

07;12

Квазидифракционные эффекты при облучении движущихся поверхностей. I

© К.И. Зорько,¹ М.Ф. Кудояров,¹ А.В. Матюков,¹ С.А. Мухин,¹ М.Я. Патрова²¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия² Закрытое акционерное общество „НПФ ТРЕМ“,
194223 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: mkud@cycla.ioffe.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 4 апреля 2002 г.)

Рассмотрен процесс формирования распределения плотности облучения вдоль движущейся поверхности, когда промодулированный по интенсивности облучающий поток проходит через периодическую пространственную структуру. Выведены и проанализированы соотношения для ряда частных случаев. При этом сам процесс облучения рассматривается как волновая квазидифракция на двумерных щелевых объектах.

Описан метод перевода квазидифракционной картины в одномерную голограмму и приведены результаты использования квазиволнового подхода при анализе результатов облучения движущихся пленочных материалов импульсными ускорительными пучками.

Введение

Воздействие на движущиеся поверхности пленочных материалов различными видами излучения является достаточно распространенной технологической операцией. При этом в зависимости от задачи требуется либо обеспечить равномерность облучения по всей поверхности образца, либо реализовать определенный закон изменения его плотности вдоль направления движения. Здесь можно особо выделить те технологии, в которых интенсивность облучающего потока периодически промодулирована во времени. Характерным примером производств, использующих такие технологии, является производство трековых мембран на основе полимерных пленок [1,3]. Если при импульсном облучении сама облучающая апертура имеет сложную, например периодическую пространственную структуру, то возникает процесс формирования специфических пространственно-временных биений, вызывающих ряд особенностей в распределении плотности облучения по поверхности пленки. Эти особенности были отмечены авторами настоящей работы при облучении движущейся пленки через периодические пространственные решетки с малым эффективным сечением экранирования на циклотроне ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН. Последующие экспериментальные исследования и детальный математический анализ показали, что использование таких решеток эквивалентно введению специфического пространственно-временного фильтра, который может вызвать как увеличение, так и уменьшение равномерности в поверхностной плотности облучения образца. При этом удалось показать, что математический аппарат, описывающий указанные процессы, полностью совпадает с аппаратом, используемым при описании дифракции двумерных волн на плоских экранах в приближении Фраунгофера [4].

Опираясь на отмеченную аналогию, в настоящей работе сделана попытка проведения систематической параллели между процессом облучения движущейся поверхности и дифракционными процессами. При этом часть I работы преимущественно посвящена выводу и обсуждению общих соотношений, а часть II — применению изложенной теории к конкретной области, а именно к изучению характера распределения поверхностной плотности облучения в условиях ее формирования на пучках импульсных ускорителей. В этой же части приведены экспериментальные результаты, а также описан способ получения специфических голограмм дифрагирующих структур, которые можно назвать „информационными голограммами“.

Облучение движущейся поверхности через периодическую пространственную решетку синусоидально модулированным потоком

Предположим, что облучение движущейся поверхности производится через регулярную последовательность идентичных щелей, образующих в заградительном экране периодическую пространственную решетку, причем образующие решетку щели расположены перпендикулярно к направлению движения поверхности. Такая решетка изображена на рис. 1. Предположим также, что в плоскости экрана интенсивность облучающего потока зависит только от времени и не зависит от координаты x . После экрана интенсивность, естественно, будет зависеть от x . Если l_1 — ширина щелей, а d — период решетки, то при числе щелей, равном N , для синусоидально модулированного потока эта интенсивность

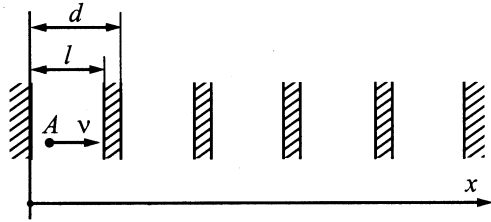


Рис. 1. Перемещение скрепленной с облучаемой поверхностью точки A под заградительным экраном, имеющим периодическую структуру.

запишется в виде

$$I(x, t) = \begin{cases} I_0 + I_m \sin(\omega t) & x = x \quad id < x < l_1 + id, \\ & i = 1, 2, 3, \dots, N-1, \\ 0 & x \neq \bar{x}. \end{cases} \quad (1)$$

Пусть скрепленная с поверхностью точка A перемещается под решеткой со скоростью v в направлении оси x . Если в момент $t = T$ точка A имеет координату $x = 0$, то ее прохождение под i -й щелью приведет к увеличению плотности облучения в окрестности этой точки на величину

$$\rho_i = I_0 \tau_1 + I_m \int_{T+(\tau_1+\tau_2)(i-1)}^{T+(\tau_1+\tau_2)(i-1)+\tau_1} \sin(\omega t) dt = I_0 \tau_1 + \frac{2I_m}{\omega} \sin\left(\frac{\omega \tau_1}{2}\right) \sin\left[\omega T + \frac{(i-1)d\omega}{v} + \frac{\omega \tau_1}{2}\right], \quad (2)$$

где $\tau_1 = l_1/v$, $\tau_2 = (d - l_1)/v$.

После прохождения всех N щелей суммарная плотность облучения в окрестности точки A будет равна

$$\begin{aligned} \rho_\Sigma &= \sum_{i=1}^N \rho_i = NI_0 \tau_1 + \frac{2I_m}{\omega} \sin\left(\frac{\omega \tau_1}{2}\right) \\ &\times \sum_{i=1}^N \sin\left[\omega T + \frac{(i-1)d\omega}{v} + \frac{\omega \tau_1}{2}\right] = NI_0 \frac{l_1}{v} \\ &+ \frac{2I_m}{\omega} \sin\left(\frac{\omega l_1}{2v}\right) \frac{\sin\left(\frac{Nd\omega}{2v}\right)}{\sin\left(\frac{d\omega}{2v}\right)} \sin\left[\omega T + \frac{(N-1)d\omega}{2v} + \frac{\omega \tau_1}{2}\right]. \end{aligned} \quad (3)$$

В правой части выражения (3) первое слагаемое представляет собой независимую от T постоянную составляющую плотности облучения ρ_0 . Второе слагаемое является переменной составляющей плотности ρ_a , причем от времени T зависит только последний множитель. Остальные, не зависящие от T , множители определяют собой амплитуду переменной составляющей.

Запишем отношение переменной составляющей плотности облучения к постоянной и одновременно произведем подстановку $T = t - (\tau_1 + \tau_2) \cdot (N-1) - \tau_1$. Эта

подстановка соответствует переходу к единой временной переменной в формулах для интенсивности потока и плотности облучения. Физически такой переход отражает тот простой факт, что любое изменение плотности, фиксируемое на задней границе последней щели, должно начаться мгновенно после начала изменения интенсивности облучающего потока

$$A(t) = \frac{\rho_a}{\rho_0} = A_\rho \sin\left[\omega t - \frac{(N-1)d\omega}{2v} - \frac{\omega \tau_1}{2}\right], \quad (4)$$

где

$$A_\rho = \frac{I_m}{NI_0} \frac{\sin \xi}{\xi} - \frac{\sin(Na\xi)}{\sin(a\xi)}, \quad \xi = \frac{\omega l_1}{2v}, \quad a = \frac{d}{l_1}. \quad (4a)$$

Вводя скрепленную с облучаемой поверхностью координатную ось X' , для постоянных ω и v можно записать выражение для изменения плотности вдоль направления движения

$$A(x') = A_\rho \sin\left(\frac{x' - x}{v} \omega\right). \quad (5)$$

где A_ρ определяется (4a), а величина x задает положение начала координатной оси X' .

Из полученных выше выражений видно, что при облучении движущейся поверхности синусоидально модулированным пучком через щелевой экран, имеющий регулярную пространственную структуру (рис. 1), плотность облучения вдоль направления движения изменяется также по синусоидальному закону, причем длина пространственного периода изменения плотности $\lambda = v/f$, где $f = \omega/2\pi$ — частота модуляции интенсивности облучения. По физическому смыслу коэффициент A_ρ может быть назван пространственным коэффициентом модуляции плотности облучения вдоль координаты x' , а величина $A_T = I_m/I_0$ — временным коэффициентом модуляции интенсивности облучающего потока.

Легко заметить, что зависимость $A_\rho(\xi)$ с точностью до интерпретации входящих в нее величин совпадает с выражением, описывающим результат дифракции электромагнитной волны с плоским волновым фронтом на периодическом щелевом экране в приближении Фраунгофера [4]. В частности, при $N = 1$ выражения (4) и (4a) переходят в выражения (6) и (6a), соответствующие дифракции Фраунгофера на одиночной щели шириной l_1 ,

$$A_1(t) = A_{\rho 1} \sin\left(\omega t - \frac{\omega \tau}{2}\right), \quad (6)$$

$$A_{\rho 1} = \frac{I_m}{I_0} \frac{\sin \xi}{\xi}, \quad (6a)$$

где $\tau = l_1/v$ и $\xi = \omega l_1/2v$.

В приведенных выражениях изменение знака амплитуды A_ρ при определенных дискретных значениях ξ фактически означает, что в этих точках происходит скачкообразное изменение на величину π фазы модулирующей функции. Функция $|A_\rho(\xi)|$ представляет собой хорошо известную из дифракционной спектроскопии

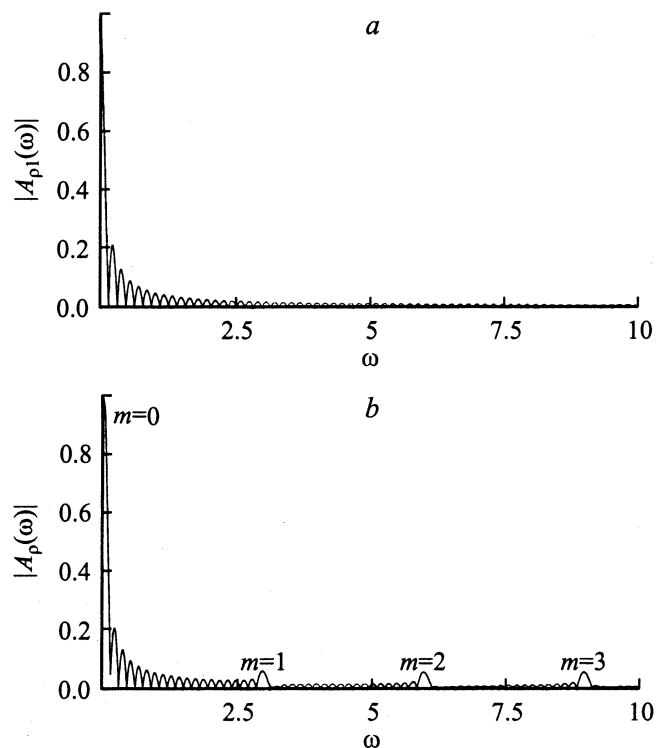


Рис. 2. Зависимость $|A_{\rho 1}(\omega)|$ для одиночной щели (а) и для той же щели после введения в ее апертуру периодической решетки с $N = 20$ и $K_p = 1/a = 0.95$ (b).

чередующуюся последовательность главных и боковых максимумов. В точках скачкообразного изменения фазы $A_p(\xi) = 0$. Это означает, что соответствующим выбором отношения частоты и скорости можно добиться абсолютно равномерного облучения движущейся поверхности при переменной интенсивности облучающего потока. И наоборот, введение в апертуру облучения периодической решетки с очень малым экранирующим сечением (с высокой прозрачностью) может при определенных условиях существенно повысить неравномерность облучения. В качестве примера рассмотрим случай, когда число щелей N достаточно велико, а величина $(\alpha - 1) \ll 1$. Такую решетку, например, можно получить, если рабочую апертуру пересечь регулярной сеткой из тонких нитей, расположенных перпендикулярно оси X' . Прозрачность такой решетки будет, очевидно, пропорциональна $1/a$, т. е. по величине будет близка к единице. В этом случае при увеличении ξ положение главных максимумов множителя $\sin(Na\xi)/\sin(a\xi)$ в выражении (4) постепенно смещается относительно минимумов (нулей) множителя $\sin \xi/\xi$. Фаза смещения $\Delta\xi_m$ равна

$$\Delta\xi_m = \pi m \frac{a-1}{a}. \quad (7)$$

Она линейно нарастает с увеличением порядка спектра m . Раскладывая функцию $\sin \xi$ в точках $\xi_i = \pi \cdot i$ в степенной ряд с точностью до линейного члена и

учитывая (7), можно показать, что при достаточно малых m , для которых выполняется условие

$$\Delta\xi_m \ll \frac{\pi}{2}, \quad (8)$$

функция $A_p(\xi)$ в точках расположения главных максимумов $\xi_m = \pi \cdot m/a$ сохраняет постоянное, не зависящее от m значение.

Для сравнения плотностей $|A_p|$ и $|A_{\rho 1}|$ их удобно рассматривать не как функции обобщенной переменной ξ , а как функции частоты ω . На рис. 2, а представлена зависимость $|A_{\rho 1}(\omega)|$ для одиночной широкой щели, а на рис. 2, б — зависимость $|A_p(\omega)|$ для той же щели, но с дополнительной сеткой из девятнадцати тонких нитей. Общая площадь нитей составляет 5% от площади апертуры. Коэффициент прозрачности такой решетки $K_p = 1/a = 0.95$. Из рисунков видно, что при выполнении условия (8) в точках расположения главных максимумов функция $|A_p(\omega)|$ имеет почти одинаковые значения, существенно превосходящие значения $|A_{\rho 1}(\omega)|$ в этих же точках. Таким образом, введение в апертуру облучения дополнительной тонкой сетки с высоким коэффициентом прозрачности, но обладающей регулярной структурой приводит к резонансному повышению коэффициента модуляции плотности облучения для определенных дискретных значений частоты ω .

Облучение через одиночную щель импульсным облучающим потоком

Очень часто облучение движущихся мишеней на ускорителях заряженных частиц носит импульсный характер, и поэтому анализ пространственного распределения плотности такого облучения имеет реальное практическое значение. При этом задачу для одиночной щели целесообразно рассмотреть отдельно от общего случая.

Предположим, что облучение движущейся поверхности синусоидально модулированным по интенсивности облучающим потоком производится через одиночную щель шириной l_1 . Тогда плотность облучения $A_1(t)$ в точке $x = l_1$ будет определяться выражениями (6) и (6а), при этом смена знака плотности означает изменение фазы на величину π . Поскольку, согласно (2), постоянная составляющая выходной плотности облучения $I_0\tau_1$ не зависит от частоты ω , а используемый интегральный оператор представляет собой линейное функциональное преобразование, то функцию $A_{\rho 1} = A_{\rho 1}(\omega)$ можно с точностью до постоянного размерообразующего коэффициента рассматривать как амплитудно-частотную характеристику некой линейной цепи, на вход которой воздействует гармоническая составляющая интенсивности облучения, а на выходе образуется соответствующая ей гармоническая составляющая плотности. В соответствии с (6) фазочастотная характеристика этой цепи имеет вид $\varphi(\omega) = -\omega\tau/2$. Учитывая сказанное, мы можем

записать выражение для комплексного коэффициента передачи $\dot{K}(\omega)$ такой цепи [5,6]

$$\dot{K}(\omega) = C \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}} \exp\left(-j \frac{\omega\tau}{2}\right), \quad (9)$$

где C — размерообразующая константа.

Импульсная характеристика $h'(t)$ линейной цепи определяется как обратное преобразование Фурье от $\dot{K}(\omega)$. В данном случае будем иметь

$$h'(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(\omega) \exp(j\omega t) dt = \frac{C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}} \times \exp\left[j\omega\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right] d\omega = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ \frac{C}{\tau} & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0 & t > \tau. \end{cases} \quad (10)$$

Поскольку при $t < 0$ функция $h'(t) = 0$, то система является реализуемой [5,6], что естественно, так как при проведении расчета мы не делали никаких упрощающих предположений, которые могли бы привести к формальной нереализуемости системы.

Воздействуем на систему $\dot{K}(\omega)$ периодической последовательностью прямоугольных импульсов, имеющих длительность ΔT и период повторения T_0 (рис. 3). Реакция системы на такую последовательность, определяющая собой плотность облучения при импульсном характере облучающего воздействия, будет иметь вид [5]

$$\rho(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_1(t - [i - 1]T), \quad (11)$$

где

$$\rho_1(t) = \int_0^t h'(t-t') I_1(t') dt', \quad I_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, t > \Delta T, \\ I_m & 0 \leq t \leq \Delta T, \end{cases}$$

а $h'(t)$ определяется выражением (10).

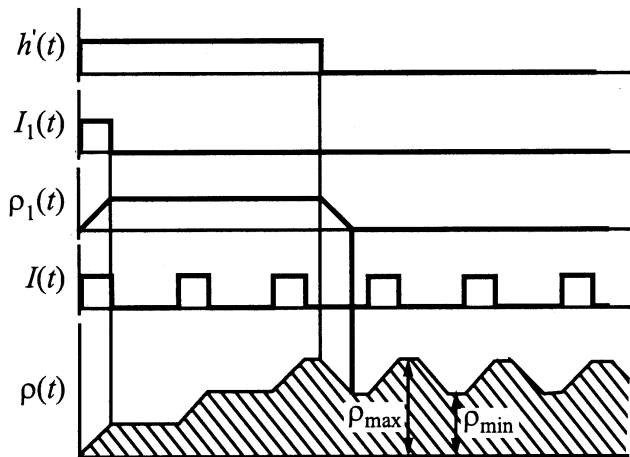


Рис. 3. Временные диаграммы, поясняющие процесс формирования плотности облучения $\rho(t)$ при периодическом импульсном облучающем воздействии.

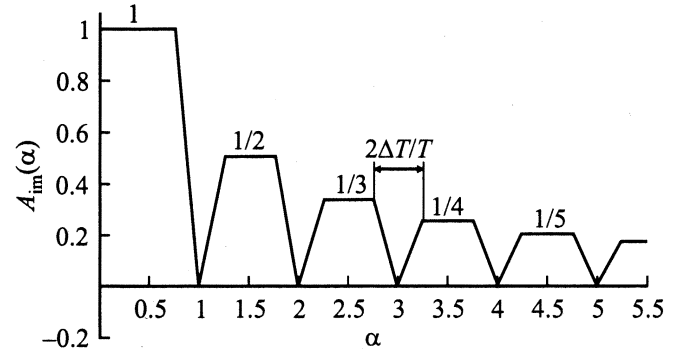


Рис. 4. Зависимость импульсного коэффициента модуляции плотности облучения от параметра $\alpha = \tau/T_0$ при $\theta = T_0/\Delta T = 3$.

График функции $\rho(t)$ для $\alpha = \tau/T_0 = 2.5$ и $\Theta = T_0/\Delta T = 3$ представлен на рис. 3. На этом же рисунке приведены графики входной импульсной последовательности $I(t)$, импульсной функции $h'(t)$ и реакции $\rho_1(t)$ на одиночный импульс. Как видно из рисунка, переходной процесс имеет конечную продолжительность и при $t > \tau$ устанавливается стационарное периодическое распределение плотности облучения $\rho(t)$, при котором функция модуляции плотности имеет характерный трапецеидальный вид, причем при $\nu = \text{const}$ крутизна нарастания плотности на соответствующих участках зависит только от интенсивности облучения I_m и не зависит от T_0 , ΔT и τ .

Введем импульсный коэффициент модуляции плотности облучения

$$A_{im} = \frac{\rho_{\max} - \rho_{\min}}{\rho_{\max}}. \quad (12)$$

На рис. 4 приведена зависимость A_{im} от параметра $\alpha = \tau/T_0$, которая наглядно показывает, что при импульсном облучении движущейся поверхности через одиночную щель равномерность облучения повышается с ростом числа импульсов, поступающих за время τ . Кроме того, если время облучения кратно периоду повторения импульсов, то $A_{im}(\alpha) = 0$ и неравномерность облучения отсутствует полностью. Однако при коротких импульсах ($\Theta \gg 1$) достаточно точное выполнение этого условия происходит только в очень узких интервалах значений α . И наоборот, если требуется максимально глубокая модуляция плотности облучения, необходимо, чтобы выполнялось условие $\tau < T_0 - \Delta T$.

Облучение через периодическую пространственную решетку импульсным облучающим потоком

В предыдущем разделе при использовании распределения плотности облучения на движущейся поверхности мы проводили анализ во временной области [4–6]. Однако если целевой экран представляет собой достаточно

продолжительную периодическую структуру (рис. 1), то, согласно (4а), зависимость коэффициента модуляции плотности облучения от частоты определяется дифракционной функцией Фраунгофера, т.е. представляет собой последовательность узких резонансных пиков. Если в этом случае, как это было сделано выше, процесс облучения рассматривать с точки зрения теории линейных цепей, то более наглядные результаты получаются, когда анализ производится в частотной области [6].

Повторяя все рассуждения предыдущего раздела и учитывая (4) и (4а), запишем комплексный коэффициент передачи $\dot{K}_N(\omega)$ для линейной системы, воспроизводящий процесс облучения при воздействии гармонической составляющей интенсивности потока,

$$\dot{K}_N(\omega) = C_N \frac{\sin \frac{\omega\tau_1}{2}}{\frac{\omega\tau_1}{2}} \frac{\sin \frac{N\omega(\tau_1+\tau_2)}{2}}{\sin \frac{\omega(\tau_1+\tau_2)}{2}} \times \exp \left[-j\omega \frac{(N-1)(\tau_1+\tau_2) + \tau_1}{2} \right], \quad (13)$$

где $\tau_1 = l_1/v$ и $\tau_2 = (d-l_1)/v$.

Пусть на вход системы (13) поступает бесконечная периодическая последовательность прямоугольных импульсов $f(t)$ с периодом повторения T_0 , длительностью ΔT и амплитудой α_{\max} , которая может быть представлена своим рядом Фурье [4,5]

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \exp(jk\omega t) = \frac{\Delta T \alpha_{\max}}{T_0 \pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi \cdot \Delta T}{T_0}}{\frac{k \cdot \Delta T}{T_0}} \exp(jk\omega t). \quad (14)$$

Поскольку система (13) линейна, то ее реакция на воздействие (14) будет представлять собой сумму реакций от каждой гармонической составляющей ряда. При этом если интересоваться этой реакцией с точностью до произвольного фазового сдвига, то экспоненциальный множитель в (13) можно отбросить. Тогда зависимость плотности облучения от времени на выходе из облучающей апертуры может быть записана в виде

$$\rho(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{K}_N(k\omega) b_k \exp(jk\omega t) = C'_N \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega\tau_1}{2} \sin \frac{k\omega N(\tau_1+\tau_2)}{2} \sin \frac{k\pi \cdot \Delta T}{T_0}}{k^2 \omega \sin \frac{k\omega(\tau_1+\tau_2)}{2}} \exp(jk\omega t), \quad (15)$$

где

$$C'_N = \frac{2C_N \alpha_{\max}}{\pi \tau_1}.$$

На рис. 5 показана форма входной последовательности облучающих импульсов $f(t)$ и соответствующие этой форме функции плотности облучения $\rho(t)$, полученные с использованием выражения (15) для нескольких

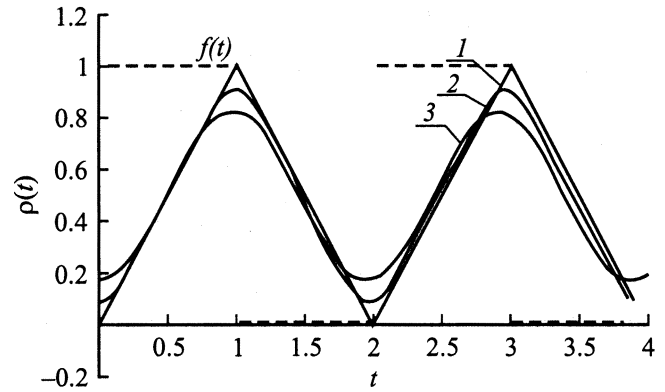


Рис. 5. Зависимость $\rho(t)$ для $C_N = \alpha_{\max} = \tau_1 = \tau_2 = 1$, $N = 10$ и следующих значений частоты: 1 — $\omega = 2\pi/T_0 = \pi$, 2 — $\omega = \pi + \pi/60$, 3 — $\omega = \pi + \pi/30$.

значений частоты $\omega = 2\pi/T_0$ и следующих значений остальных параметров: $C_N = \alpha_{\max} = \tau_1 = \tau_2 = 1$, $\Delta T/T_0 = 0.5$, $N = 10$. На амплитудно-частотной характеристике (рис. 6) эти частоты отмечены точками. Как видно из графиков, при настройке основной частоты последовательности на максимум, соответствующий $m = 1$, все гармоники высших порядков располагаются в главных нечетных максимумах функции $\dot{K}_N(\omega)$, что обеспечивает их максимальное прохождение через линейную систему и, как следствие, формирование максимально модулированной плотности облучения на выходе. При $\omega = (2\pi + 2\pi/N)T_0 = \pi + \pi/30$ переменная составляющая плотности облучения имеет максимально гладкую, приближающуюся к синусоиде форму, причем вклад высших гармоник падает с увеличением количества щелей N . В данном случае имеет место своеобразная пространственно-временная фильтрация, позволяющая сформировать синусоидально модулированную плотность облучения $\rho(t)$ для любой периодической облучающей функции $I(t)$, спектр которой содержит в себе только нечетные гармоники.

Резонансные свойства коэффициента передачи (13) позволяют производить работу на гармониках облучающей функции $I(t)$. Это означает, что всегда можно подобрать такое соотношение между основной частотой $\omega = 2\pi/T_0$, скоростью движения облучаемой поверхности v и количеством щелей N , что частота переменной составляющей функции $\rho(t)$ будет равна $k_1\omega$, где k_1 — кратность умножения частоты. Одна и та же кратность умножения может быть реализована различными способами. На рис. 6 представлены графики модуля функций $\dot{K}(\omega)$ для $N = 5$ и 10 . Если частота ω основной гармоники облучающей функции установлена так, как это показано на графиках, то в обоих случаях в выходном спектре окажутся подавлены все гармоники, кроме тех, которые имеют номера $5(2i-1)$ где $i = 1, 2, 3, \dots$. Выделенные гармоники можно рассматривать как нечетные гармоники новой основной частоты $\omega_5 = 5\omega$, причем легко заметить, что соотношение между их амплитудами

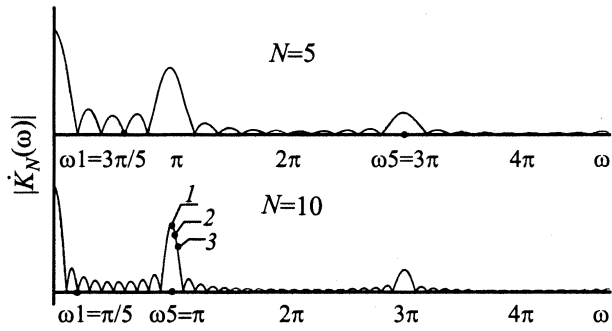


Рис. 6. Зависимость модуля коэффициента передачи K_N от частоты ω для $N = 5$ и $N = 10$ при следующих значениях остальных параметров: $C_N = \alpha_{\max} = \tau_1 = \tau_2 = 1$, $\Delta T/T_0 = 0.5$.

и фазами точно такое же, как для гармоник функции $\rho(t)$ при условии, что ее основная частота настроена на главный квазидифракционный максимум ($m = 1$). Таким образом, в обоих случаях происходит умножение частоты переменной составляющей функции $\rho(t)$ с кратностью умножения $k_1 = 5$ и с сохранением формы этой составляющей. При этом максимум коэффициента модуляции плотности облучения достигается тогда, когда частота первой из выделяемых гармоник совпадает с положением главного максимума при $m = 1$. В нашем примере это соответствует случаю с $N = 10$ (рис. 6).

Облучение движущейся поверхности промодулированным во времени облучающим потоком как квазидифракционный процесс

Выше уже отмечалось, что между процессом облучения движущейся поверхности и дифракцией волн существует аналогия. На первый взгляд эта аналогия не идет дальше констатации формального сходства выражения (4а) с функцией, описывающей результат дифракции Фраунгофера на плоском одномерном щелевом экране [4], поскольку физическая природа обоих процессов совершенно различна. Однако можно указать прием, при помощи которого пространственный коэффициент модуляции плотности облучения $A_\rho(x)$ для движущейся поверхности будет соответствовать дифракции на более сложных двумерных объектах. Здесь мы рассмотрим простейший пример такого двумерного объекта, а для более сложных случаев ограничимся констатацией общих утверждений.

Рассмотрим плоский щелевой экран $B'B''$, развернутый на угол α_0 по отношению к плоскости наблюдения $A'A''$ (рис. 7). Пусть на экран в направлении нормали к его поверхности падает плоская электромагнитная

волна и при этом выполняются условия

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} \ll l_1 \ll Z, \quad (16)$$

где λ — длина волны, c — скорость света, l_1 — ширина щели, Z — расстояние от нижнего края щели до плоскости наблюдения.

Согласно принципу Гюйенса–Френеля [4], точки волнового фронта, лежащие в плоскости щели, будут являться источниками вторичных сферических волн. Будем интересоваться фазами вторичных волн, распространяющихся в направлениях AO и CO (рис. 7). Если угол α_0 выбран так, что $l_1 \sin \alpha_0 = i\lambda$, где i — целое число, то в точках B и C фазы соответствующих волн будут совпадать. При этом на отрезке BC , параллельном $A'A''$, разместятся в точности i пространственных периодов фазовой волны $\lambda_\varphi = \lambda / \text{tg} \alpha_0$, бегущей слева направо с фазовой скоростью $v_\varphi = c / \text{tg} \alpha_0$. Очевидно, что при этом в любой момент времени в точке наблюдения O будет происходить полная компенсация поля вторичных волн.

Изменим угол наблюдения на малую величину $\Delta\alpha \ll \alpha_0$, переместив наблюдение из точки O в O' . В этом случае легко показать, что между вторичными волнами, распространяющимися в направлениях AO' и CO' , появится пространственная разность хода, кото-

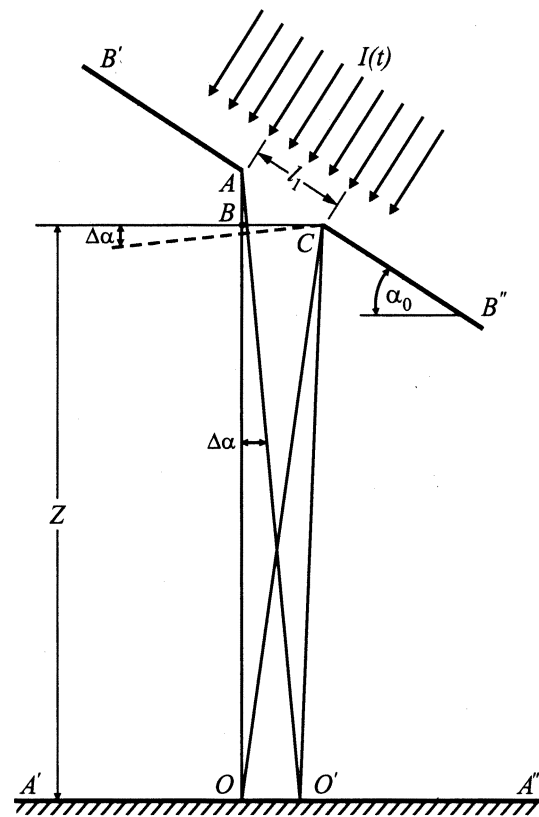


Рис. 7. К пояснению дифракции Фраунгофера от наклонного щелевого экрана.

рая приближенно задается выражением

$$\begin{aligned}\Delta l &= l_1 \cos \alpha_0 \sin \Delta\alpha - l_1 \sin \alpha_0 \sin^2 \Delta\alpha \\ &\approx l_1 \cos \alpha_0 \Delta\alpha - l_1 \sin \alpha_0 \Delta\alpha^2.\end{aligned}\quad (17)$$

Записанное приближение справедливо только для малых $\Delta\alpha$, т.е. когда выполняется условие Фраунгофера. При этом для больших значений угла наклона α_0 в правой части (17) появляется отрицательный квадратичный по $\Delta\alpha$ член. Его появление приводит к растягиванию дифракционной картины по мере перемещения точки наблюдения вправо по плоскости $A'A''$. Такое искажение дифракционной картины по сравнению с дифракционной картиной от плоско-параллельного экрана связано с тем, что плоская щель, будучи развернута на угол $\alpha_0 \neq 0$, воспринимается из района наблюдения не как одномерный, а как двумерный объект. Каждая точки ее поверхности теперь характеризуется уже парой координат x и z и упомянутая нелинейность зависимости $\Delta l(\Delta\alpha)$ является опосредованным отражением этого факта.

Найдем распределение напряженности электрической (или магнитной) составляющей поля на плоскости $A'A''$ как функцию угла наблюдения $\Delta\alpha$. Пусть угол α_0 выбран так, что

$$n_1 = \frac{l_1 \sin \alpha_0}{\lambda} \gg 1. \quad (18)$$

При $\Delta\alpha = 0$ условие (18) эквивалентно утверждению, что на отрезке BC укладывается n_1 пространственных периодов бегущей в горизонтальном направлении волны, что при построении дифракционной картины Фраунгофера соответствует начальному значению фазового параметра $\alpha_0 = 2\pi n_1 = 2\pi l_1 \sin \alpha_0 / \lambda$. С постепенным увеличением угла наблюдения $\Delta\alpha$ начинает увеличиваться разность хода Δl , что приводит к постепенному росту фазового параметра на величину $\Delta l / \lambda$. Напряженность поля $E(\alpha_0, \Delta\alpha)$ будет при этом распределяться вдоль направления $A'A''$ по Фраунгоферу

$$\begin{aligned}E(\alpha_0, \Delta\alpha) &= C_0 \frac{\sin(\alpha_0 + \frac{\Delta l}{\lambda})}{\alpha_0 + \frac{\Delta l}{\lambda}} \\ &= C_0 \frac{\sin[\frac{2\pi l_1}{\lambda}(\sin \alpha_0 + \Delta\alpha \cos \alpha_0 - \Delta\alpha^2 \sin \alpha_0)]}{\frac{2\pi l_1}{\lambda}(\sin \alpha_0 + \Delta\alpha \cos \alpha_0 - \Delta\alpha^2 \sin \alpha_0)} \\ &= C_0 \frac{\sin(b_0 + b_1 \Delta\alpha - b_2 \Delta\alpha^2)}{b_0 + b_1 \Delta\alpha - b_2 \Delta\alpha^2},\end{aligned}\quad (19)$$

где $b_0 = b_2 = 2\pi l_1 \sin \alpha_0 / \lambda$, $b_1 = 2\pi l_1 \cos \alpha_0 / \lambda$, C_0 — коэффициент пропорциональности.

Выражение (19) справедливо при условии $\Delta\alpha \ll 1$ и при $\alpha_0 = 0$ переходит в выражение, описывающее дифракцию на плоскопараллельной щели.

Возвратимся к рассмотрению процесса облучения движущейся поверхности синусоидально модулированным потоком, предположив при этом, что параметр ξ в (6а) адиабатически изменяется со временем по закону

$$\xi(t) = b'_0 - b'_1 t - b'_2 t^2. \quad (20)$$

При адиабатическом изменении выполняется соотношение $|\dot{\xi}(t) - \xi(t + \tau)| / \xi(t) \ll 1$. Если предположить, что скорость движения поверхности $v = \text{const}$, то это изменение можно связать с изменением частоты ω . С формальной стороны адиабатичность процесса будет выражаться в том, что выражение для $A_{\rho 1}(t)$ по-прежнему сохранит вид (6а), а зависимость от времени будет передаваться исключительно через зависимость от времени параметра ξ . Учитывая сказанное, можно записать

$$\begin{aligned}A_{\rho 1}(\xi(t)) &= \bar{A}_{\rho 1}(t) = C \frac{\sin(b'_0 + b'_1 t - b'_2 t^2)}{b'_0 + b'_1 t - b'_2 t^2} \\ &= C \frac{\sin(b'_0 + \frac{b'_1}{v} x' - \frac{b'_2}{v} x'^2)}{b'_0 + \frac{b'_1}{v} x' - \frac{b'_2}{v} x'^2} = \bar{A}_{\rho 1}(x').\end{aligned}\quad (21)$$

В последнем равенстве переход к пространственной координатной системе X' осуществляется в предположении, что $x' = 0$ при $t = 0$.

Выражения (19) и (21) полностью совпадают по форме. Это означает, что при соответствующем подборе коэффициентов распределение переменной составляющей плотности облучения вдоль координаты X' поверхности будет полностью воспроизводить дифракционную картину для одиночной щели, развернутой на угол α_0 по отношению к плоскости наблюдения. Максимальные значения x' , для которых выполняются условия Фраунгофера, легко найти из соответствующих соотношений для коэффициентов b_i и b'_i .

В общем случае можно показать, что при фиксированных v и l_1 для двумерного объекта произвольной конфигурации всегда можно подобрать такие медленно меняющиеся функции $I_m(t)$ и $\omega(t)$, что если интенсивность облучающего потока изменяется по закону

$$I(t) = I_0 + I_m(t) \sin[\omega(t)t], \quad (22)$$

то распределение коэффициента модуляции плотности облучения вдоль координаты X' будет соответствовать дифракционной картине, которая получается при волновой дифракции на этом объекте. При этом нет необходимости ограничиваться приближением Фраунгофера, поскольку указанным способом может быть синтезирована квазидифракционная картина, соответствующая произвольному диапазону углов наблюдения.

Снова вернемся к дифракции Фраунгофера на периодической пространственной решетке, параллельной плоскости наблюдения. Получаемая в этом случае дифракционная картина, как уже отмечалось, описывается функцией, по виду совпадающей с (4а). Это объясняется тем, что вытекающее из электромагнитной теории и используемое в теории дифракции Фраунгофера двумерное преобразование Фурье для одномерного случая с точностью до значений коэффициента совпадает с интегральным преобразованием (2). Отсюда следует, что если облучать движущуюся поверхность синусоидально

модулированным облучающим потоком через одномерный щелевой экран любой конфигурации, то наблюдаемая зависимость $A_p(\xi)$ будет всегда соответствовать дифракционной картине Фраунгофера для той же конфигурации. Основываясь на отмеченной аналогии, мы можем рассматривать изменение коэффициента модуляции плотности облучения в зависимости от частоты ω и скорости поверхности ν как действие некоего квазиволнового процесса, протекающего в соответствии с волновым уравнением в искусственно сформированном двумерном метрическом пространстве. К сожалению, однозначно определить это пространство не представляется возможным. Кроме того, можно показать, что при любом допустимом определении этого пространства в нем невозможно ввести метрику так, чтобы его нетривиальные инвариантные координатные преобразования имели физический смысл. Но тем не менее мы считаем вполне оправданным введение термина „квасидифракционный процесс“ по отношению к процессу облучения движущейся поверхности по следующим причинам.

Во-первых, использование этого термина подразумевает автоматический перенос давно сложившейся и удобной терминологии дифракционной спектроскопии в интересующую нас область.

Во-вторых, используя опорное когерентное облучение, на движущейся поверхности можно получить реальную голограмму щелевой конфигурации, которая способна по крайней мере в принципе восстановить изображение этой конфигурации при помощи обратного волнового процесса. Конечно, реально такое восстановление можно произвести только методами компьютерной оптики [7], но само существование такой возможности говорит о близости исследуемых в данной работе процессов к процессам волновой природы.

Способ получения такой голограммы будет описан во второй части работы.

Список литературы

- [1] *Нечаев А.А., Березкин В.В., Виленский А.И.* и др. // Мембраны. 2002. № 6. С 17–25.
- [2] *Кудояров М.Ф., Матюков А.В., Мухин С.А.* // Формирование потока ускоренных ионов при облучении широких полимерных пленок. „Мембрана-98“. Тез. докл. М., 1988. С. 123.
- [3] *Зорько К.И., Кудояров М.Ф., Матюков А.В.* и др. Влияние способа формирования облучающего потока на селективность трековых мембран второго поколения. Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН. СПб. 2000. № 1743. 17 с.
- [4] *Yu. Fr. TS.* Introduction to Diffraction, Information Processing and Holography. Massachusetts, 1973. 366 p.
- [5] *Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В.* и др. Основы теории цепей. М., 1975. 750 с.
- [6] *Siebert W. McC.* Circuits, Signals and Systems. Pt II. Cambridge; London, 1984. 320 p.
- [7] *Гончарский А.В., Попов В.В., Степанов В.В.* Введение в компьютерную оптику. М., 1991. 310 с.