

07

## Маломодовое оптическое волокно, сохраняющее оптические вихри

© А.В. Воляр, Т.А. Фадеева

Таврийский национальный университет им. В.И. Вернадского,  
Симферополь, Украина

Поступило в Редакцию 29 июня 2001 г.

Рассмотрена способность оптического волокна с осевыми потерями селективно подавлять фундаментальную  $HE_{11}$ -моду, а также поперечно-электрические  $TE$  и поперечно-магнитные  $TM$  волновые поля, в то время как оптические вихри передаются практически без энергетических потерь. Получены коэффициенты затухания для соответствующих собственных мод и вихрей. Показано, что такое волокно действует как модовый фильтр относительно возбуждающего пучка.

Уникальные свойства оптических вихрей как особой формы светового поля в последнее время оказались в центре внимания многих исследователей [1,2]. Способность оптических вихрей захватывать микрочастицы и передавать им угловой момент имеет не только большое значение для фундаментальной науки, но и позволяет разрабатывать особый класс устройств микроэлектроники и инженерной генетики [3]. Более того, направляемые оптические вихри в маломодовом волокне приобретают новые свойства, не характерные для вихрей в свободном пространстве, но аналогичные свойствам механического гироскопа [4]. Это, в свою очередь, предполагает их использование в однопроходных волоконно-оптических гироскопах, тем самым позволяя отказаться от сложных кольцевых интерференционных схем, вносящих существенные погрешности в процесс измерений.

Вместе с тем известно [5], что направляемые вихри маломодового волокна, так называемые  $CV$ -вихри (линейная комбинация четной ( $e$ ) и нечетной ( $o$ ) гибридных мод:  $CV \Rightarrow HE_{21}^{(e)} \pm iHE_{21}^{(o)}$ ), при малых внешних возмущениях волокна отдают часть своей энергии другим направляемым модам. В частности, с наибольшей эффективностью конверсия энергии осуществляется в  $IV$ -вихрь (линейная комбинация поперечно-магнитной и поперечно-электрической моды:  $IV \Rightarrow TE_{01} \pm iTM_{01}$ ) и в фундаментальную  $HE_{11}$ -моду. Следует заметить, что вследствие одинаковой

частоты отсечки для  $CV$ -вихря,  $TE_{01}$ - и  $TM_{01}$ -мод [6] чрезвычайно трудно возбудить в волокне единичный  $CV$ -вихрь. Очевидно, что создание датчиков физических величин на основе свойств направляемых оптических вихрей неразрывно связано с проблемой разработки маломодовых оптических волокон, способных поддерживать распространение единичного направляемого оптического вихря.

Целью данной работы явилось исследование свойств оптических волокон, способных селективно подавлять неустойчивый  $IV$ -вихрь и фундаментальную  $HE_{11}$ -моду, но практически без потерь пропускать  $CV$ -вихрь.

Прежде всего, обратим внимание на тот факт, что поперечные компоненты волновой функции фундаментальной  $HE_{11}$ -моды имеют экстремум на оптической оси [6], в то время как поперечные компоненты поля  $CV$ - и  $IV$ -вихрей обращаются в нуль. С другой стороны, продольная компонента  $CV$ -вихря также имеет на оси нуль, но абсолютная величина  $z$ -компоненты для магнитного поля  $TE$ -моды и электрического поля  $TM$ -моды на оси максимальна.

Предположим, что в окрестности оптической оси по всей длине волокна введены потери, вызывающие поглощение энергии мод. Кроме того, предположим, что в волокне отсутствует двулучепреломление, вызванное как анизотропией материала, так и деформацией формы поперечного сечения. Тогда можно воспользоваться теоремой взаимности для полей оптического волокна [6].

1. Сначала оценим величину коэффициентов затухания собственных мод. Запишем волновое уравнение для поперечных компонент электрического поля  $\mathbf{e}_t$  в волокне без потерь с осесимметричным распределением показателя преломления  $n(r)$  [6]. Считаем волокно слабонаправляющим и пренебрежем правой частью в волновом уравнении:

$$(\nabla_t^2 + k^2 \tilde{n}^2(r) - \tilde{\beta}^2) \tilde{\mathbf{e}}_t = 0, \quad (1)$$

где  $\tilde{\beta}$  — постоянная распространения моды,  $\nabla_t^2$  — поперечный оператор Лапласа,  $k$  — волновое число. Но если в волокно введены потери, то его показатель преломления становится комплексной величиной:  $n^2(r) = n_R^2(r) + i n_I^2(r)$ , где  $n_R$  и  $n_I$  — чисто действительные величины. Кроме того, комплексной величиной становится и постоянная распространения мод:  $\beta = \beta_R + i \beta_I$ . Теперь волновое уравнение для волокна с потерями можно записать в виде

$$(\nabla_t^2 + k^2 n^2(r) - \beta^2) \mathbf{e}_t = 0. \quad (2)$$

Умножим уравнение (1) скалярно на  $\mathbf{e}_l^*$  (значок (\*) указывает на комплексное сопряжение), а от уравнения (2) сначала возьмем комплексное сопряжение, затем умножим его скалярно на величину  $\tilde{\mathbf{e}}_l$ . Далее вычтем эти уравнения и проинтегрируем по бесконечно большой площади поперечного сечения волокна  $S$ . Учтем, что  $\int_S (\mathbf{e}_l^* \nabla_l^2 \tilde{\mathbf{e}}_l - \tilde{\mathbf{e}}_l \nabla_l^2 \mathbf{e}_l^*) dS = \oint_L (\mathbf{e}_l^* \nabla_l \tilde{\mathbf{e}}_l - \tilde{\mathbf{e}}_l \nabla_l \mathbf{e}_l^*) dl = 0$  за счет ограниченности полей и их первых производных на бесконечности. После выделения действительных и мнимых частей находим:

$$\beta_l \approx \frac{k^2 \int_S n_l^2(r) |\tilde{\mathbf{e}}_l|^2 dS}{2\beta \int_S |\tilde{\mathbf{e}}_l|^2 dS}. \quad (3)$$

При выводе выражения (3) предполагалось, что  $n_R \gg n_l$ ,  $\tilde{n} \approx n_R$  и  $\tilde{\mathbf{e}}_l \approx \mathbf{e}_l$ , что вполне обосновано ввиду малости потерь.

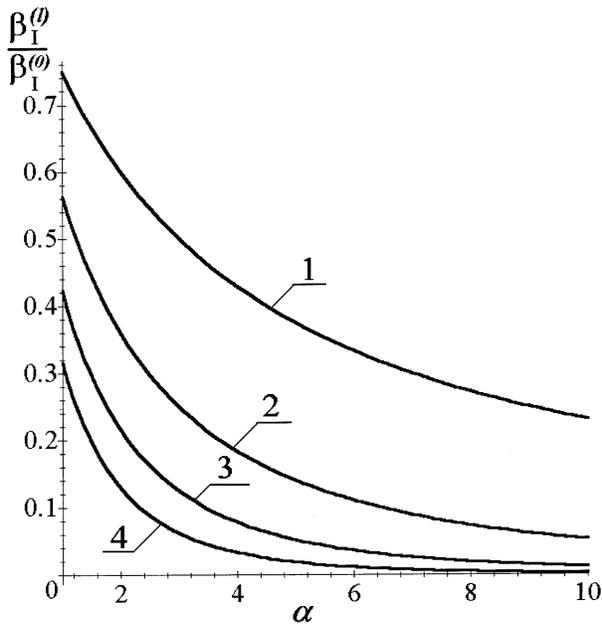
Оценим полученное выражение для волокна с параболическим профилем показателя преломления:  $n^2 = n_0^2(1 - 2\Delta R^2)$ , где  $R = r/\rho$ ,  $\rho$  — характерный радиус волокна,  $\Delta$  — высота профиля показателя преломления. Тогда модуль волновой функции оптического вихря можно представить в виде [7]:  $|\tilde{\mathbf{e}}| = F_l = R^l \exp(-1/2VR^2)$ , где  $V$  — волноводный параметр. Пусть мнимая часть показателя преломления имеет вид  $n_l^2 = n_{0l}^2 \exp(-\alpha R^2)$ , где  $\alpha$  — характеризует крутизну профиля поглощения. Тогда выражение (3) можно представить в виде

$$\beta_l^{(l)} \approx n_{0l} \frac{k}{2n_0} \left( \frac{V}{V + \alpha} \right)^{l+1}. \quad (4)$$

Откуда следует, что чем больше топологический заряд  $l$  оптического вихря, тем слабее он поглощается в волокне. Наибольшие потери имеет основная  $HE_{11}$ -мода с  $l = 0$ .

На рис. 1 приведено семейство кривых, характеризующих зависимость отношения коэффициентов поглощения  $\beta_l^{(l)}/\beta_l^{(0)}$  оптического вихря с топологическим зарядом  $l$  и основной  $HE_{11}$ -моды. Так, если потери оптического вихря с  $l = 1$  составляют 2дВ/км, то при коэффициенте профиля поглощения  $\alpha = 3 \cdot 10^4$  потери основной моды составят  $6 \cdot 10^4$  дВ/км.

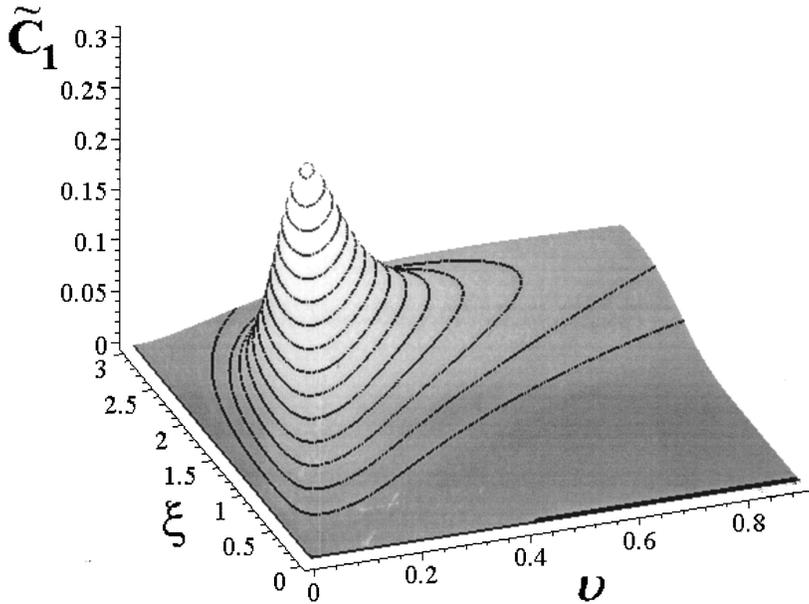
Таким образом, потери, введенные в сердцевину волокна так, что они сосредоточены в области оптической оси, вызывают селективное



**Рис. 1.** Кривые зависимости отношения мнимых частей постоянных распространения оптического вихря и  $HE_{11}$ -моды  $\beta_1^{(l)}/\beta_1^{(0)}$  от коэффициента  $\alpha$  профиля мнимой части показателя преломления  $n_1^2$ : 1 —  $l = 1$ ; 2 —  $l = 2$ ; 3 —  $l = 3$ ; 4 —  $l = 4$ .

поглощение энергии основной  $HE_{11}$ -моды и практически не влияют на энергию оптического вихря. Однако из выражения (3) следует, что как  $CV$ -вихрь, так и  $TE$ - и  $TM$ -моды будут иметь одинаковые потери, что, вообще говоря, не верно. Очевидно, что метод, посредством которого было получено выражение (3), не позволяет решить такую проблему. Дело в том, что в выше приведенных выкладках мы пользовались представлением о слабонаправляющих волокнах, где пренебрегается продольными компонентами поля, которые как раз и отвечают за поглощение  $TE$ - и  $TM$ -мод. Чтобы учесть этот эффект, необходимо вернуться к исходным уравнениям.

2. Свойство трансляционной инвариантности полей оптического волокна позволяет записать независимые уравнения для продольных и



**Рис. 2.** Зависимость нормированного коэффициента возбуждения  $\tilde{C}_1$  для оптического вихря с  $l = 1$  от угла падения исходного пучка  $\vartheta$  и отношения радиусов  $\xi$  исходного пучка и направляемого вихря.

поперечных компонент поля [6]. В частности,

$$\{\nabla_t^2 + k^2 n^2(r) - \beta^2\} e_z = -i\beta \mathbf{e}_t \nabla_t \ln n^2(r),$$

$$\{\nabla_t^2 + k^2 n^2(r) - \beta^2\} h_z = (\nabla_t h_z - i\beta \mathbf{h}_t) \nabla_t \ln n^2(r).$$

Для слабнонаправляющего волокна можно пренебречь правыми частями в этих уравнениях. Тогда сразу приходим к уравнению (2), в котором следует заменить  $\mathbf{e}_t$  либо на  $e_z$ , либо на  $h_z$ . Кроме того, следует помнить, что оператор  $\nabla_t^2$  в данном случае является скалярным. Тогда уравнения для  $e_z$  ( $TM$ -мода) и для  $h_z$  ( $TE$ -мода) после преобразований, приведенных в разделе 1, дают выражение для мнимой части постоянной

распространения:

$$\beta_l^{\left\{ \begin{smallmatrix} TM \\ TE \end{smallmatrix} \right\}} \approx \frac{k^2}{2\tilde{\beta}} \int_S n_l^2(r) \left\{ \begin{smallmatrix} |\tilde{e}_z|^2 \\ |\tilde{h}_z|^2 \end{smallmatrix} \right\} dS / \int_S \left\{ \begin{smallmatrix} |\tilde{e}_z|^2 \\ |\tilde{h}_z|^2 \end{smallmatrix} \right\} dS. \quad (5)$$

Функция профиля продольных компонент  $TE$ - и  $TM$ -мод имеет вид  $G_1 = \frac{dF_1}{dR} + \frac{1}{R}F_1 = (1 - VR^2) \exp(-\frac{1}{2}VR^2)$ . Подставляя ее в (5), находим выражение

$$\beta_l^{(TE)} = \beta_l^{(TM)} \approx n_{0l} \frac{k}{2n_0} \left( \frac{V}{V + \alpha} \right), \quad (6)$$

которое по форме совпадает с выражением (4) для  $l = 0$ . Следовательно,  $HE_{11}$ -,  $TE$ - и  $TM$ -моды имеют одинаковые потери, которые значительно превышают потери  $CV$ -вихрей.

Из полученных результатов вытекает, что, каким бы способом не возбуждалось оптическое волокно, имеющее осевые потери энергии, на его выходе основная энергия будет сосредоточена в направляемом оптическом вихре.

3. Оценим эффективность возбуждения  $CV$ -вихрей в параболическом волокне правоциркулярно поляризованным фундаментальным гауссовым пучком, ось которого составляет угол  $\vartheta$  с осью волокна. Воспользуемся выражением для коэффициентов возбуждения мод по мощности из [6]:

$$C_l = \frac{\rho^2 n_0}{2\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left| \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \Psi_x^{(in)} F_l(R) \exp(\pm l\varphi) R dR \right|^2 / \int_0^\infty F_l^2(R) R dR, \quad (7)$$

где  $\Psi_x^{(in)} = \exp(-\frac{r^2}{w^2}) \exp(ik\vartheta \sin \varphi)$  —  $x$ -компонента фундаментального гауссова пучка в перетяжке  $z = 0$ ,  $w$  — радиус перетяжки. В связи с малостью угла падения  $x$ - и  $y$ -компоненты будут возбуждаться с одинаковой эффективностью, поэтому достаточно оценить только одну из них. Для  $CV$ -вихрей получаем выражение

$$\tilde{C}_l = \frac{4}{l!} (kn_0 w \vartheta)^{2l} \left[ \frac{\xi}{1 + \xi^2} \right]^{2(l+1)} \exp \left\{ -\frac{(kw\xi\vartheta)^2}{1 + \xi^2} \right\}, \quad (8)$$

$\tilde{C}_l$  — нормированная величина  $C_l$  к мощности падающего пучка,  $\xi = \tilde{\rho}/w$ ,  $\tilde{\rho} = \rho/V$ . На рис. 2 представлены зависимости  $\tilde{C}_l$  от

угла возбуждения  $\vartheta$  и отношения радиуса моды к радиусу пучка  $\xi$  для  $CV$ -вихря с единичным топологическим зарядом  $l = 1$ . Полученное семейство кривых имеет максимум при согласованных радиусах моды и пучка ( $\xi = 1$ ) для оптимального угла  $\vartheta^{(opt)} = \sqrt{1 + \xi^2} / (kw\xi)$ . При расчете принималось  $V = 4$  и учитывалось, что пучок направлен из среды с  $n = 1$ . Для этих значений оптимальный коэффициент возбуждения будет  $C_1^{(opt)} \approx 0.3$ . Следует отметить, что гауссов пучок с одинаковой эффективностью возбуждает вихри как с  $l + 1$ , так и с  $l = -1$ . Но оптический вихрь с правой круговой поляризацией, но отрицательным топологическим зарядом является неустойчивым  $IV$ -вихрем, который в процессе распространения затухает. Следовательно, оптимальный коэффициент возбуждения будет в половину меньше  $C_1^{(opt)} \approx 0.15$ .

Таким образом, оптическое волокно с осевыми потерями не только может сохранять направляемый оптический вихрь, но и действует как модовый фильтр по отношению к возбуждающему полю.

Авторы благодарят К.Н. Алексеева за полезную дискуссию.

## Список литературы

- [1] *Nay J.F.* Natural Focusing and Fine Structure of Light. Caustics and Wave Dislocations. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1999. 328 p.
- [2] *Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* // Horizons in World Physics / Ed. by M. Vasnetsov and K. Staliunas. 1999. V. 228. P. 1–35.
- [3] *Allen L., Padgett M.J., Babiker M.* // Progress in optics. 1999. V. XXXIX. P. 291–372.
- [4] *Volyar A.V., Fadeyeva T.A., Shvedov V.G.* // Proceedings of SPIE. 2000. V. 4403. P. 155–163.
- [5] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Оптика и спектроскопия. 1998. Т. 85. В. 2. С. 295–303.
- [6] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
- [7] *Воляр А.В., Жилайтис В.З., Шведов В.Г.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 20. С. 87–93.