

01;02

# Эффективное торможение релятивистских структурных тяжелых ионов при столкновениях с атомами

© В.И. Матвеев

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
163006 Архангельск, Россия  
e-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

(Поступило в Редакцию 27 июня 2001 г. В окончательной редакции 10 октября 2001 г.)

Развита непертурбативная теория потерь энергии при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжелых ионов с атомами. Получена простая формула для эффективного торможения. Под структурными ионами в рамках данной работы понимаются частично ионизированные ионы тяжелых элементов, состоящие из ядра иона и некоторого числа связанных электронов, частично компенсирующих заряд ядра иона. Именно такие ионы, как правило, имеющие значительный заряд (например, частично ободранные ионы урана), используются во многих экспериментах на современных ускорителях тяжелых ионов.

## Введение

Обычно при расчетах ионизационных потерь в столкновениях релятивистских заряженных частиц с атомами частицы описываются как точечные и используется теория возмущений (см., например, [1–3]), область применимости которой требует выполнения неравенства  $Z/v \ll 1$ , где  $Z$  — заряд налетающей частицы,  $v$  — относительная скорость столкновения (здесь и далее используются атомные единицы  $\hbar = e = m_e = 1$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка;  $-e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона соответственно). В последнее время выполнены эксперименты, где исследованы потери энергии ионов настолько больших зарядов, что для них область применимости борновского приближения, строго говоря, не достигается [4] даже при  $v \approx c$  ( $c$  — скорость света, в атомных единицах  $c \approx 137$ ), так что часто оказывается  $Z/v \sim 1$  (см., например, [5–9] и указанные там ссылки). Непертурбативная теория торможения голых релятивистских тяжелых ионов на свободных электронах развита недавно в работе [10]. Однако часто в экспериментах используются частично ободранные ионы, кроме того, при движении иона в среде в результате процессов перезарядки и потерь электронов устанавливается некоторый равновесный заряд иона, меньший заряда ядра голого иона. При столкновениях с малыми параметрами удара или большими переданными импульсами ион ведет себя как голый неэкранированный заряд, при столкновениях же с большими параметрами удара или малыми переданными импульсами ион ведет себя как экранированный заряд. Другими словами, представляется необходимым рассматривать тормозящийся ион не как точечную частицу, а как протяженную структурную частицу размером порядка размера электронных оболочек, на которых расположены электроны при установившемся равновесном заряде иона. В рамках теории возмущений подобные эффекты рассматривались в ряде работ (см., например, [11–14]). Для последова-

тельного же учета наличия электронной „шубы“ тяжелого релятивистского иона необходимо непертурбативное рассмотрение.

В настоящей работе развита непертурбативная теория потерь энергии при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжелых ионов с атомами. Получена простая формула для эффективного торможения.

## 1. Сечения неупругих процессов

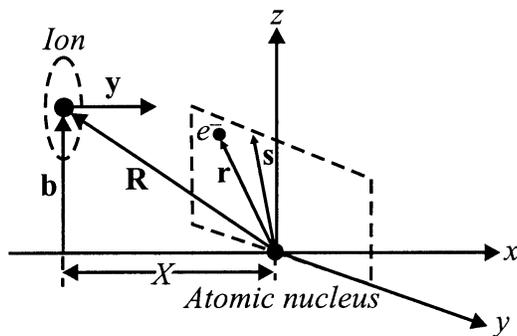
Для расчета средних потерь энергии необходимы сечения неупругих процессов, сопровождающих столкновения релятивистских тяжелых ионов с атомами. Применение же теории возмущений для описания столкновений ионов больших зарядов с атомами, когда  $Z/v \sim 1$ , приводит, строго говоря, к нарушению области применимости борновского приближения и вследствие его неунитарности к значениям вероятности, большим единицы [15], причем для ионов достаточно больших зарядов, область применимости борновского приближения не достигается даже при сколь угодно больших энергиях столкновения. В качестве непертурбативных подходов приведем работы [16–19], использующие приближение внезапных возмущений, работы [20–22] в приближении эйконала и его модификаций, расчеты [23] на основе численного решения временного уравнения Дирака, а также недавно найденное точное решение [24,25] уравнения Дирака в ультрарелятивистском пределе. Непертурбативный подход, основанный на обобщении приближения Глаубера [26–29], на случаи неупругих столкновений релятивистских ионов с атомами предложен в работах [30–32]. Согласно [30,31], сечение перехода  $N$ -электронного атома из состояния  $|0\rangle$  (с энергией  $\epsilon_0$ ) в состояние  $|n\rangle$  (с энергией  $\epsilon_n$ ) при столкновении с релятивистским

ионом имеет вид

$$\sigma_n = \int d^2b \left\langle n \left| \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int dX U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) \right\} \right] \right. \right. \\ \left. \left. \times \gamma^{-N} S^{-2} \exp \left[ i \sum_a \frac{x_a v}{c^2} (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \right] \right| 0 \right\rangle^2, \quad (1)$$

где  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ ;  $S^{-2} = \prod_{a=1}^N S_a^{-2}$ ;  $S_a$  — матрица преобразования Лоренца для волновой функции, действующая на биспинорные индексы, относящиеся к атомному электрону с номером  $a$  (соответствующие матрицы Дирака  $\alpha_a$ ), причем [15]  $S_a^{-2} = \gamma(1 - \mathbf{v}\alpha_a/c)$ ; рассеивающий потенциал  $U = U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\})$  есть функция не только координаты иона  $\mathbf{R} = (X, \mathbf{b})$ , но и положений атомных электронов, совокупность координат которых обозначаем  $\{\mathbf{r}_a\}$ ,  $a = 1, \dots, N$ ,  $\mathbf{r}_a = (x_a, y_a, z_a)$ ; элемент интегрирования  $d^2b$  соответствует интегрированию по плоскости параметра удара и, в частности, в полярной системе координат  $d^2b = bdbd\varphi$ , здесь  $\varphi$  — полярный угол вектора  $\mathbf{b}$  в плоскости параметра удара.

Дополнительное пояснение обозначений  $X, \mathbf{b}$  и  $\mathbf{s}$  приведено на рис. 1. Подынтегральное выражение в формуле (1) интерпретируется как вероятность перехода атома из состояния  $|0\rangle$  в состояние  $|n\rangle$  при столкновении с параметром удара  $\mathbf{b}$ . В таком виде эта вероятность в ультрарелятивистском пределе, очевидно, совпадает с вероятностью, которая получается при использовании точного выражения для амплитуды перехода в ультрарелятивистском случае [24] и имеет стандартный [26] нерелятивистский предел. При столкновениях релятивистских ионов с нерелятивистскими (до и после столкновения) атомами, когда в (1)  $|0\rangle$  и  $|n\rangle$  — двухкомпонентные спиноры, можно считать  $\gamma^{-N} S^{-2} = 1$ ,



**Рис. 1.** Столкновение иона, движущегося со скоростью  $v$ , с одноэлектронным атомом, ядро которого расположено в начале системы координат. Ось  $x$  параллельна вектору  $v$ , тогда плоскость  $yz$  перпендикулярна  $v$  и параллельна параметру удара  $\mathbf{b}$ , так что пунктирный прямоугольник принадлежит плоскости параметра удара. Таким образом, радиус вектор иона  $\mathbf{R}$  представляется в виде  $\mathbf{R} = (X, \mathbf{b})$ , где  $X$  — проекция  $\mathbf{R}$  на ось  $x$ . Вектор  $\mathbf{r}$  — радиус вектор атомного электрона ( $e^-$ ), а проекция  $\mathbf{r}$  на плоскость параметра удара представлена вектором  $\mathbf{s}$ .

$\exp[i \sum_a v x_a (\varepsilon_n - \varepsilon_0)/c^2] = 1$ , и формула (1) принимает более простой вид

$$\sigma_n = \int d^2b \left| \left\langle n \left| 1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int dX U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) \right\} \right| 0 \right\rangle \right|^2. \quad (2)$$

## 2. Потери энергии при столкновениях с отдельными атомами

Средние потери энергии при столкновениях характеризуются [26] эффективным торможением  $\kappa$ . Для простоты рассмотрим сначала столкновение релятивистского многозарядного иона с атомом водорода. Как в [22], весь интервал  $0 < b < \infty$  возможных значений параметра удара  $b$  разобьем на три области

$$A) 0 < b < b_0; \quad B) b_0 < b < b_1; \quad C) b_1 < b < \infty, \quad (3)$$

соответствующие малым, средним и большим параметрам удара. Вычислим  $\kappa$  в каждой из областей (3) и получим полное эффективное торможение, сложив вклады от трех областей. При этом точные значения границ для нас несущественны, поскольку зависимость  $\kappa$  в каждой области от параметров  $b_1$  и  $b_0$  оказывается логарифмической, что приводит к корректной сшивке вкладов смежных областей и выпадению в окончательном ответе зависимости  $\kappa$  от параметров сшивки  $b_1$  и  $b_0$  (подробное обсуждение границ применимости подхода проводится ниже (в разделе 3)).

A) Область малых параметров удара  $0 < b < b_0$ . При столкновениях с малыми параметрами удара или большими переданными импульсами можно считать [1] атомные электроны свободными и покоящимися до рассеяния, а ион описывать как голый незранированный заряд  $Z$ , что позволяет воспользоваться результатами работы [10]. Причем, согласно численным расчетам [10], для  $\gamma \leq 10$  и зарядов иона  $\leq 92$  потери энергии можно представить (с точностью  $\sim 1\%$ ) в часто используемом виде

$$\kappa(b < b_0) = \frac{4\pi Z^2}{v^2} (L^{\text{pert}} + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}}), \quad (4)$$

где

$$L^{\text{pert}} = \ln(b_0 \gamma v \eta) - \frac{1}{2} \beta^2, \quad (5)$$

$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ,  $\beta = v/c$ ,  $\eta = 1.781$ , а поправки  $\Delta L_{\text{Bloch}}$  и  $\Delta L_{\text{Mott}}$  эффективно отличаются от нуля [10] лишь при малых параметрах удара и определяются так.

Поправка Блоха [33]

$$\Delta L_{\text{Bloch}} = -\text{Re} \psi \left( 1 + i \frac{Z}{v} \right) + \psi(1), \quad (6)$$

где  $\psi(z)$  — логарифмическая производная  $\Gamma$ -функции [34].

Причем  $\Delta L_{\text{Bloch}} = 0$  при малых  $Z/v \ll 1$  соответствует применимости теории возмущений;

$\Delta L_{\text{Bloch}} = \ln[v/(Z\eta)]$  соответствует классическому режиму столкновений, когда  $Z/v \gg 1$ , поскольку  $\psi(1) = -\ln \eta$  и  $\text{Re}\psi(1 + iZ/v) \rightarrow -\ln(Z/v)$ . Так называемая поправка Мотта [35]  $\Delta L_{\text{Mott}}$  возникает из-за разницы между резерфордовским сечением и точным сечением [36] квантового релятивистского рассеяния в кулоновском поле. Значения поправки Мотта могут быть получены лишь в численном виде, однако для практических расчетов удобно использовать (с точностью  $\sim 1\%$ , для зарядов налетающего иона  $Z \leq 92$  и  $\gamma \leq 10$ ) следующую аппроксимацию [29,37]:  $\Delta L_{\text{Mott}} = \ln f(Z, v)$ , где

$$f(Z, v) = 1 + [0.222592\beta - 0.042948\beta^2 + (0.6016 + 5.15289\beta - 3.73293\beta^2)\alpha - (0.52308 + 5.71287\beta - 8.11358\beta^2)\alpha^2]^2, \quad (7)$$

$$\alpha = Z/c.$$

В) Промежуточная область  $b_0 < b < b_1$ . Ограничимся рассмотрением столкновений с легкими (нерелятивистскими, с зарядом ядра атома  $Z_a \ll Z$ ) атомами. В этом случае, как и в [11–14], можно пренебречь процессами возбуждения электронных оболочек иона и рассматривать налетающий структурный ион как протяженный заряд. Будем считать, что в области  $b_0 < b < b_1$  параметров удара атомный электрон получает в результате столкновения импульс  $\ll c$  и может считаться до и после столкновения нерелятивистским (оценки соответствующих значений  $b_0$  и  $b_1$  см. ниже в разделе 3). Именно это позволяет использовать для сечений формулу (2) с потенциалом в виде статического кулоновского. Следуя [11–14,38], будем считать, что ядро налетающего иона имеет заряд  $Z$ , а его  $N_i$  электронов распределены вокруг ядра с плотностью

$$\rho(r) = -\frac{N_i}{4\pi\lambda^3} \frac{\lambda}{r} \exp\left[-\frac{r}{\lambda}\right],$$

где  $\lambda$  — параметр экранирования.

Кулоновское взаимодействие иона, расположенного в точке  $\mathbf{R}$ , с атомным электроном, расположенным в точке  $\mathbf{r}$ , имеет вид

$$U(\mathbf{R}; \mathbf{r}) = -\frac{Z(1-v)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} - \frac{Zv}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}|\mathbf{r}-\mathbf{R}|\right),$$

где мы ввели относительное число электронов иона  $v = N_i/Z$ .

Обычно при вычислении эйкональной фазы координаты иона и электрона записывают, вводя прицельный параметр  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{s}$  — проекцию координат атомного электрона  $\mathbf{r}$  на плоскость параметра удара  $\mathbf{R} = (X, \mathbf{b})$ ,  $\mathbf{r} = (x, \mathbf{s})$ . Стандартный прием [16,29] при вычислении эйкональной фазы для кулоновского потенциала состоит в следующем:  $U(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = U((X, \mathbf{b}); (x, \mathbf{s}))$  заменяют на  $U'((X, \mathbf{b}); (x, \mathbf{s})) = U((X, \mathbf{b}); (x, \mathbf{s})) - U((X, \mathbf{b}); (x, 0))$

и интеграл от  $U'$  по  $dX$  записывают, опуская штрих. В результате интегрирования

$$\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX = 2i \frac{Z^*}{v} \ln \frac{|\mathbf{b}-\mathbf{s}|}{b} + 2iv \frac{Z}{v} \left[ K_0\left(|\mathbf{b}-\mathbf{s}| \frac{1}{\lambda}\right) - K_0\left(\frac{b}{\lambda}\right) \right], \quad (8)$$

где  $Z^* = Z(1-v)$ ;  $K_0(x)$  и  $K_1(x)$  — функции Макдональда.

Специфика столкновений ионов больших зарядов с атомами состоит в том, что сечения неупругих процессов, как правило, довольно велики и существенно превышают атомные размеры. Имея в виду это обстоятельство, будем считать, что  $s/b \ll 1$ , тогда (8) можно переписать так

$$\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX = i\mathbf{q}\mathbf{s}, \quad (9)$$

где вектор

$$\mathbf{q} = \frac{2Z(1-v)}{vb} \left[ 1 + \frac{v}{1-v} \frac{b}{\lambda} K_1\left(\frac{b}{\lambda}\right) \right] \frac{\mathbf{b}}{b}, \quad (10)$$

очевидно, имеет смысл импульса, передаваемого атомному электрону при его столкновении с ионом при значении параметра удара  $\mathbf{b}$ . Причем предельные значения  $\mathbf{q}$  имеют прозрачный физический смысл:  $\mathbf{q} \rightarrow 2Z(1-v)\mathbf{b}/(vb^2)$  при  $b \rightarrow \infty$ , что соответствует рассеянию на экранированном ионе заряда  $Z(1-v)$ ; далее  $\mathbf{q} \rightarrow 2Z\mathbf{b}/(vb^2)$  при  $b \rightarrow 0$ , что соответствует рассеянию на голем ионе заряда  $Z$ . Отметим, что возможно альтернативное представление  $\mathbf{q}$  через эффективный, зависящий от прицельного параметра заряд иона  $Z(b)$

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{b}}{b} \frac{2Z(b)}{vb}, \quad Z(b) = Z \left[ 1 - v \left( 1 - \frac{b}{\lambda} K_1\left(\frac{b}{\lambda}\right) \right) \right].$$

Таким образом, сечение (2) неупругого процесса для ортогональных  $|n\rangle$  и  $|0\rangle$  примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \int d^2b \left| \langle n | \exp\left(-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX\right) | 0 \rangle \right|^2 \\ &= \int d^2b |\langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle|^2 = \int d^2b |f_{0n}|^2, \end{aligned}$$

где обобщенный неупругий формфактор  $f_{0n} = \langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle$ .

Эффективное торможение

$$\kappa = \sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \sigma_n = \sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \int d^2b |f_{0n}|^2, \quad (11)$$

где  $f = \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r})$ .

Следуя [26], легко получить, что

$$\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |f_{0n}|^2 = \frac{1}{2} (\nabla f \cdot \nabla f^+)_{00} = \frac{1}{2} q^2, \quad (12)$$

где  $\nabla = \partial/\partial \mathbf{r}$ , а, согласно (10),

$$q^2 = \left( \frac{2Z(1-\nu)}{vb} \right)^2 \left[ 1 + \frac{2\nu}{1-\nu} \frac{b}{\lambda} K_1 \left( \frac{b}{\lambda} \right) + \frac{\nu^2}{(1-\nu)^2} \frac{b^2}{\lambda^2} K_1^2 \left( \frac{b}{\lambda} \right) \right]. \quad (13)$$

Поэтому эффективное торможение в области ( $b_0 < b < b_1$ ) представляется так:

$$\begin{aligned} \kappa(b_0 < b < b_1) &= \frac{1}{2} \int_{b_0}^{b_1} q^2 2\pi b db \\ &= 4\pi \frac{Z^2(1-\nu)^2}{v^2} [I_1 + I_2 + I_3], \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$I_1 = \int_{b_0}^{b_1} \frac{db}{b} = \ln \frac{b_1}{b_0},$$

$$I_2 = \frac{2\nu}{1-\nu} \int_{b_0}^{b_1} \frac{b}{\lambda} K_1 \left( \frac{b}{\lambda} \right) db = \frac{2\nu}{1-\nu} \left[ K_0 \left( \frac{b_1}{\lambda} \right) - K_0 \left( \frac{b_0}{\lambda} \right) \right],$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{\nu^2}{(1-\nu)^2} \int_{b_0}^{b_1} \frac{b^2}{\lambda^2} K_1^2 \left( \frac{b}{\lambda} \right) db = \frac{\nu^2}{(1-\nu)^2} \\ &\times \left[ -\frac{x^2}{2} \left\{ \left[ \frac{dK_1(x)}{dx} \right]^2 - K_1^2(x) \left( 1 + \frac{1}{x^2} \right) \right\} \right] \Big|_{b_0/\lambda}^{b_1/\lambda}. \end{aligned} \quad (15)$$

Будем считать, что (см. также раздел 3)

$$\frac{b_0}{\lambda} \ll 1, \quad \frac{b_1}{\lambda} \gg 1. \quad (16)$$

Соответствующие асимптотики функций Макдональда: при малых  $x$

$$K_0(x) \rightarrow \ln \frac{2}{\eta x}, \quad \eta = 1.781; \quad K_1(x) \rightarrow \frac{1}{x}$$

и при больших  $x$ :  $K_\nu(x) \rightarrow \sqrt{(\pi/2x)} \exp(-x)$ . Поэтому при выполнении условий (16)

$$I_2 = \frac{2\nu}{(1-\nu)} \ln \frac{b_1}{b_0}, \quad I_3 = \frac{\nu^2}{(1-\nu)^2} \ln \frac{2\lambda}{\eta b_0}.$$

Подставляя эти значения в формулу (14), находим вклад в эффективное торможение от области промежу-

точных значений параметра удара

$$\begin{aligned} \kappa(b_0 < b < b_1) &= 4\pi \frac{Z^2(1-\nu)^2}{v^2} \\ &\times \left[ \ln \frac{b_1}{b_0} + \frac{2\nu}{1-\nu} \ln \frac{2\lambda}{\eta b_0} + \frac{\nu^2}{(1-\nu)^2} \ln \frac{2\lambda}{\eta b_0} \right] \\ &= \frac{4\pi Z^2(1-\nu)^2}{v^2} \ln b_1 + \frac{4\pi Z^2}{v^2} \ln \left[ \frac{1}{b_0} \left( \frac{2\lambda}{\eta} \right)^{\nu(2-\nu)} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

С) Область больших параметров удара  $b_1 < b < \infty$ . Здесь взаимодействие налетающего иона с атомом может быть учтено по теории возмущений. Причем для больших параметров удара на атом действует поле экранированного иона, т.е. видимый заряд иона равен  $Z^* = Z(1-\nu)$ . Соответствующее эффективное торможение равно [22]

$$\kappa(b > b_1) = 4\pi \frac{(Z^*)^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2\nu}{\eta l b_1 \sqrt{1-\beta^2}} - \beta^2/2 \right\}. \quad (18)$$

Здесь, следуя [1, §82], мы ввели „среднюю атомную энергию“  $I$ , такую что

$$\ln I = \frac{\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |x_{0n}|^2 \ln(\varepsilon_n - \varepsilon_0)}{\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |x_{0n}|^2}, \quad x_{0n} = \langle n|x|0 \rangle. \quad (19)$$

Полное торможение получаем, суммируя вклады от трех областей,

$$\kappa = \kappa(b < b_0) + \kappa(b_0 < b < b_1) + \kappa(b > b_1).$$

В результате

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{4\pi Z^2(1-\nu)^2}{v^2} \left( \ln \frac{2\nu}{\eta l \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right) \\ &+ \frac{4\pi Z^2}{v^2} \left( \ln \frac{\nu \eta}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right) \\ &+ \ln \left[ \left( \frac{2\lambda}{\eta} \right)^{\nu(2-\nu)} \right] + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Обобщение этой формулы на случаи столкновений релятивистских структурных тяжелых ионов со сложными атомами проводится стандартным [26] путем: правая часть формулы умножается на число атомных электронов  $N_a$ , а соответствующие характеристики (19) вычисляются для сложного атома. Кроме того, как не трудно видеть, в рамках предложенного подхода непосредственно можно учитывать то обстоятельство, что число электронов иона  $N_i$  (а следовательно, и  $\nu$ ) при учете процессов захватов и потерь оказывается зависящим от параметров мишени, заряда иона и относительной скорости столкновения.

### 3. Границы применимости подхода

Значения границ областей (3) и условия применения развитого подхода нуждаются в дополнительных комментариях. Область малых параметров удара  $0 < b < b_0$  есть область применимости подхода Линдхарда и Соренсона [10], который справедлив для достаточно больших угловых моментов  $l_0 \gg 1$ , связанных с прицельным параметром  $b_0$  обычным соотношением  $l_0 = v\gamma b_0$ . Таким образом,  $b_0 \gg 1/(v\gamma)$ . Область средних параметров удара  $b_0 < b < b_1$  есть область применимости приближения эйконала, которое по своему смыслу применимо [26–30] лишь в том случае, если за время столкновения  $\tau$  (где [29,30]  $\tau \sim b\sqrt{1-\beta^2}/v$ ) атомные электроны остаются в фиксированных положениях. Другими словами, время столкновения должно быть много меньшим характерного атомного времени или  $\tau \ll 1$ , что накладывает ограничения на значения параметра удара сверху  $b_1 \ll v/\sqrt{1-\beta^2}$ ; кроме того, приближение эйконала в виде (2) применимо [29–31], если атомный электрон в результате столкновения с релятивистским ионом остается нерелятивистским, т.е. приобретает скорость  $\Delta v \ll c$ , в кулоновом поле  $\Delta v \sim 2Z/(vb)$ , откуда получаем ограничения на параметры удара снизу  $b_0 \gg 2Z/(vc)$ . Таким образом, значения границ областей удовлетворяют следующим неравенствам

$$b_0 \gg 1/(v\gamma); \quad b_0 \gg 2Z/(vc); \quad b_1 \ll v\gamma. \quad (21)$$

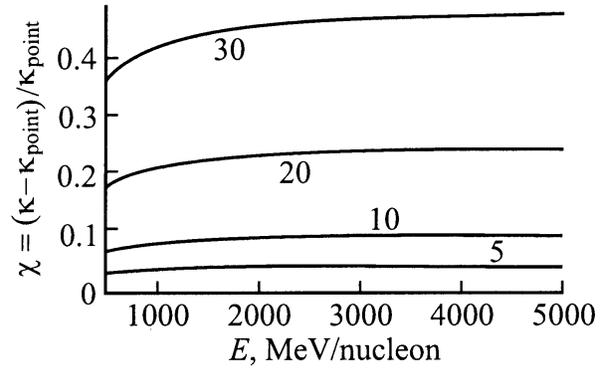
Кроме того, для проведения корректной сшивки, при которой значения границ областей выпадают из конечной формулы (20), мы требовали выполнения неравенств (16), которые теперь можно переписать в более удобном виде

$$1/(\gamma v) \ll \lambda \ll \gamma v, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}. \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что неравенства (21) и (22) совместны и выполнимы во многих практически важных случаях, когда исследуются столкновения релятивистских тяжелых ионов с легкими (нерелятивистскими, с зарядом ядра атома  $Z_a \ll Z$ ) атомами, в том числе и в рассматриваемых нами, когда  $Z \leq 92$  и  $\gamma \leq 10$ . Необходимо отметить также, что, хотя неравенство (22) выполняется в достаточно широком диапазоне изменения величины параметра экранирования  $\lambda$ , она не позволяет провести непосредственный предельный переход  $\lambda \rightarrow 0$  либо  $\lambda \rightarrow \infty$  в формуле (20).

### 4. Результаты и оценки

Таким образом, полное эффективное торможение  $\kappa$  структурного иона заряда  $Z^* = Z(1-v)$ , содержащего  $N_i = vZ$  электронов и имеющего заряд ядра  $Z$ , может быть найдено по формуле (20). При этом ион описывается нами как протяженный заряд. Для описания поправки за счет протяженности заряда иона введем  $\delta\kappa = \kappa - \kappa_{\text{point}}$



**Рис. 2.** Относительная поправка  $\chi$  в зависимости от энергии падающего иона для заряда ядра иона  $Z = 92$ . Цифры у кривых — значения числа экранирующих электронов  $N_i$ .

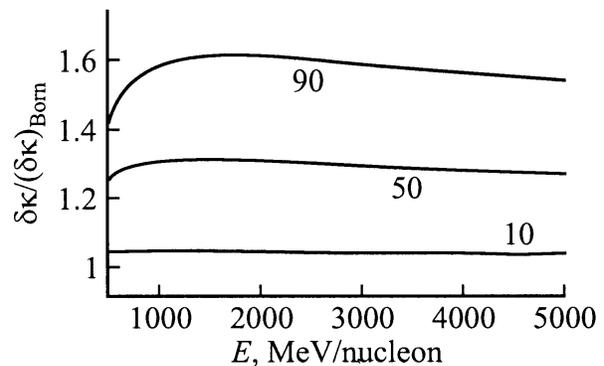
и относительную поправку  $\chi = (\kappa - \kappa_{\text{point}})/\kappa_{\text{point}}$ , где  $\kappa_{\text{point}}$  — эффективное торможение [3] точечного ядра заряда  $Z^*$

$$\kappa_{\text{point}} = \frac{4\pi(Z^*)^2}{v^2} \left( \ln \frac{2v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}} \right). \quad (23)$$

Поведение относительной поправки  $\chi$  представлено на рис. 2. Для иллюстрации необходимости применения при больших  $Z$  непertурбативного метода расчета на рис. 3 приведены значения  $\delta\kappa/(\delta\kappa)_{\text{Born}}$  — отношение поправки  $\delta\kappa$  к той же поправке, но вычисленной в борновском приближении (т.е. с использованием формул (20) и (23) при  $\Delta L_{\text{Bloch}} = 0$  и  $\Delta L_{\text{Mott}} = 0$ ). При расчетах параметр экранирования  $\lambda$  мы, следуя [12,14], вычисляли по формуле

$$\lambda = g \frac{v^{2/3}}{1-v/7} \frac{a}{Z^{1/3}}, \quad g = 0.3(3\pi^2/50)\Gamma(1/3) \approx 0.48,$$

где  $a$  — боровский радиус (хотя в принципе  $a$  может рассматриваться как параметр, учитывающий эффективный размер иона при наличии возбужденных электронных оболочек иона).



**Рис. 3.** Поведение отношения  $\delta\kappa/(\delta\kappa)_{\text{Born}}$  в зависимости от энергии падающего иона. Цифры у кривых — значения заряда ядра иона  $Z$ ,  $v = 0.2$ .

В часто встречающихся случаях  $Z \gg 1$  и  $Z^* \gg 1$ , соответствующих  $v \ll 1$ , мы можем сохранить только линейные по  $v \ll 1$  члены, тогда

$$\begin{aligned} \kappa = & \frac{4\pi(Z^*)^2}{v^2} \left( \ln \frac{2v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}} \right) \\ & + \frac{8\pi(Z^*)^2}{v^2} v \left( \ln \frac{2v\lambda}{\eta\sqrt{1-\beta^2}} + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}} \right) \\ & - \frac{Z^*}{2} \frac{d}{dZ^*} (\Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}}), \end{aligned} \quad (24)$$

где в правой части формулы (24) (как и в (23)) значения  $\Delta L_{\text{Bloch}}$  и  $\Delta L_{\text{Mott}}$  и их производных вычисляются для точечного заряда  $Z^*$ . Первое слагаемое в этой формуле есть эффективное торможение точечного иона заряда  $Z^*$ , тогда как второе слагаемое является поправкой за счет конечного размера иона. Могут быть сделаны следующие выводы. Учет протяженности заряда иона приводит к заметному возрастанию эффективного торможения иона  $\kappa$  по сравнению с торможением  $\kappa_{\text{point}}$  точечного ядра того же заряда  $Z^*$ . Причем порядок роста потерь энергии может быть оценен так:  $(\kappa - \kappa_{\text{point}})/\kappa_{\text{point}} \geq v$ . Например, ион урана с 10 электронами в связанных состояниях испытывает торможение, примерно на 10% большее, чем движущееся с той же энергией голое точечное ядро заряда 82 и той же массы.

Автор благодарит Министерство образования Российской Федерации и Российский фонд фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы.

## Список литературы

- [1] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Пятаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
- [2] Sigmund P. // Nucl. Instr. Meth. 1998. Vol. B135. P. 1.
- [3] Ahlen S.P. // Rev. Mod. Phys. 1980. Vol. 52. P. 121.
- [4] Eichler J. and Meyrhopf W.E. Relativistic atomic collisions. New York: Academic Press Inc, 1995.
- [5] Scheidenberger C., Geissel H., Stohlker Th. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1994. Vol. B90. P. 36.
- [6] Scheidenberger C., Geissel H., Mikelsen H.H. et al. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 3987.
- [7] Scheidenberger C., Geissel H. // Nucl. Instr. Meth. 1998. Vol. B135. P. 25.
- [8] Weick H., Geisel H., Scheidenberger C. // Nucl. Instr. Meth. 2000. Vol. B164. P. 168.
- [9] Zhurkin E.E., Bogdanov S.D. // Nucl. Instr. Meth. 2000. Vol. B164/165. P. 230.
- [10] Lindhard J., Sorensen A. // Phys. Rev. A. 1996. Vol. 53. P. 2443.
- [11] Юдин Г.Л. // ЖТФ. 1985. Т. 55. С. 9.
- [12] Maynard G., Gardes D., Chabot M. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1998. Vol. B146. P. 88.
- [13] Maynard G., Katsonis K., Zwicknagel G. et al. // Nucl. Instr. Meth. 2000. Vol. A415. P. 687.
- [14] Maynard G., Chabot M., Gardes D. // Nucl. Instr. Meth. 2000. Vol. B164/165. P. 139.

- [15] Eichler J. // Phys. Rep. 1990. Vol. 193. P. 167.
- [16] Eichler J. // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15. P. 1856.
- [17] Salop A., Eichler J.H. // J. Phys. B. 1979. Vol. 12. P. 257.
- [18] Юдин Г.Л. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 1026.
- [19] Матвеев В.И., Мусаханов М.М. // ЖЭТФ. 1994. Т. 105. С. 280.
- [20] McGuire J.H. // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26. P. 143.
- [21] Crothers D.S.F., McCann S.H. // J. Phys. B. 1983. Vol. 16. P. 3229.
- [22] Матвеев В.И., Толманов С.Г. // ЖЭТФ. 1995. Т. 107. С. 1780.
- [23] Becker U., Grun N., Scheid W., Soff G. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. P. 2016.
- [24] Baltz A.J. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 1231.
- [25] Baltz A.J. // Phys. Rev. A. 2000. Vol. 61. P. 042701.
- [26] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
- [27] Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М.: Мир, 1967.
- [28] Мотт Н., Мессу Г. Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969.
- [29] Матвеев В.И. // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 780.
- [30] Матвеев В.И., Рахимов Х.Ю. // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. С. 1646.
- [31] Matveev V.I., Rakhimov Kh.Yu., Matrasulov D.U. // J. Phys. B. 1999. Vol. 32. P. 3849.
- [32] Matveev V.I., Matrasulov D.U. // J. Phys. B. 2000. Vol. 33. P. 2721.
- [33] Bloch F. // Ann. der Phys. 1933. Vol. 16. P. 285.
- [34] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979.
- [35] Mott N.F. // Proc. Roy. Soc. 1929. Vol. A124. P. 425.
- [36] Doggett J.A., Spenser L.V. // Phys. Rev. 1956. Vol. 103. P. 1597.
- [37] Матвеев В.И., Толманов С.Г. // ЖТФ. 1998. Т. 68. С. 9.
- [38] Brandt W., Kitagawa M. // Phys. Rev. 1982. Vol. B52. P. 5631.