

06;12

## Метод оценки погрешностей измерения вольт-амперных характеристик джозефсоновских контактов

© С.И. Боровицкий, В.Д. Геликонова, А.В. Комков, Х.А. Айнитдинов, А.М. КлушинНижегородский научно-исследовательский приборостроительный институт „КВАРЦ“,  
603009 Нижний Новгород, Россия

e-mail: cel@sandy.ru

(Поступило в Редакцию 20 февраля 2001 г. В окончательной редакции 11 февраля 2002 г.)

Рассмотрен метод определения параметров суммарной ступеньки тока на вольт-амперной характеристике цепочки джозефсоновских переходов. Метод основан на статистическом приближении определенным образом выбранной аппроксимирующей кривой к экспериментальной характеристике. Предложен алгоритм самокалибровки цепочек контактов, предназначенных для работы в составе программируемых эталонов Вольта.

### Введение

В последнее время повышенный интерес вызывают работы, связанные с построением программируемых эталонов Вольта на основе цепочек контактов Джозефсона [1]. С помощью таких устройств можно создать сетку квантованных эталонных напряжений от 0 до 10 В и упростить процесс калибровки прецизионных аналого-цифровых преобразователей и цифровых вольтметров, что в корне меняет их поверочную схему, скорость и погрешность аттестации. Для воспроизведения с высокой точностью сетки эталонных напряжений используется цепочка из большого числа  $m$  последовательно соединенных безгистерезисных контактов Джозефсона. Один из алгоритмов работы программируемого эталона Вольта предполагает использование квантованного эталонного напряжения цепочки контактов, находящихся на первой ступеньке каждого контакта с индексом  $n = \pm 1$ . Суммарное напряжение на цепочке при этом будет равно  $V_J = (m_1 - m_2)f/K_J$  [2]. Здесь  $m_1$  — количество контактов на ступеньке  $n = 1$ ,  $m_2$  — на ступеньке  $n = -1$ ,  $f$  — частота внешнего синусоидального гармонического сигнала, а  $K_J = 483.5979 \text{ GHz/V}$  — постоянная Джозефсона. Необходимо подчеркнуть, что данный алгоритм допускает использование джозефсоновских контактов из высокотемпературных сверхпроводников с большим ( $\sim 100\%$ ) разбросом критических токов  $\delta I = I_{c,\max}/I_{c,\min}$ , где  $I_{c,\max}$ ,  $I_{c,\min}$  обозначают соответственно максимальный и минимальный критические токи контактов, включенных в цепочку [3,4]. При  $f \geq K_J I_{c,\max} R_N$  ( $R_N$  — нормальное сопротивление контактов) мощность СВЧ сигнала может быть подобрана так, чтобы размах первой суммарной ступеньки по току  $\Delta I_1$  был порядка  $I_{c,\min}$ . Практически  $\Delta I_1$  уменьшается как из-за разброса значений  $R_N$ , так и из-за неравномерного распределения по амплитуде СВЧ тока вдоль цепочки контактов. В частности, недавние исследования джозефсоновского программируемого эталона, основанного на ниобиевых безгистерезисных кон-

тактах, показали, что при каждом охлаждении контактов возникает новое распределение СВЧ мощности вдоль цепочки и требуется настройка на оптимальную частоту облучения [5]. При малых  $I_{c,\min}$  и (или) повышенных температурах ( $\sim 78 \text{ K}$ ) воздействие тепловых шумов также может вызывать дополнительное подавление  $\Delta I_1$  и увеличивать погрешность эталонного напряжения [4,6]. В связи с этим становится актуальным контроль наклона и других параметров суммарной ступеньки тока.

В работе предлагается один из возможных методов измерения параметров суммарных ступенек тока, возникающих на вольт-амперной характеристике (ВАХ) цепочке джозефсоновских контактов, а также обсуждается алгоритм самокалибровки таких цепочек. Практическое применение метода рассмотрено на примере исследования критического тока бикристаллического джозефсоновского контакта, изготовленного из высокотемпературного сверхпроводника.

### Метод прецизионного измерения параметров ступени тока

Распространенный метод нахождения параметров ступени тока (в частности, ее наклона) заключается в последовательном измерении напряжения ступени  $V_J$  в нескольких точках  $i \approx 10$ , определяемых постоянным током смещения, пропускаемым через цепочку. Для увеличения точности измеряемое напряжение, во-первых, смещается на нулевой уровень путем включения известного напряжения противоположной полярности, а во-вторых, измеряется  $N$  раз в каждой  $i$ -й точке [7]. Компенсация  $V_J$  позволяет провести измерения с минимальным значением экспериментального стандартного отклонения  $\sigma$ , определяемым собственными шумами нановольметра. В лучших цифровых нановольметрах  $\sigma \approx 10 \text{ nV}$ , а аналоговых  $\sigma \leq 1 \text{ nV}$ . С ростом числа независимых измерений  $N$  экспериментальное стандартное отклонение среднего значения уменьшается как  $\sigma_m = \sigma/(N-1)^{-1/2}$ . За время измерения в одной точке  $\tau \sim 100-1000 \text{ s}$

его величина может быть снижена до малого значения  $\sigma_m \leq 10^{-1} \text{ nV}$  [8]. Однако проведение измерений во всех  $i$  точках с малым  $\sigma_m$  требует большого времени порядка  $10\tau$ , в течение которого трудно гарантировать стабильность термоэлектрического напряжения в измерительной цепи. В этом случае дрейф напряжения термоэлектродвижущей силы (ТЭДС) будет вносить основной вклад в суммарное стандартное отклонение измерений. Существуют способы приблизительного учета влияния дрейфа ТЭДС [7]. Однако их реализация связана с дальнейшим значительным увеличением числа измерений и соответственно длительности измерительного цикла.

Предлагаемый метод измерения заключается в следующем. Во-первых, за время  $\sim \tau$  проводится запись вольт-амперной характеристики в области исследуемой ступени тока (или критического тока)  $V_k = f(I_k)$ , где индекс  $k$  изменяется от 1 до  $N$ . Во-вторых, полученный массив данных аппроксимируется математическим выражением  $V = f(I, p_1, p_2, p_3, \dots)$ , где  $V$  — напряжение на переходе;  $I$  — ток смещения;  $p_1, p_2, p_3, \dots$  — параметры теоретической модели. Средние значения параметров и их стандартные отклонения находятся методом наименьших квадратов. Таким образом, задача сводится к поиску аппроксимирующей кривой, адекватно описывающей измеренные экспериментальные данные.

В качестве аппроксимирующей кривой, описывающей вольт-амперную характеристику джозефсоновского контакта в области ступени тока (или  $I_c$ ), рассмотрим выражение  $V(I)$ , равное

$$V = V_0 + r(I - i_0) + \frac{r_d}{i_1 + i_2} (i_1^2 \cdot e^{(I - i_0)/i_1} - i_2^2 \cdot e^{-(I - i_0)/i_2}). \quad (1)$$

Зависимость (1) содержит шесть параметров. Параметр  $V_0$  определяет положение ступени тока на оси напряжений и в оптимальном случае стремится к  $V_J$ . Коэффициент  $r$  отражает наличие паразитных параметров в цепи измерения. Исследование этого коэффициента может позволить определить величину и характер паразитных параметров и по возможности исключить или довести до приемлемого уровня. Аппроксимирующая кривая (1) имеет точку перегиба, ток и дифференциальное сопротивление в этой точке равны соответственно  $i_0$  и  $r_d$ . Параметр  $i_0$  определяет положение середины ступени тока на оси токов. Параметры  $i_1$  и  $i_2$  имеют размерность тока и описывают степень плавности загиба вольт-амперной характеристики на краях ступеней.

При выборе вида формулы (1) учитывалось, что вблизи краев  $I_c$  на переходах с безгистерезисной вольт-амперной характеристикой имеет место одночастичное, по всей вероятности, туннелирование магнитных квантов, которое приводит к экспоненциальной зависимости напряжения от тока, а участки, где это происходит, малы по сравнению с критическим током. Из теории эффекта Джозефсона [9] известно, что вольт-амперная характеристика в области ступени тока имеет аналогичный вид. Однако при анализе результатов измерений суммарных

ступеней тока надо иметь в виду, что параметры  $i_1$  и  $i_2$ , входящие в экспоненциальную зависимость, в основном определяются не механизмом проводимости, а разбросом величин  $R_N$  контактов, включенных последовательно в цепочку, и степенью однородности амплитуды СВЧ поля вдоль цепочки. Формула (1) является хорошим приближением к измеряемой характеристике только в окрестности напряжений  $V_0$ , а при больших напряжениях вольт-амперная характеристика переходит на резистивные участки, на которых выражение (1) неприменимо.

## Экспериментальные результаты и их обсуждение

Статистическое приближение кривой аппроксимации к экспериментальным данным достигается путем минимизации суммарного стандартного отклонения

$$\chi = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (V_k - V(I_k))^2}{N - p}}, \quad (2)$$

где  $p$  — число искомым параметров [10].

В данном разделе рассмотрим поведение суммы (2) в зависимости от числа точек  $N$  и диапазона аппроксимации на примере нахождения параметров кривой (1), описывающей вольт-амперную характеристику джозефсоновского контакта в области критического тока.

Исследовалась вольт-амперная характеристика бикристаллического перехода Джозефсона, изготовленного из

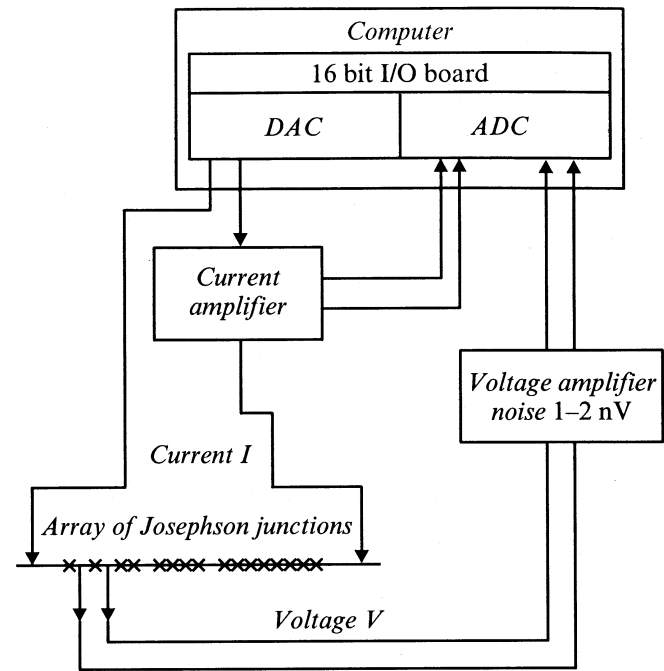
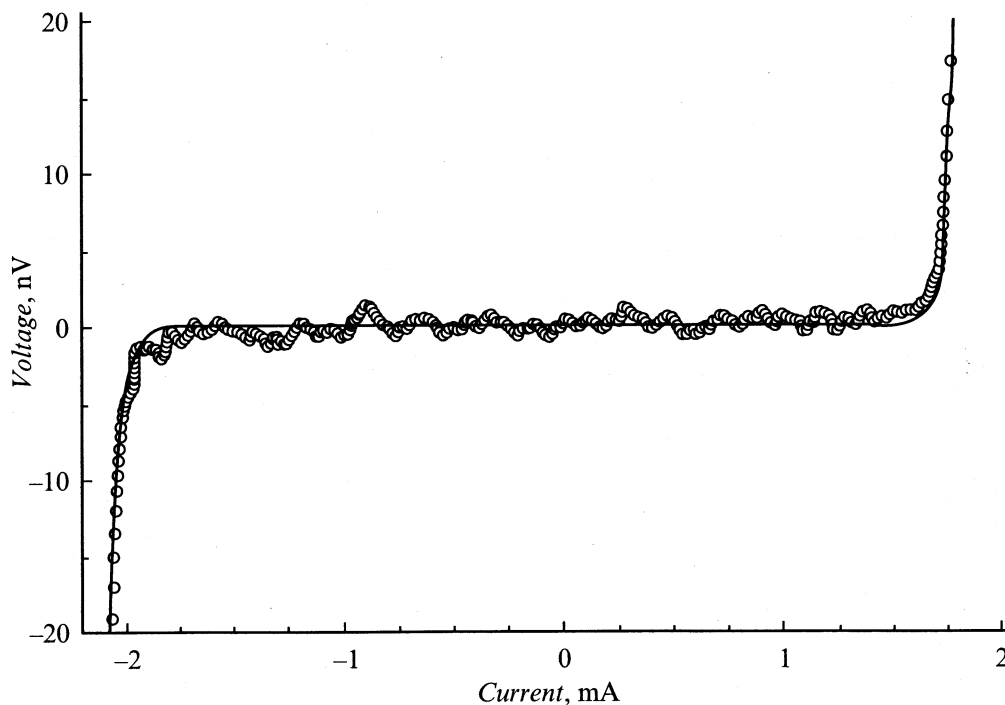


Рис. 1. Схема прецизионных измерений вольт-амперных характеристик джозефсоновских контактов.



**Рис. 2.** Вольт-амперная характеристика бикристаллического джозефсоновского контакта в области критического тока:  $\circ$  — экспериментальные значения, — — кривая аппроксимации.

высокотемпературного сверхпроводника [3,6]. Ее запись с помощью программы [11] производилась по схеме, представленной на рис. 1, где в качестве усилителя напряжения использовался нановольтметр с собственными шумами порядка 1–2 nV и коэффициентом усиления  $5 \cdot 10^4$ , входящий в состав промышленного джозефсоновского эталона напряжения [12]. На рис. 2 представлена запись критического тока и ее аппроксимация функцией (1). В таблице приведены соответствующие значения параметров аппроксимации и их стандартные отклонения, отвечающие доверительному интервалу равному  $2.8\chi$ , вероятность выхода за который не превосходит 1%.

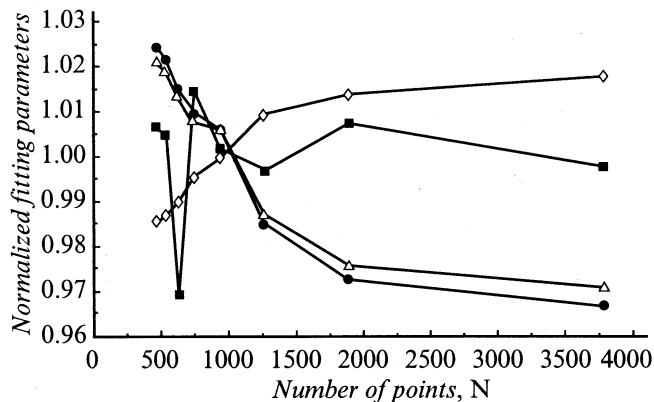
Влияние количества точек  $N$  на величину  $\chi$ . Известно, что целью процедуры минимизации является нахождение абсолютного, а не относительного минимума суммы (2). Для нахождения абсолютного минимума обычно изменяют начальные условия процесса и наблюдают за величиной  $\chi$ , а также значениями парамет-

ров кривой аппроксимации. В том случае, если конечный результат оказывается не зависящим от начальных условий, можно с большой вероятностью утверждать, что найден абсолютный минимум [10]. Для проверки этого условия мы изучали поведение параметров аппроксимации и их стандартных отклонений от количества точек, используемых для аппроксимации. Количество точек изменялось от  $N = 473$  до 3786. На рис. 3 и 4 приведены значения параметров и их стандартные отклонения нормированные на соответствующие средние значения. Как следует из рис. 3, параметры аппроксимации слабо зависят от  $N$ . Из рис. 4 видно, что  $\chi$  не зависит от количества точек, а нормированные стандартные отклонения значений параметров выражения (1) убывают как  $N^{-1/2}$ . Эти данные позволяют говорить о том, что достигнут абсолютный минимум суммы (2) и найденные средние значения параметров наилучшим образом описывают экспериментальную кривую. Кроме того, можно утверждать, что роль систематических ошибок, связанных с  $N$ , если они есть, крайне невелика.

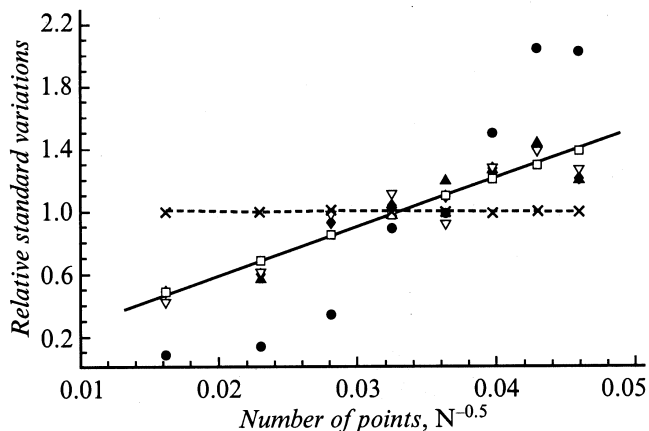
Влияние диапазона напряжений аппроксимации на величину  $\chi$ . На рис. 5 приведена зависимость  $\chi$  от величины интервала напряжений аппроксимации. При напряжениях больших 20–30 nV суммарное стандартное отклонение  $\chi$  быстро растет. На рис. 6 приведены разности  $V_k - V(I_k)$  между измеренной вольт-амперной характеристикой и кривыми аппроксимации для напряжений, лежащих в диапазонах  $\pm 9$ ,  $\pm 20$  и  $\pm 160$  nV. Там же приведена экспериментальная зависимость  $V_k(I_k)$ . Из сравнения кривых видно, что при

Параметры аппроксимации и их стандартные отклонения

Параметры	Единицы измерения	Значения параметров	Стандартные отклонения
$V_0$	nV	0.13	0.02
$r$	$\Omega$	$2.9 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-8}$
$i_0$	mA	0.08	0.05
$r_d$	$\Omega$	$7.6 \cdot 10^{-21}$	$8.5 \cdot 10^{-21}$
$i_1$	mA	0.04	0.002
$i_2$	mA	0.05	0.002
$\chi$	nV	0.41	



**Рис. 3.** Нормированные значения параметров аппроксимирующей кривой в зависимости от количества точек  $N$ , участвующих в аппроксимации. ■ — нормированные значения  $V_0$ ;  $\diamond$ ,  $\bullet$ ,  $\triangle$  — нормированные значения соответственно параметров  $i_0$ ,  $i_1$  и  $i_2$ . Сплошные линии соединяют одинаковые значки.



**Рис. 4.** Нормированные значения стандартных отклонений в зависимости от количества точек  $N$ , участвующих в аппроксимации, ---  $\times$  --- — нормированные значения суммарного стандартного отклонения  $\chi$ ,  $\square$  —  $\sigma_{V_0}$ ,  $\diamond$  —  $\sigma_{i_0}$ ,  $\circ$  —  $\sigma_{rd}$ ,  $\blacktriangle$  —  $\sigma_{i_1}$ ,  $\nabla$  —  $\sigma_{i_2}$ . Сплошная линия — линейная аппроксимация зависимости нормированных стандартных отклонений параметров от  $N$ .

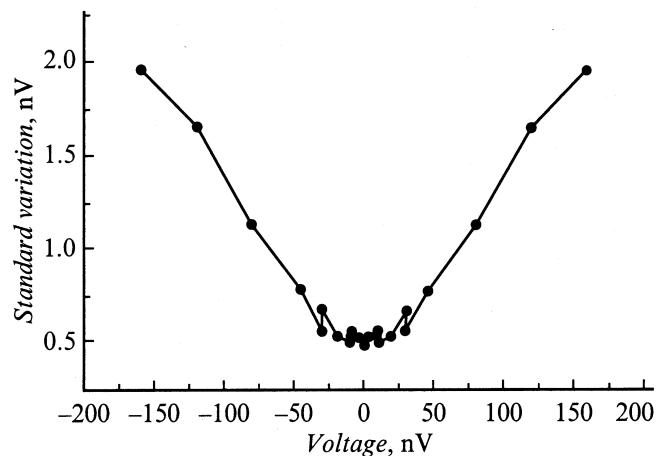
малых напряжениях аппроксимация дает большие по сравнению с измеренными значения  $I_c$ , а при больших напряжениях возникают отличия, связанные с ограничением области применимости формулы (1). Отметим также, что стандартные отклонения всех параметров аппроксимации, кроме  $\sigma_{V_0}$ , растут при приближении к нулю. Представленные зависимости позволяют выбрать оптимальный для аппроксимации интервал напряжений, лежащих в данном случае в пределах от  $\pm 20$  до  $\pm 30$  nV.

Вклад стандартных отклонений параметров в стандартное отклонение напряжения. Зависимость стандартного отклонения напряжения от

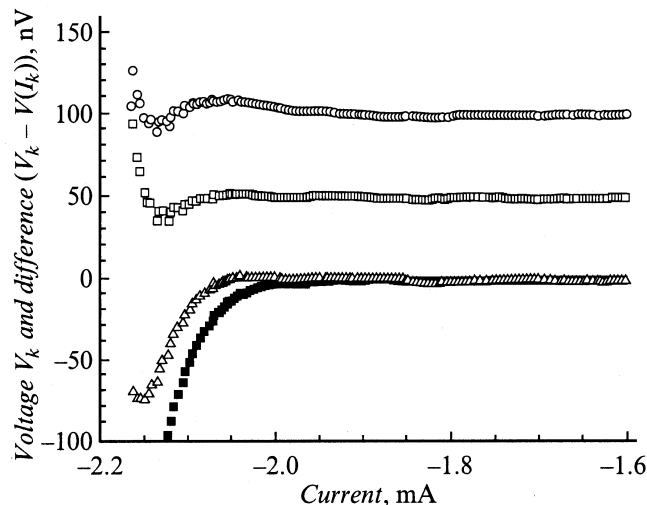
тока смещения определяется по формуле

$$\sigma_V^1(I) = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \left( \frac{\partial V(I)}{\partial p_i} \right)^2 \sigma p_i^2}. \quad (3)$$

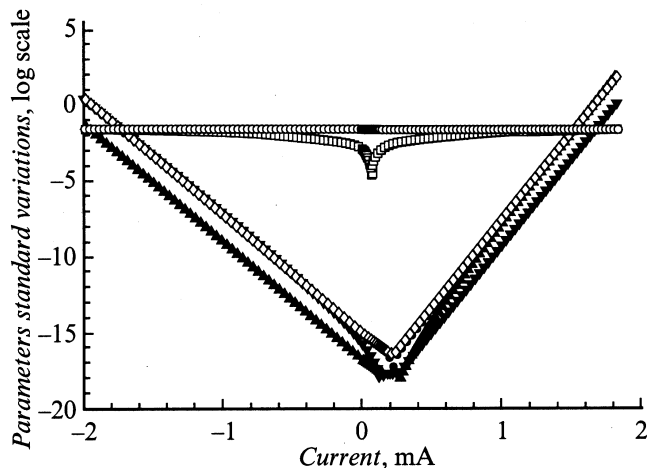
Вклад стандартных отклонений параметров в  $\sigma_V^1(I)$  неодинаков. На рис. 7 приведены логарифм вклада стандартных отклонений параметров в  $\sigma_V^1(I)$  в зависимости от тока смещения, рассчитанные в диапазоне напряжений  $\pm 20$  nV. Из сравнения кривых видно, что при токах, равных или меньших  $I_c$ , основной вклад в общую ошибку дают  $\sigma_{V_0}^1(I)$  и  $\sigma_r^1(I) \approx \sigma_{V_0}^1(I)$ . Таким образом, в этом диапазоне токов  $\sigma_V^1(I) \approx (2\sigma_{V_0}(I))^{1.2}$



**Рис. 5.** Зависимость суммарного стандартного отклонения  $\chi$  от диапазона напряжений аппроксимации ( $\bullet$ ). Сплошные линии соединяют экспериментальные точки.



**Рис. 6.** Разности напряжений между экспериментальной вольт-амперной характеристикой ( $\blacksquare$ ) и кривыми аппроксимации для напряжений, лежащих в диапазонах:  $\square$  —  $\pm 9$  nV,  $\triangle$  —  $\pm 20$  nV,  $\circ$  —  $\pm 160$  nV. Для удобства наблюдения разности, рассчитанные для напряжений из диапазонов  $\pm 9$  и  $\pm 160$  nV, смещены соответственно на 50 и 100 nV от нулевого уровня.



**Рис. 7.** Логарифмы вклада стандартных отклонений параметров в зависимости от тока смещения, рассчитанные в диапазоне напряжений  $\pm 20$  nV.  $\circ$  —  $\log \sigma_{V_0}^1$ ,  $\square$  —  $\log \sigma_r^1$ ,  $\diamond$  —  $\log \sigma_{i_0}^1$ ,  $\blacktriangledown$  —  $\log \sigma_{r_d}^1$ ,  $\blacktriangle$  —  $\log \sigma_{i_1}^1$ ,  $\bullet$  —  $\log \sigma_{i_2}^1$ .

и быстро растет при токах больше  $I_c$ . Стандартное отклонение  $\sigma_{V_0}$ , как и все остальные стандартные отклонения, падает с ростом  $N$ . В рассмотренном примере (рис. 2) оно уменьшилось примерно в 50–100 раз по сравнению с собственными шумами нановольметра и не превышает  $\sigma_{V_0} = 20$  pV. Найденное низкое среднее значение дифференциального сопротивления  $r_d$  (см. таблицу) свидетельствует об отсутствии наклона в области критического тока и демонстрирует возможности метода по измерению малых паразитных сопротивлений.

## Самокалибровка цепочек контактов для программируемого эталона Вольта

Предложенный метод позволяет естественным образом провести самокалибровку цепочки, состоящей из  $2^m$  контактов и предназначенной для работы в составе программируемого эталона Вольта [2]. Такая цепочка разделяется на  $(m + 1)$  секций (разрядов). Число контактов в первых  $m$  разрядах соответствует двоичному коду (1, 2, 4, 8, ...). В последний  $(m + 1)$  разряд входит только один переход. При измерениях для сохранения точности необходимо сместить суммарную ступеньку на нулевой уровень напряжения. Поэтому калибровка всей цепочки производится в несколько приемов. Сначала сравнивается напряжение на  $+1$ -й ступеньке одного перехода с  $-1$ -й ступенькой второго перехода. Затем эти два перехода включаются последовательно и их суммарное напряжение сравнивается с напряжением секции из двух переходов, включенных в противоположной полярности, и т.д. Таким образом, измерив с большой точностью отсутствие наклона у первых ступенек на одиночных контактах определяют отсутствие паразитных наклонов на суммарных ступенях во всех разрядах цепочки. Предло-

женный алгоритм позволяет автоматизировать процесс самокалибровки цепочек последовательно включенных контактов.

## Заключение

Предложен метод обработки массивов экспериментальных данных, описывающих ВАХ джозефсоновских контактов, позволяющий оценить погрешность измерений. Для этого любым способом выбирается аналитическое выражение ВАХ, содержащее небольшое число параметров. Выбор может быть произведен как на основе теоретической модели, так и на интуитивных представлениях.

Искомые средние значения параметров и их стандартные отклонения находятся методом наименьших квадратов. Такой метод позволяет объединить выгоду, которая возникает при сведении задачи к поиску функции, зависящей от малого числа параметров, с теми преимуществами, которые дает использование большого числа измерений. Самым лучшим подтверждением достоинств метода является малое значение  $\chi$ , определяемое в процессе аппроксимации. Оценкой метода могут являться и проведенные дополнительные исследования зависимости параметра от числа точек и влияние на результат ограничения интервала аппроксимации.

## Список литературы

- [1] Hamilton C.A. // Rev. Sci. Instrum. 2000. Vol. 71. N 10. P. 3611–3623.
- [2] Kluchin A.M., Borovitski S.I., Weber C. et al. // 3<sup>d</sup> Europ. Conf. Appl. Supercond. (EUCAS'97). 1997. Vol. 1. P. 587–590. Inst. Phys. Conf. Ser. N 158. Bristol & Philadelphia.
- [3] Klushin A.M., Prusseit W., Sotke E. et al. // Appl. Phys. Lett. 1996. Vol. 69. N 11. P. 1634–1636.
- [4] Боровицкий С.И., Клушин А.М., Коротина Т.Б. и др. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 11. С. 663–667.
- [5] Jeanneret B., Rüfenacht A., Burroughs J. // IEEE Trans. Instrum. Meas. 2001. Vol. 50. N 2. P. 188–191.
- [6] Kluchin A.M., Weber C., Darula M. et al. // Supercond. Sci. Techn. 1998. Vol. 11. N 2. P. 609–613.
- [7] Behr R., Schulze H., Müller F. et al. // IEEE Trans. Instrum. Meas. 1999. Vol. 48. N 2. P. 270–273.
- [8] Witt T.J. // IEEE Trans. Instrum. Meas. 2001. Vol. 50. N 2. P. 445–448.
- [9] Лухарев К.К. // Введение в динамику джозефсоновских переходов. М: Наука, 1985. С. 177–183
- [10] Guide for the Expression of Uncertainty in Measurement. International Organization for Standardization (Switzerland, 1993). Annex H.
- [11] E. Goldobin // <http://www.geocities.com/SiliconValley/Heights/7318/review.htm>.
- [12] Айнитдинов Х.А., Боровицкий С.И., Быков В.Г. и др. // Радиоизмерения и электроника КВАРЦ. 1994. Вып. 1. С. 5–8.