

01;03

## Модифицированное кинетическое уравнение Энского для плотного газа из мягких сфер

© В.И. Курочкин

Самарский государственный университет,  
443011 Самара, Россия  
e-mail: kurochk@ssu.samara.ru

(Поступило в Редакцию 30 октября 2001 г. В окончательной редакции 27 февраля 2002 г.)

Представлена модификация кинетического уравнения Энского для плотных газов и газовых смесей из твердых сфер на случай, когда диаметр частиц зависит от относительной скорости частиц. Получены аналитические выражения для коэффициентов переноса простого плотного газа и представлен сравнительный расчет коэффициента вязкости со сглаженными экспериментальными данными.

### Введение

Кинетическое уравнение Больцмана справедливо только для газов малой и обычной плотности. При его выводе делался ряд предположений, в частности о неизменности функции распределения (ФР) на временах порядка времени столкновения и на расстояниях порядка размеров молекул, а также пренебрегалось возможностью множественных столкновений. Сделанные предположения оправданы для точечных частиц и перестают быть справедливыми для частиц, размер которых сравним с длиной свободного пробега. В умеренно-плотных и плотных газах, для которых параметр плотности  $\varepsilon = n\sigma^3$  ( $n$  — концентрация частиц,  $\sigma$  — характерный размер) становится не пренебрежимо малым или даже сравнимым с единицей, сделанные при выводе уравнения Больцмана предположения перестают быть справедливыми. Энског первым предложил модификацию уравнения Больцмана для плотных газов [1]. Эта модификация касалась учета нелокальности ФР в интеграле столкновений на расстояниях порядка размеров молекул, стесненности частиц газа и эффекта экранирования и была справедлива для модели жестких упругих сфер. Существуют и другие модели кинетических уравнений для умеренно-плотных и плотных газов [2–5], но они, как правило, очень сложны в использовании и не позволяют обобщения на смеси газов, поэтому теория Энского часто предпочтительнее при проведении практических расчетов, в которых не требуется большая точность. Серьезным недостатком кинетического уравнения Энского является неверная температурная зависимость коэффициентов переноса, поэтому при практическом использовании теории Энского приходится использовать неоднозначную процедуру привязки к экспериментальным данным по сжимаемости газа. Основной причиной неверной температурной зависимости коэффициентов переноса в теории Энского является грубость модели твердых сфер, которая не отражает одно из основных свойств газов — сжимаемость. При малых плотностях уравнение Больцмана позволяет достаточно точно рассчитать коэффициенты переноса даже для модели твердых сфер,

так как в этом случае преобладает чисто кинетический механизм переноса импульса и энергии. В умеренно-плотных газах возрастает, а в плотных газах преобладает столкновительный перенос импульса и энергии, поэтому вид потенциала взаимодействия в близкодействующей части становится определяющим. Для исправления недостатка модели твердых сфер иногда [6–8] используют „макроскопическую“ модель мягких сфер, вводя температурную зависимость диаметра твердых сфер, которую определяют из температурной зависимости коэффициентов переноса при обычных плотностях или иным способом. В частности, в равновесной статистической механике используется следующая аппроксимация [9]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/s}, \quad (1)$$

где обычно выбирают  $s = 10-12$ , а  $T_0$  и  $\sigma_0$  — постоянные величины (характерная температура и размер частиц).

Эта аппроксимация имеет соответствующее обоснование, так как доказано, что такой газ идентичен газу, частицы которого взаимодействуют как центры отталкивания с потенциалом

$$\varphi(r) = \varepsilon \left( \frac{\sigma_0}{r} \right)^s. \quad (2)$$

При этом  $T_0 = \varepsilon/k_B$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана, а  $\varepsilon$  — силовая постоянная. Подобный прием позволяет получить удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных, но он показывает, что в данном случае параметры потенциала взаимодействия являются самосогласованными с кинетическим уравнением, а не следуют извне теории. Обобщение „макроскопической“ теории мягких сфер на случай смесей газов затруднено увеличением числа параметров, которые должны быть определены как функции температуры, а при отсутствии единого обоснованного метода определения таких зависимостей ценность подобных моделей будет невелика.

Целью данной работы являются обоснование и уточнение „макроскопической“ модели мягких сфер в теории Энскога на „микроскопическом“ уровне и построение простой кинетической модели плотных газов из мягких сфер, допускающей обобщение на случай смеси газов.

## Кинетическое уравнение

Идея „макроскопической“ модели мягких сфер заключается в том, что в отличие от твердых сфер диаметры сталкивающихся частиц зависят от параметров столкновения. В простейшем случае можно ограничиться степенной зависимостью от относительной скорости столкновения  $g$

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \left( \frac{g_0^2}{g^2} \right)^\mu. \quad (3)$$

Сравнивая (3) с формулой для расстояния наибольшего сближения частиц с потенциалом взаимодействия (2), можно идентифицировать величину  $g_0^2$  как  $4\epsilon/m$ , а величину  $1/\mu$  — как показатель степени  $s$  в исходном потенциале (2). Дифференциальное сечение рассеяния в данном случае можно записать в форме

$$d\sigma = \sigma_0^2 \left( \frac{4\epsilon}{mg^2} \right)^{2\mu} (\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{k}$  — единичный вектор в направлении от центра второй частицы к центру первой в момент столкновения.

Обобщая полученный результат на случай газовых смесей, получим для дифференциального сечения частиц сорта  $i$  с частицами сорта  $j$  соотношение

$$d\sigma_{ij} = \sigma_{0ij}^2 \left( \frac{2\epsilon_{ij}}{m_{ij}g_{ij}^2} \right)^{2\mu} (\mathbf{g}_{ji} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad (5)$$

где введены относительная скорость  $\mathbf{g}_{ji} = \mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i$  и приведенная масса  $m_{ij} = m_i m_j / (m_i + m_j)$ .

Уравнение Энскога для смеси умеренно-плотных газов из мягких сфер формально записывается так же, как и для твердых сфер [10], но с учетом того, что дифференциальное сечение выражается формулой (5)

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{r}_i} = \int \{ \chi_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) f'_i(\mathbf{r}_i) f'_j(\mathbf{r}'_j) - \chi_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) f_i(\mathbf{r}_i) f_j(\mathbf{r}_j) \} d\sigma_{ij} d\mathbf{v}_j. \quad (6)$$

Здесь  $f_i$  — функция распределения (ФР) частиц  $i$ -го сорта,  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i - \sigma_{ij}\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{r}'_j = \mathbf{r}_i + \sigma_{ij}\mathbf{k}$ , где „штрих“ у функции распределения означает, что она зависит от скорости „после столкновения“, так что

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{v}_i + 2\mu_{ji}(\mathbf{g}_{ji} \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}, \quad \mathbf{v}'_j = \mathbf{v}_j - 2\mu_{ji}(\mathbf{g}_{ji} \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}, \quad (7)$$

где  $\mu_{ij} = m_i / (m_i + m_j)$ .

Функция  $\chi_{ij}$  в уравнении (6) есть локально-равновесная парная корреляционная функция [7], известная

в статистической механике. Отличие уравнения (6) от обычного модифицированного уравнения Энскога для смеси газов [6,7] состоит в зависимости расстояния между центрами частиц в момент столкновения  $\sigma_{ij}$  от относительной скорости частиц в соответствии с соотношением (3). Уравнение (5) нелокальное. Для получения локального уравнения, записанного в одной точке  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$ , необходимо, как и в [1], разложить все функции в уравнении (6) в ряд Тейлора, ограничиваясь первыми производными по координатам. Тогда интеграл столкновений в правой части (6) представится в виде суммы локальных интегралов

$$I_{\text{cm}} = I_0 + I_1 + I_2. \quad (8)$$

Здесь

$$I_0 = \int \{ f'_i f'_j - f_i f_j \} \chi_{ij} d\sigma_{ij} d\mathbf{v}_j, \quad (9)$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \int \{ f'_i f'_j + f_i f_j \} \mathbf{k} \cdot \nabla \chi_{ij} d\sigma_{ij} d\mathbf{v}_j, \quad (10)$$

$$I_2 = \int \{ f'_i \nabla f'_j + f_i \nabla f_j \} \cdot \mathbf{k} \chi_{ij} d\sigma_{ij} d\mathbf{v}_j. \quad (11)$$

Отличие данных интегралов от приведенных в [1] состоит в форме дифференциального сечения, а также в том, что функцию  $\chi_{ij}$  необходимо писать под знаком интеграла, так как она зависит от размеров частиц. В качестве  $\chi_{ij}$  обычно берут равновесную парную корреляционную функцию, которая для смеси газов может быть вычислена, например, по формуле Мансури–Карнахана–Стерлинга–Леланда [11]. Для однокомпонентного газа можно использовать разложение парной корреляционной функции в ряд [1]

$$\chi = \chi(bn) = 1 + 0.625bn + 0.287(bn)^2 + 0.11(bn)^3, \quad (12)$$

где

$$b = \frac{2\pi}{3} \sigma^3,$$

$n$  — плотность частиц.

## Решение кинетического уравнения для однокомпонентного газа методом Чепмена–Энскога

Получим решение уравнения (6) для однокомпонентного газа в состоянии, близком к равновесному. Целью такого решения являются вывод уравнений переноса, получение выражений для векторов потоков и расчет коэффициентов переноса. Умножая уравнение (6) с учетом (8)–(11) на аддитивные инварианты  $1$ ,  $m\mathbf{v}$ ,  $(1/2)m\mathbf{v}^2$  и интегрируя по скоростям, получим обычные уравнения переноса массы, импульса и энергии [1], в которых тензор вязких напряжений и вектор теплового потока имеют вид

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_K + \mathbf{P}_{\Phi_1} + \mathbf{P}_{\Phi_2}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}_K + \mathbf{q}_{\Phi_1} + \mathbf{q}_{\Phi_2}, \quad (13)$$

где

$$\mathbf{P}_K = mn\langle \mathbf{C}\mathbf{C} \rangle, \quad \mathbf{q}_K = \frac{1}{2} mn\langle \mathbf{C}\mathbf{C}^2 \rangle, \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_{\Phi 1} = \frac{1}{2} mn^2 \langle \langle (\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \chi \sigma \rangle \rangle, \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{\Phi 2} = \frac{1}{2} mn^2 \langle \langle (\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} [\mathbf{k} \cdot \nabla \ln(f/f_1)] \chi \sigma \rangle \rangle, \quad (16)$$

$$\mathbf{q}_{\Phi 1} = \frac{1}{4} mn^2 \langle \langle [(\mathbf{g} \cdot \mathbf{k})^2 + 2(\mathbf{g} \cdot \mathbf{k})(\mathbf{C} \cdot \mathbf{k})] \mathbf{k} \chi \sigma \rangle \rangle, \quad (17)$$

$$\mathbf{q}_{\Phi 2} = \frac{1}{4} mn^2 \langle \langle [(\mathbf{g} \cdot \mathbf{k})^2 + 2(\mathbf{g} \cdot \mathbf{k})(\mathbf{C} \cdot \mathbf{k})] \mathbf{k} \times [\mathbf{k} \cdot \nabla \ln(f/f_1)] \chi \sigma \rangle \rangle. \quad (18)$$

Здесь  $\mathbf{C} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$  — собственная скорость частиц;  $\mathbf{u}$  — гидродинамическая скорость; индексы  $K$  и  $\Phi$  у векторов потоков означают вклады, обусловленные потоком молекул (кинетической энергией) и столкновениями [1] соответственно. Одинарные и двойные угловые скобки означают осреднение по одной или двум функциям распределения и сечению столкновения

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{n} \int f \phi d\mathbf{v},$$

$$\langle \langle \phi \rangle \rangle = \frac{1}{n^2} \iiint f f_1 \phi d\sigma d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1. \quad (19)$$

Отличие соотношений (15)–(18) от приведенных в (1) состоит в том, что  $\chi$  и  $\sigma$  являются функциями относительной скорости и стоят под знаком интеграла.

Разлагая ФР в ряд по малому параметру — числу Кнудсена, т.е. полагая  $f = f^{(0)}(1 + \text{Kn}\varphi)$ , получим, что  $f^{(0)}$  является локально-максвелловской ФР, а для поправки первого приближения  $\varphi$  имеем уравнение

$$-n^2 I_0(\varphi) = Df^{(0)} - I_1(f^{(0)}) \equiv \mathbf{A} \cdot \nabla \ln T + \mathbf{B} : \nabla \mathbf{u}. \quad (20)$$

Здесь

$$\mathbf{A} = f^{(0)} \left[ \left( \omega^2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{nk_B} \frac{\partial p}{\partial T} \right) \mathbf{C} - \mathbf{M} \right], \quad (21)$$

$$\mathbf{B} = f^{(0)} \left[ \frac{m}{T} \{ \mathbf{C}\mathbf{C} \} + \left( \frac{2}{3} \omega^2 - \frac{p}{nk_B T} \right) \mathbf{I} - \mathbf{W} \right], \quad (22)$$

$$\mathbf{M} = \int f_1^{(0)} \left( \omega_1^2 + (\omega_1')^2 - 3 + T \frac{\partial \ln \chi}{\partial T} \right) \mathbf{k} \chi \sigma d\sigma d\mathbf{v}_1, \quad (23)$$

$$\mathbf{W} = \int f_1^{(0)} \left[ \frac{m}{k_B T} (\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_1') \right] \mathbf{k} \chi \sigma d\sigma d\mathbf{v}_1, \quad (24)$$

где  $p$  — давление,  $\mathbf{I}$  — единичный тензор,  $\omega_i = \mathbf{C}_i/V_T$ ,  $V_T = \sqrt{(2k_B T)/m}$ , а для любых двух векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  имеем

$$\{ \mathbf{a}\mathbf{b} \} = \frac{1}{2} (\mathbf{a}\mathbf{b} + \mathbf{b}\mathbf{a}) - \frac{1}{3} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{I}. \quad (25)$$

Отметим, что вектор  $\mathbf{M}$  и тензор  $\mathbf{W}$ , входящие в соотношения (21) и (22), в отличие от [1] не допускают

прямого интегрирования по  $\mathbf{v}_2$ , но для расчета коэффициентов переноса этого и не требуется.

Решение уравнения (23) можно представить в форме

$$\varphi = -\frac{1}{n} [\mathbf{a} \cdot \nabla \ln T + \mathbf{b} : \nabla \mathbf{u}], \quad (26)$$

где вектор  $\mathbf{a}$  и тензор  $\mathbf{b}$  ищутся, как обычно, в виде разложения по полиномам Сонина.

В первом приближении в разложении по полиномам Сонина они имеют следующий вид:

$$\mathbf{a} = a_1 \left( \frac{5}{2} - \omega^2 \right) \mathbf{C}, \quad \mathbf{b} = b_0 \{ \omega \omega \}. \quad (27)$$

Коэффициенты  $a_1$  и  $b_0$  находятся путем интегрирования уравнения (23) с соответствующими весами [1]. В результате получим, что

$$b_0 = \frac{\langle \mathbf{B} : \{ \omega \omega \} \rangle}{\{ \{ \omega \omega \}, \{ \omega \omega \} \}},$$

$$a_1 = \frac{\langle \mathbf{A} \cdot \left( \frac{5}{2} - \omega^2 \right) \mathbf{C} \rangle}{\left[ \left( \frac{5}{2} - \omega^2 \right) \mathbf{C}, \left( \frac{5}{2} - \omega^2 \right) \mathbf{C} \right]}, \quad (28)$$

где интегральные скобки определены согласно соотношению

$$[F, G] = \frac{1}{n^2} \int f^{(0)} f_1^{(0)} [F' + F_1' - F - F_1] \times [G' + G_1' - G - G_1] \chi d\sigma d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1. \quad (29)$$

При непосредственном вычислении средних в соотношениях (28) необходимо перейти к переменным — относительной скорости и скорости центра масс, как это делается при расчете интегральных скобок. Непосредственный расчет по формулам (28) приводит к следующим результатам:

$$b_0 = -\frac{5\sqrt{2}}{8\sqrt{\pi} V_T \sigma_0^2 R_0} \left( 1 + \frac{2}{5} n_* R_1 \right), \quad (30)$$

$$a_1 = -\frac{15\sqrt{2}}{32\sqrt{\pi} V_T \sigma_0^2 R_0} \left( 1 + \frac{3}{5} n_* R_4 \right). \quad (31)$$

Здесь

$$n_* = \frac{2\pi}{3} n \sigma_0^3, \quad R_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{24} r_2^{(5)}, \quad R_1 = \frac{5}{6} r_3^{(2)} - \frac{1}{5} r_3^{(4)},$$

$$R_4 = \frac{25}{36} r_3^{(2)} - \frac{8}{15} r_3^{(4)} + \frac{1}{9} r_3^{(6)}, \quad (32)$$

$$r_k^{(q)} = \frac{8\tau^{-k\mu}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \exp(-\gamma^2) \times \chi(n_* \tau^{-3\mu} \gamma^{-6\mu}) \gamma^{2+q-2k\mu} d\gamma, \quad (33)$$

где  $\tau = (k_B T)/\varepsilon$  — приведенная безразмерная температура.

## Вектора потоков и коэффициенты переноса

Подставляя полученную ФР в выражения для векторов потоков (16–21), после вычислений получим, что

$$\mathbf{P} = p\mathbf{I} - 2\eta\{\nabla\mathbf{u}\} - \kappa(\nabla \cdot \mathbf{u}), \quad \mathbf{q} = -\lambda\nabla T, \quad (34)$$

где для гидростатического давления имеем уравнение состояния

$$p = \left(n + \frac{1}{3}n_*^2 r_3^{(2)}\right) k_B T. \quad (35)$$

Из соотношения (37) следует, что второй вириальный коэффициент для уравнения состояния определяется выражением

$$B = \frac{8\sqrt{\pi}}{9} \sigma_0^3 \Gamma \left( \frac{5 - 6\mu}{2} \right) \tau^{-3\mu}, \quad (36)$$

что совпадает с выражением для второго вириального коэффициента для потенциала — центра отталкивания (2).

Коэффициенты сдвиговой вязкости  $\eta$  и теплопроводности  $\lambda$  в соответствии с (16) включают как обычные, кинетические вклады, так и вклады, обусловленные столкновительным переносом импульса и энергии, т.е.  $\eta = \eta_K + \eta_{\Phi 1} + \eta_{\Phi 2}$ ,  $\lambda = \lambda_K + \lambda_{\Phi 1} + \lambda_{\Phi 2}$ , причем

$$\eta_K = \frac{1}{2} b_0 T, \quad \eta_{\Phi 1} = \frac{1}{5} b_0 k_B T n_* R_2, \quad (37)$$

$$\eta_{\Phi 2} = \frac{48}{25\pi} \eta_0 n_*^2 R_3,$$

$$\lambda_K = -\frac{5}{4} a_1 V_T^2, \quad \lambda_{\Phi 1} = -\frac{3}{4} a_1 V_T^2 n_* R_5, \quad (38)$$

$$\lambda_{\Phi 2} = \frac{32}{25\pi} \lambda_0 n_*^2 R_3,$$

где

$$R_2 = \frac{2}{15} r_3^{(4)}, \quad R_3 = r_4^{(3)}, \quad R_5 = \frac{11}{45} r_3^{(4)} - \frac{5}{18} r_3^{(2)}, \quad (39)$$

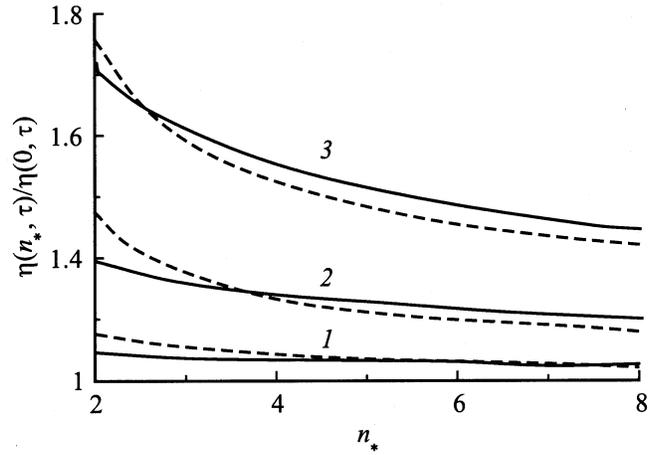
$$\eta_0 = \frac{5\sqrt{mk_B T}}{16\sqrt{\pi}\sigma_0^2}, \quad \lambda_0 = \frac{75k_B \sqrt{k_B T}}{64\sqrt{\pi}m\sigma_0^2}. \quad (40)$$

Окончательно для коэффициентов сдвиговой вязкости, объемной вязкости и теплопроводности получаем выражения

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{\left(1 + \frac{2}{5} n_* R_1\right) \left(1 + \frac{2}{5} n_* R_2\right)}{R_0} + \frac{48}{25\pi} n_*^2 R_3, \quad (41)$$

$$\frac{\kappa}{\eta_0} = \frac{16}{5\pi} n_*^2 R_3, \quad (42)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\left(1 + \frac{3}{5} n_* R_4\right) \left(1 + \frac{3}{5} n_* R_5\right)}{R_0} + \frac{32}{25\sqrt{\pi}} n_*^2 R_3. \quad (43)$$



Зависимость приведенного коэффициента вязкости от приведенной температуры (сплошная линия — расчет, пунктир — сглаженные экспериментальные данные).  $n$ : 1 — 0.2, 2 — 0.5, 3 — 0.8.

Отметим, что используемые выше коэффициенты  $R_i$  подобраны таким образом, что для твердых сфер ( $\mu = 0$ ) все  $R_i$  при  $\chi = 1$  равны единице, так что выражения (41)–(43) для коэффициентов переноса для твердых сфер совпадают с аналогичными выражениями, полученными Энскогом. Эти коэффициенты определяют температурную зависимость поправок к коэффициентам переноса, обусловленных высокой плотностью газа, а коэффициент  $R_0$  определяет также отличие температурной зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности при обычной плотности газа из мягких сфер от газа из твердых сфер. Эта зависимость совпадает с температурной зависимостью  $\Omega^{(2,2)*}$  — приведенного интеграла Чепмена–Каулинга для потенциала — центра отталкивания, т.е. при  $n_* \rightarrow 0$   $R_0 \sim \Omega^{(2,2)*} \sim \tau^{-k\mu}$ .

На рисунке представлены результаты расчета приведенного коэффициента вязкости в зависимости от приведенной температуры  $\tau$  при различных плотностях. В расчетах использовалось значение параметра  $\mu = 1/12$ . На графики для сравнения нанесены сглаженные экспериментальные данные для инертных газов и азота, взятые из [12]. Как видно, в области значений  $\tau > 2$  расхождение составляет 4–7%. Таким образом, при достаточно высоких температурах представленная модель вполне адекватно описывает переносные свойства простого плотного газа.

## Заключение

1. Представлена модель кинетического уравнения энскоговского типа для плотных газов и газовых смесей из мягких сфер.

2. Получены аналитические результаты, позволяющие рассчитать коэффициенты переноса простого плотного газа из мягких сфер.

3. Представлен сравнительный расчет коэффициента вязкости в диапазоне приведенных температур  $2 < \tau < 8$  для значений приведенной плотности  $n_* = 0.2; 0.5; 0.8$ . Расхождение результатов расчета с экспериментальными данными не более 7%.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 01-03-32729).

## Список литературы

- [1] Ферцигер Дж., Канер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.
- [2] Вассерман А.А., Хасилов И.П. // ТВТ. 1989. Т. 27. № 1. С. 35.
- [3] Курочкин В.И., Цаплин С.В. // ТВТ. 1993. Т. 31. № 6. С. 903.
- [4] Friend D.G., Rainwater J.C. // Chem. Phys. Lett. 1984. Vol. 107. N 6. P. 590.
- [5] Рабинович А.А., Киселев С.Б. // Теплофизические константы и свойства веществ. 1978. № 12. С. 124.
- [6] Курочкин В.И. // ТВТ. 1995. Т. 33. № 1. С. 161.
- [7] Koremans J.M.J., Beenakker J.M.J. // Physica. 1960. Vol. 26. P. 653.
- [8] Медведев А.Б. // ТВТ. 1995. Т. 33. № 2. С. 227.
- [9] Andersen H.C., Weeks J.D., Chandler D. // Phys. Rev. A. 1971. Vol. 4. N 4. P. 1597.
- [10] Beijeren H., Ernst M.H. // Physica. 1973. Vol. 68. P. 437.
- [11] Kinkaid J.M., Lopez de Haro M., Cohen E.G.D. // J. Chem. Phys. 1983. Vol. 79. N 9. P. 4509.
- [12] Trappeiers N.J., Botzen A., Ten Seldam C.A., Van Den Berg H.R., Van Oosten J. // Physica. 1965. Vol. 31. P. 1681.