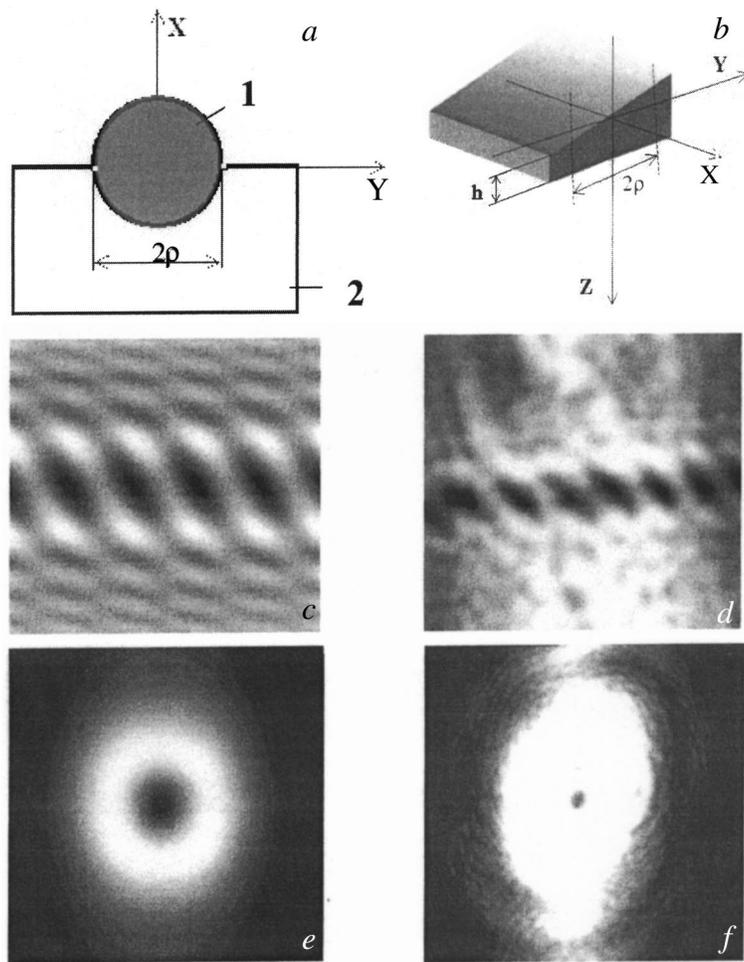
Проблема использования оптических вихрей в высокочувствительных датчиках физических величин и других оптических устройствах прежде всего предполагает разработку эффективных способов генерации сингулярных пучков. Известны, по крайней мере, два метода получения полей с фазовой сингулярностью типа чисто винтовая дислокация (или оптический вихрь [1]). Первый метод внутри резонаторной генерации оптических вихрей основан на введении в лазерный резонатор определенного типа селективных потерь, за счет чего, например, из  $TEM_{01}$ -моды выделяется тороидальная мода (doughnut mode) типа  $TEM_{01}$  с правым или левым геликоидальным волновым фронтом [2]. Второй способ использует дифракцию фундаментального гауссова пучка на компьютерно-синтезированных голограммах [3]. Первый метод по-

звонят получать сингулярные пучки практически любой интенсивности, но их качество существенно зависит от юстировки лазерного резонатора. Фактически сингулярный пучок почти идеальной формы формируется только вблизи порога генерации и поэтому оказывается весьма неустойчивым. Второй метод позволяет формировать сингулярный пучок практически идеальной формы, но его дифракционная эффективность не превышает 1–3%.

С другой стороны, уже имеются экспериментальные [4] и теоретические [5,6] работы, указывающие на возможность формирования единичных оптических вихрей за счет дифракции гауссова пучка на диэлектрическом клине.

Физический механизм рождения оптического вихря при дифракции гауссова пучка на клине довольно простой. Представим, что гауссов пучок падает на поверхность прозрачного диэлектрического клина таким образом, что одна его половина проходит по свободному пространству, а другая — через клин (рис. 1, *a*). Тогда за счет дифракции света на краю полуплоскости формируются дифракционные минимумы, параллельные ее краю. Но поскольку вторая волна, прошедшая через клин, слегка отклоняется от первоначального направления, возникает интерференция двух пучков — прямого и отклоненного. Интерференционные минимумы лежат в плоскости биссектрис угла между пучками, т.е. линии интерференционных и дифракционных минимумов перпендикулярны друг другу. При условии, если между полями дифракции и интерференции в окрестности точки пересечения линий минимума интенсивности имеется разность фаз, кратная  $\pi/2$ , формируется оптический вихрь по типичной схеме [3]:  $TEM_{01}^{(x)} \pm iTEM_{01}^{(y)} \Rightarrow TEM_{01}^{(\pm)}$ , где индексы  $(x, y)$  в левой части указывают на направление линий минимума, а индекс  $(\pm)$  в правой части представляет собой знак топологического заряда оптического вихря. Вдали от точки сингулярности поле может существенно исказиться. Кроме того, несогласование параметров оптического клина и гауссова пучка вызывает разрушение оптического вихря.

Целью настоящей работы явилось экспериментальное и теоретическое исследование процесса формирования единичного оптического вихря в результате дифракции фундаментального гауссова пучка на краю диэлектрического клина.



**Рис. 1.** Дифракция гауссова пучка на краю оптического клина: *a* — размещение лазерного пятна на поверхности клина (*1* — лазерный пучок, *2* — покровное стекло); *b* — цепочка оптических вихрей в дальнем поле дифракции; *c* — теория получена в соответствии с выражением (2) при  $\rho = 5 \text{ mm}$ ,  $n_w = 1.5$  и *d* — эксперимент; единственный вихрь, полученный при выполнении условий фазового синхронизма: *e* — теория ( $\rho = 1.05 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ,  $\alpha = 4.95 \cdot 10^{-3}$ ) и *f* — эксперимент.

1. Пусть гауссов пучок с волновой функцией:

$$\Psi_{00}(r, z) = \frac{1}{\sigma(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{\rho^2|\sigma(z)|^2}\right], \quad (1)$$

(где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\sigma = 1 - i\frac{z}{z_0}$ ,  $z_0 = \frac{k\rho^2}{2}$  — длина Рэлея,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  — длина волны в вакууме,  $\rho$  — радиус перетяжки пучка в плоскости  $z = 0$ ) падает нормально к основанию оптического клина (рис. 1, *a, b*). Угол клина обозначим через  $\alpha$ , а его показатель преломления — через  $n_w$ . Гауссов пучок распространяется таким образом, что одна его половина проходит по свободному пространству, а другая — через клин.

Рассмотрим параксиальный случай поля дифракции пучка в дальней зоне. Для этого воспользуемся интегралом Кирхгофа [7] и, опуская промежуточные выкладки, запишем волновую функцию дифрагированного пучка в виде:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{i\pi}{2k} \frac{z}{|\sigma|^2} \exp[-2i\Gamma] \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right] \times \left\{ \exp\left[-iA \frac{k(Az - 2y)}{2\sigma}\right] \exp(ikh) \operatorname{erfc}\left[\frac{\sqrt{ik}x}{\sqrt{2z\sigma}}\right] + \operatorname{erfc}\left[-\frac{\sqrt{ik}x}{\sqrt{2z\sigma}}\right] \right\}, \quad (2)$$

где  $A = (n_w - 1) \operatorname{tg} \alpha$ ,  $w^2 = \rho^2|\sigma|^2$ ,  $\Gamma = \arctg \frac{z}{z_0}$  — фаза Гуи,  $\operatorname{erf}(\mu) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\mu}^0 \exp(-\xi^2) d\xi$  — интеграл вероятности,  $\exp(ikh) = a + ib$ ,  $a^2 + b^2 = 1$ ,  $h$  — толщина подложки клина.

В общем случае выражение (2) описывает цепочку оптических вихрей (рис. 1, *c*), причем деформация формы каждого вихря зависит как от угла клина, так и от перетяжки пучка  $\rho$  на его поверхности. Чтобы описать степень искажения вихря, разложим волновую функцию (2) в ряд вблизи нуля  $x = y = 0$  и ограничимся только линейными по координатам членами:

$$\Psi \propto \left\{ 1 + (a + ib)B + (a + ib)BAkz_0 \frac{y}{z} + c\sqrt{kz_0}[i + B(b - ia)] \frac{x}{z} \right\} \exp\left(-2\frac{r^2}{\rho^2\sigma^*}\right), \quad (3)$$

где  $A = (n_w - 1) \operatorname{tg} \alpha$ ,  $B = \exp(A^2 k z_0)$  и  $c = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ . Сдвигом координат выражение (3) можно преобразовать к виду

$$\Psi' \propto c \sqrt{k z_0} [bB + i(1 - aB)] \frac{x}{z} + (a + ib) k z_0 AB \frac{y'}{z} \quad (4)$$

или в эквивалентной форме

$$\begin{aligned} \Psi' \propto (x' y') \frac{1}{z} \mathbf{J} &= (x' y') \frac{1}{z} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_x \\ \mathcal{J}_y \end{pmatrix} \\ &= (x' y') \frac{1}{z} \begin{pmatrix} c \sqrt{k z_0} [bB + i(1 - aB)] \\ k z_0 AB (a + ib) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

где вектор-столбец состояния вихря, аналогичный вектору Джонса [8] для состояния поляризации света, составлен из комплексных амплитуд при координатах  $x$  и  $y$ .

Идеальному оптическому вихрю соответствуют вектор-столбец вида:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} a_1 + ib_1 \\ b_1 - ia_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} a_1 - ib_1 \\ b_1 + ia_1 \end{pmatrix},$$

откуда 
$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} [1 - \exp(-\tilde{X}^2)] = \tilde{X} \exp(-\tilde{X}^2),$$

где  $\tilde{X} = \sqrt{k z_0} A \approx 0.8525$ .

Из полученного уравнения находим условия формирования идеального единичного вихря с вектор-столбцом:  $\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}$  ( $(\pm)$  — определяет знак топологического заряда вихря):

$$\rho = \frac{0.8525 \sqrt{2}}{\pi (n_w - 1) \operatorname{tg} \alpha} \frac{\lambda}{2}, \quad a = 1, \quad b = 0 \quad \text{и} \quad h = m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Выражения (6) можно рассматривать как условия фазового синхронизма для оптического вихря. На рис. 1,  $c$  представлено распределение интенсивности света, рассчитанное в соответствии с выражением (2) с учетом условий синхронизма (6). Приведенная картина практически совпадает с распределением интенсивности для идеального вихря, полученного при дифракции света на компьютерно-синтезированной голограмме [3], если радиус не превышает радиуса максимальной интенсивности.

Для анализа эволюции единичного оптического вихря воспользуемся элементами вектор-столбца (5) и составим параметры Стокса [8]:

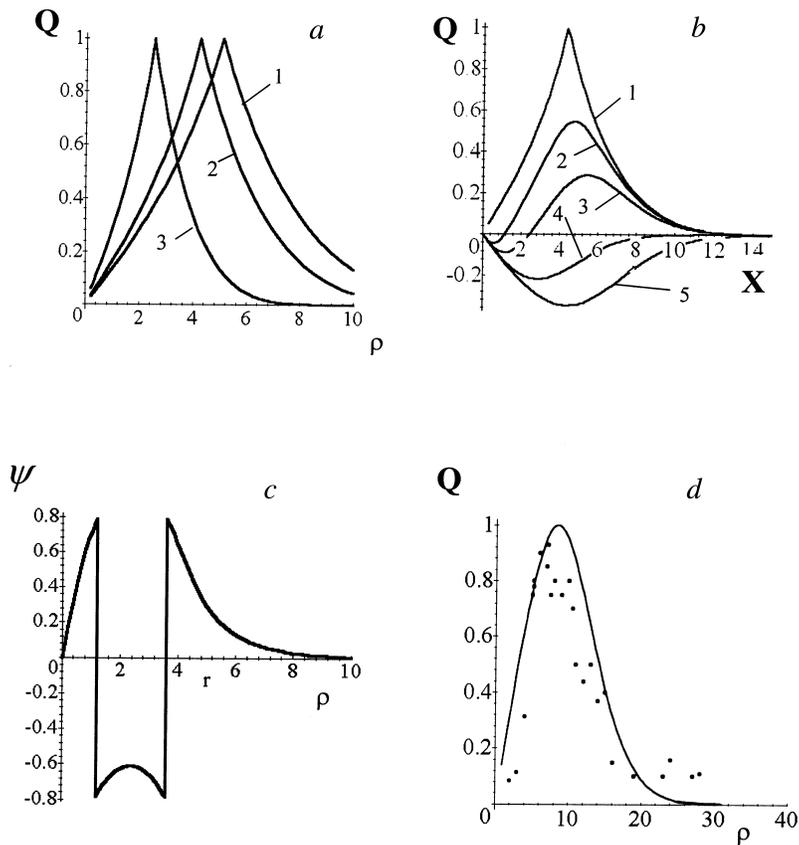
$$\begin{aligned} S_0 &= |\mathcal{J}_x|^2 + |\mathcal{J}_y|^2 = B^2(c^2 + X^2) + c^2(1 - 2aB), \\ S_1 &= |\mathcal{J}_x|^2 - |\mathcal{J}_y|^2 = B^2(c^2 - X^2) + c^2(1 - 2aB), \\ S_2 &= \mathcal{J}_x \mathcal{J}_y^* + \mathcal{J}_x^* \mathcal{J}_y = 2cbXB, \\ S_3 &= i(\mathcal{J}_y \mathcal{J}_x^* - \mathcal{J}_x \mathcal{J}_y^*) = 2cXB(a - B). \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда эллиптичность  $Q$  линий равной интенсивности и азимут угла наклона  $\psi$  большой полуоси эллипса можно найти как:

$$\begin{aligned} \sin 2\xi &= S_3 \cdot Q = \operatorname{tg} \xi = \pm \frac{a}{b}, \\ \operatorname{tg} 2\psi &= \frac{S_2}{S_1} = -\frac{2cbXB}{B^2(c^2 - X^2) + c^2(1 - 2aB)}. \end{aligned} \quad (8)$$

На рис. 2,  $a$ – $c$  приведены кривые зависимости эллиптичности  $Q$  и азимута  $\psi$  от радиуса перетяжки  $\rho$  гауссова пучка и угла клина  $\alpha$ . Резкий пик кривой эллиптичности приходится на те значения радиуса  $\rho$  или угла  $\alpha$ , при которых выполняется условие фазового синхронизма (6). Высота пика определяется толщиной подложки клина, так что максимальное значение  $Q = 1$  наблюдается для  $a = 1$ , а малые отклонения от этого значения вызывают резкое снижение  $Q$ .

2. Вышеописанный процесс дифракции экспериментально наблюдался при облучении покровного стекла для оптических микроскопов типа ГОСТ 6672-59 с размером пластинки  $24 \times 24$ ,  $18 \times 18$  mm светом He–Ne-лазера на длине волны  $a^2 + b^2 = 1$ . Посредством центрированной системы линз и диафрагмы регулировался радиусом перетяжки пучка  $\rho$  на транспаранте. Результаты регистрировались с помощью CCD-камеры и обрабатывались на компьютере. Транспарант устанавливался на специальном оптическом столике с микроподачей в поперечном направлении не хуже, чем  $0.5 \mu\text{m}$ . Выбор покровного стекла в качестве транспаранта был обусловлен тем фактом, что его поверхность, как правило, слегка гофрирована. Дополнительные интерференционные исследования показали, что шаг гофры составлял примерно 3.5 mm. Это обстоятельство позволило использовать отдельные участки покровного стекла в качестве оптического клина.



**Рис. 2.** Характеристические кривые оптического вихря: *a* — зависимость степени эллиптичности формы вихря  $Q$  (в отн. ед.) от радиуса перетяжки  $\rho \cdot 10^4$  м для следующих углов клина (в радианах): кривая 1 —  $\alpha = 0.003$ , кривая 2 —  $\alpha = 0.002$ , кривая 3 —  $\alpha = 0.0017$ ; *b* — зависимость степени эллиптичности  $Q$  от безразмерного параметра  $X = \frac{\mu_m - 1}{\sqrt{2}} k \rho \operatorname{tg} \alpha$  при различных значениях параметра толщины подложки клина  $a = \cos(kh)$ : кривая 1 — 1, кривая 2 — 0.95, кривая 3 — 0.8, кривая 4 — 0.5, кривая 5 — 0.2; *c* — зависимость азимутального угла  $\psi$  (в радианах) от радиуса пучка  $\rho \cdot 10^4$  м при  $\alpha = 0.002$  и  $\alpha = 0.95$ ; *d* — зависимость степени эллиптичности  $Q$  от радиуса  $\rho \cdot 10^4$  м при  $\alpha = 0.002$ ; кружочки — эксперимент, сплошная линия — теория.

На рис. 1, *c* приведено распределение интенсивности света в дальней зоне дифракции при облучении прозрачного широкого пучком с  $\rho = 5 \text{ mm}$ . Из полученной цепочки оптических вихрей можно было выделить единственный сингулярный пучок, если его радиус перетяжки  $\rho \approx 0.2 \text{ mm}$ . При этом максимальная степень эллиптичности формы вихря составила  $Q = 0.93$  (рис. 1, *f*), что довольно близко к теоретическому пределу. К сожалению, малые перемещения прозрачного менее чем на  $2 \mu\text{m}$  приводили к ухудшению условий синхронизма за счет изменения толщины подложки клина и, следовательно, к резкому снижению степени эллиптичности.

На рис. 2, *d* приведены экспериментальные результаты для степени эллиптичности формы вихря, полученные при изменении радиуса перетяжки пучка. Как видно из рисунка, экспериментальные точки имеют такой сильный разброс вблизи теоретической кривой, что качественно воспроизводят функциональную теоретическую зависимость  $Q(\rho)$ . По-видимому, это вызвано неточностями установки оси пучка после изменения его перетяжки.

Полученные результаты свидетельствуют о перспективности использования метода оптического клина для формирования оптических вихрей в реальных оптических устройствах.

Работа выполнена в рамках проекта по Научно-исследовательской лаборатории ВВС США (EOARD), грант P-051.

## Список литературы

- [1] Nye J.F., Berry M.V. // Proc. R. Soc. Lond. 1974. V. A 336. P. 165–190.
- [2] Harris M., Hill C.A., Vaughan J.M. // Opt. Comm. 1994. V. 106. P. 161–166.
- [3] Soskin M.S., Vasnetsov M.V. / Horizons in World Physics / Ed. by M. Vasnetsov and K. Staliunas. 1999. V. 228. P. 1–35.
- [4] Alexeyev A.N., Borodavka O.S., Shvedov V.G. // Proceedings of SPIE. 1999. V. 3904. P. 68–73.
- [5] Gorshkov V.N., Kononenko A.N., Soskin M.S. // Proc. First international young scientists' conference on applied physics. Kiev, June 20–21, 2001. P. 64–65.
- [6] Izdebskaya Ya., Shvedov V., Kurabtzev D., Alexeyev A., Volyar A. The optical vortex generation by optical wedge // Proceedings of SPIE. 2001 (в печати).
- [7] Marcuse D. Light Transmission Optics. Van Nostrand Reinhold Company. New York–London, 1972.
- [8] Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981. С. 583.