

01;10

Особенности формирования полей черенковского излучения в волноводе с коаксиально-неоднородным заполнением

© А.С. Варданян, Г.Г. Оксюзян

Ереванский физический институт,
375036 Ереван, Армения
e-mail: vashot@jerewan1.yerphi.am

(Поступило в Редакцию 28 августа 2000 г. В окончательной редакции 17 сентября 2001 г.)

Исследуются особенности формирования полей черенковского излучения в волноводе с диэлектрической средой, в которой прорезан канал для прохождения пучка электронов. Внутренняя поверхность канала покрыта тонким квазипроводящим слоем, обеспечивающим удаление электростатического заряда, накапливаемого там при прохождении пучка. Исследован эффект толщины кольцевого диэлектрического слоя. Показано, что влияние тонкого квазипроводящего слоя сводится лишь к вполне допустимому затуханию черенковских волн, генерируемых в среде без потерь.

В работе [1] исследовалось формирование черенковского излучения от одного сгустка и периодической последовательности сгустков в цилиндрическом волноводе, нагруженном коаксиально-слоистым диэлектриком без потерь. Исследовалось, в частности, распределение продольной электрической компоненты поля черенковского излучения периодической последовательности сгустков в поперечном сечении и было показано, что оно имеет квазиступенчатый характер, будучи квазипостоянным в промежутках между диэлектрическими слоями. Это обусловлено тем обстоятельством, что в случае периодической последовательности сгустков в волноводе устанавливается одномодовый режим на частоте следования сгустков с длиной волны, намного превышающей расстояния между диэлектрическими слоями. При этом радиус волновода выбирается таким, чтобы в нем возбуждалась только эта мода (нами этот радиус был назван "резонансным"). Напряженности поля при этом остаются достаточно большими. Действительно, еще в 1940 г. Л.И. Мандельштамом и в 1947 г. В.Л. Гинзбургом и И.М. Франком [2] было показано, что в канале с радиусом, меньшим, чем длина волны, черенковское излучение генерируется, как в сплошной среде. Описанная картина поля [3–5] делает перспективным использование механизма черенковского излучения в проблеме ускорения сгустков заряженных частиц.

В настоящей работе обсуждается проблема удаления электростатического заряда, который может накапливаться на поверхности канала при прохождении через него пучка электронов. Это можно осуществить нанесением тонкого проводящего слоя, параметры которого выбираются такими, чтобы затухание было бы минимальным.

Выражения полей в настоящей работе получены методикой, разработанной в [1] путем соответствующих преобразований.

Поле черенковского излучения при наличии проводящего слоя

Пусть по оси z цилиндрического волновода со скоростью $v = \beta c$ пролетает периодическая последовательность N одинаковых цилиндрических сгустков в радиусом r_0 , зарядом q , с расстоянием между центрами сгустков d . Распределение заряда вдоль длины каждого из сгустков дается функцией Гаусса $f(\xi) = (\pi\xi^2)^{-1/2} \exp(-\xi^2/\xi^2)$; в поперечном сечении сгустки однородны.

Волновод заполнен дисперсным диэлектриком, в котором прорезан канал радиусом b . На внутреннюю поверхность канала нанесена тонкая проводящая пленка толщиной δ (рис. 1).

Диэлектрическая проницаемость заполняющей волновод среды $\varepsilon = \varepsilon_1$ (в области $b \leq r \leq a$). В пустом канале $\varepsilon_{\text{can}} = \varepsilon_3 = 1$, а проводящий слой толщиной $\delta = b - b_1$

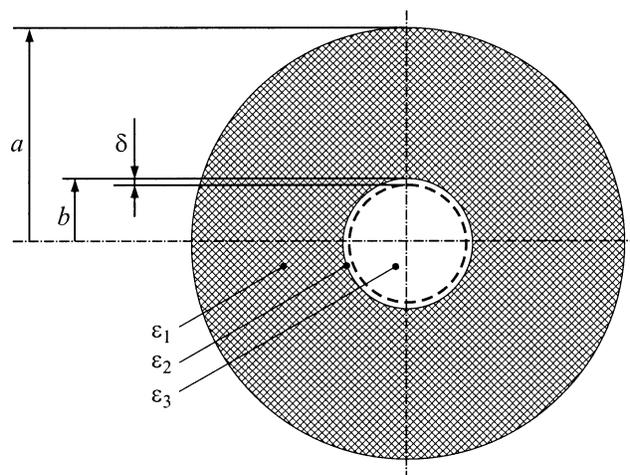


Рис. 1. Поперечное сечение волновода: a — радиус волновода, b — радиус канала, δ — толщина проводящего слоя.

($b_1 > r_0$) описывается комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2 = \varepsilon' + i\varepsilon''$.

Будем искать решения для потенциала φ в цилиндрической системе координат (r, φ, z) в следующем виде:

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega, r) \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} \phi_p\left(\frac{\omega}{v}\right) \exp\left(i\frac{\omega}{v}(z-vt)\right) d\omega, \quad (1)$$

где

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \frac{q}{\pi v} [K_0(kr) + \alpha I_0(kr)] & 0 < r \leq b - \delta, \\ \frac{q}{\pi v \varepsilon_2} [\eta K_0(sr) + \gamma I_0(sr)] & b - \delta \leq r \leq b, \\ \frac{q}{\pi v \varepsilon_1} [\Theta K_0(-ipr) + \xi I_0(-ipr)] & b \leq r \leq a. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь

$$k = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2}; \quad s = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_2 \beta^2}; \quad p = \frac{\omega}{v} \sqrt{\varepsilon_1 \beta^2 - 1};$$

I_0, I_1, K_0 — модифицированные функции Бесселя;

$$\phi_p\left(\frac{\omega}{v}\right) = \sum_{n=1}^N \phi\left(\frac{\omega_n}{v}\right) \exp\left(i\frac{\omega_n}{v}(z-vt)\right); \quad (3)$$

$$\phi\left(\frac{\omega}{v}\right) = \left(\int f(\xi) d\xi\right)^{-1} \int f(\xi) e^{-i\frac{\omega}{v}\xi} d\xi$$

является функцией излучения от одного сгустка, а суммирование в (3) ведется как по положительным, так и по отрицательным частотам.

Коэффициенты $\alpha, \eta, \gamma, \Theta, \xi$ в (2) определяются из следующих граничных условий для фурье-компонент полей и соответственно потенциалов

$$E_{z\omega 3} = E_{z\omega 2} \quad \text{или} \quad (1 - \beta^2)\varphi_{\omega 3} = (1 - \varepsilon_2 \beta^2)\varphi_{\omega 2} \quad (\text{при } r = b_1);$$

$$H_{\varphi\omega 3} = H_{\varphi\omega 2} \quad \text{или} \quad \frac{\partial \varphi_{\omega 3}}{\partial r} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_{\omega 2}}{\partial r} \quad (\text{при } r = b_1);$$

$$E_{z\omega 1} = E_{z\omega 2} \quad \text{или} \quad (1 - \varepsilon_1 \beta^2)\varphi_{\omega 1} = (1 - \varepsilon_2 \beta^2)\varphi_{\omega 2} \quad (\text{при } r = b);$$

$$H_{\varphi\omega 1} = H_{\varphi\omega 2} \quad \text{или} \quad \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_{\omega 1}}{\partial r} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_{\omega 2}}{\partial r} \quad (\text{при } r = b);$$

$$E_{z\omega 1} = 0 \quad \text{или} \quad \varphi_{\omega 1} = 0 \quad (\text{при } r = a). \quad (4)$$

Продольная компонента электрического поля E_z в волноводе записывается в виде

$$E_z = -\frac{q(1 - \beta^2 \varepsilon)}{v} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega, r) \times \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} \phi_p\left(\frac{\omega}{v}\right) e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} i\omega d\omega. \quad (5)$$

Пусть в среде, заполняющей волновод, выполняются условия Черенкова $\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1$. В этом случае для коэффициента α получается следующее выражение:

$$\alpha = \left(K_1(kb_1) + \frac{\varepsilon_2}{f_s} kK_0(kb_1) \right) D^{-1}, \quad (5a)$$

$$D = I_1(kb_1) - \frac{\varepsilon_2}{f_s} kI_0(kb_1),$$

$$f = \frac{I_0(sb_1) + \chi K_0(sb_1)}{I_1(sb_1) + \chi K_1(sb_1)},$$

$$\chi = \frac{p\Psi_1 \varepsilon_2 I_1(sb) - s\Psi_2 \varepsilon_1 I_0(sb)}{p\Psi_1 \varepsilon_2 K_1(sb) + s\Psi_2 \varepsilon_1 K_0(sb)}. \quad (5b)$$

Не вдаваясь в подробности определения коэффициентов η, γ, Θ и ξ , приведем окончательные выражения для комбинаций функций I_0 и K_0 , входящих в выражение (2),

$$\eta K_0(sr) + \gamma I_0(sr) = -\frac{\varepsilon_2 k}{s^2 p} \frac{I_0(sr) + \chi K_0(sr)}{I_0(sb_1) + \chi K_0(sb_1)} D^{-1}, \quad (5c)$$

$$\begin{aligned} \Theta K_0(-ipr) + \xi I_0(-ipr) \\ = -\frac{\varepsilon_1 k}{b_1 p} \frac{I_0(sb) + \chi K_0(sb)}{I_0(sb_1) + \chi K_0(sb_1)} \frac{\Psi_1(r)}{\Psi_1(b)} D^{-1}, \end{aligned} \quad (5d)$$

а Ψ_1 и Ψ_2 — известные функции Абеля

$$\Psi_1(b) = J_0(pb) N_0(pa) - J_0(pa) N_0(pb), \quad (5e)$$

$$\Psi_2 = J_1(pb) N_0(pa) - J_0(pa) N_1(pb). \quad (5f)$$

Интегрирование по частоте в (5) проводится методом, описанным в [1], по теории вычетов на комплексной плоскости ω . При этом полюса определяются из уравнения $D = 0$. Учитывая, что решения этого уравнения являются комплексными, для продольной компоненты электрического поля (для трех областей распространения волны) получим

$$E_{z_1} = -\frac{2q\sqrt{1 - \beta^2}}{b_1 v} \sum_{\lambda} \frac{I_0(sb) + \chi K_0(sb)}{I_0(sb_1) + \chi K_0(sb_1)} \frac{\Psi_1(r)}{\Psi_1(b)} \times \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) \Big/ \frac{dD}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{\lambda}}, \quad (6a)$$

$$E_{z_2} = -\frac{2q\sqrt{1 - \beta^2}}{b_1 v} \sum_{\lambda} \frac{I_0(sr) + \chi K_0(sr)}{I_0(sb_1) + \chi K_0(sb_1)} \times \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) \Big/ \frac{dD}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{\lambda}}, \quad (6b)$$

$$E_{z_3} = -\frac{2q\sqrt{1 - \beta^2}}{b_1 v} \sum_{\lambda} \frac{I_0(sr)}{I_0(sb_1)} \frac{2I_1(kr_0)}{kr_0} \times F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) \Big/ \frac{dD}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{\lambda}}, \quad (6c)$$

где

$$F_{\text{посл}}\left(\frac{\omega}{v}\right) = \frac{2 \exp\left(-\frac{\omega^2 - w^2}{4v^2} \xi^2 - \frac{w}{v}|z - vt|\right)}{1 - \exp\left(-\frac{wd}{v}\right) \cos \frac{\omega d}{v} + \exp\left(-\frac{2wd}{v}\right)} \times \left\{ \cos \frac{\omega}{v} \left(z - vt + \frac{w\xi^2}{2v}\right) - \exp\left(-\frac{wd}{v}\right) \times \cos \frac{\omega}{v} \left(z - vt + \frac{w\xi^2}{2v}\right) - \exp\left(-\frac{wNd}{v}\right) \times \left[\cos \frac{\omega}{v} \left(z - vt + \frac{w\xi^2}{2v} - Nd\right) - \exp\left(-\frac{wd}{v}\right) \times \cos \frac{\omega}{v} \left(z - vt + \frac{w\xi^2}{2v} - (N-1)d\right) \right] \right\}. \quad (7)$$

При этом в области δ действительная часть диэлектрической проницаемости принята равной 1, N — число сгустков в пучке, введены обозначения $\text{Re } \omega \rightarrow \omega$, $\text{Im } \omega \rightarrow w$.

Максимальное излучение получится при синфазном суммировании излучения полей отдельных сгустков. При заданных толщине проводящего слоя и радиусе канала можно подобрать размер (радиус) волновода таким, чтобы удовлетворялось условие синфазного излучения сгустков $(\omega_{nl}/2v)d = \pi l$ ($l = 1, 2, \dots$), когда реализуется одномодовый режим излучения на данной частоте (данной моде), равной или кратной ($l \neq 1$) частоте следования сгустков. При этом, когда $n = 1$ и $l = 1$, усиливается первая мода (на частоте $\omega = 2\pi v/d$) и для $F_p(\omega_1/v)$ получаем

$$F_p\left(\frac{\omega_1}{v}\right) = 2 \exp\left(-\left[1 - \left(\frac{w_1}{\omega_1}\right)^2\right] \frac{\pi \xi^2}{d^2} - \frac{w_1}{v}|z - vt|\right) \times \frac{1 - \exp\left(-N\frac{w_1 d}{v}\right) \cos \frac{\omega_1}{v} \left(z - vt + \frac{w_1 \xi^2}{2v}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{w_1 d}{v}\right)}. \quad (7a)$$

Когда $w = \text{Im } \omega \rightarrow 0$,

$$\lim_{w \rightarrow 0} F_p\left(\frac{\omega_1}{v}\right) = 2N \exp\left(-\frac{\omega_1^2 \xi^2}{4v^2}\right) \cos \frac{\omega_1}{v} (z - vt).$$

Далее, для выяснения физической картины влияния проводящего слоя на формирование черенковского излучения рассмотрим излучение в кольцеобразном, соосном волноводу диэлектрическом слое, в частности в слое очень малой толщины (по сравнению с длиной волны). Выяснив особенности формирования излучения в таком слое, можно перейти к исследованию влияния тонкого проводящего слоя, нанесенного на внутреннюю поверхность канала, в зависимости от его характеристик.

Кольцевое диэлектрическое (без потерь) заполнение в волноводе

Исследование формирования черенковского излучения в кольцевом диэлектрическом слое представляет интерес с точки зрения выяснения особенности этого эффекта в волноводе, а также для проведения некоторых оценок, полезных при его изучении. Формулы, полученные в [1], позволяют разработать алгоритм расчета и приступить к численному анализу, рассматривая различные толщины слоя, особенно очень тонкие слои. Для более подробного анализа картины излучения был рассчитан "резонансный" радиус волновода (заданная частота следования сгустков $f = 3$ GHz, диэлектрическая постоянная $\epsilon = 2.1$) $a = 3.8$ cm, при котором вариацией радиуса трубки и ее толщины можно было удовлетворить основное условие возникновения дискретного спектра черенковского излучения на гармониках частоты следования сгустков, т.е. условие синхронизма движения заряда и фазовой скорости излученной волны $v_{\text{ph}} = \omega/\gamma = v$. Если рассмотреть случай очень тонкого диэлектрического кольца в волноводе, то оказывается, что равенство скорости частицы и фазовой скорости распространения волны может стать возможным лишь для очень больших номеров мод (для очень коротких длин волн) и волновод с тонким диэлектрическим заполнением становится запредельным для более длинных волн (более низких номеров мод). Здесь следует отметить, что для очень коротких длин волн перестает выполняться условие $\beta^2 \epsilon > 1$, так как диэлектрическая проницаемость стремится к 1. При длине волны $\lambda \sim 10$ cm волновод с кольцеобразным заполнением и толщиной меньше 1 cm становится запредельным. Чтобы в волноводе распространялась вторая гармоника частоты следования сгустков ($\lambda \sim 5$ cm), толщина слоя должна быть не менее 0.5 cm, для пятой гармоники ($\lambda \sim 2$ cm) — ~ 1 cm и т.д. Амплитуда поля при этом падает. Расчеты проводились при постоянном значении радиуса волновода $a = 3.8$ cm и радиусе канала $b = 0.7$ cm. При этом значение толщины δ рассчитывается так, чтобы данный радиус волновода ($a = 3.8$ cm) являлся "резонансным" для различных гармоник частоты следования сгустков.

l	λ , cm	δ , cm	$ E_1 $, kV/m
1	10.0	3.1	48.490
2	5.0	1.4	42.230
3	3.33	0.81	33.750
4	2.5	0.65	24.950
5	2.0	0.4	17.200
6	1.66	0.3	11.150
7	1.43	0.25	6.850
8	1.25	0.2	4.050
9	1.11	0.17	2.350
10	1.0	0.14	1.400
11	0.91	0.12	1.300
12	0.83	0.1	0.130

В таблице приведены значения амплитуды электрического поля первой моды в зависимости от толщины диэлектрической трубки, рассчитанные с помощью формул, полученных в [1] для одиночного сгустка ($N = 1$). Из данных таблицы следует, что при уменьшении толщины δ амплитуда поля первой моды стремительно падает: так, при значении $\delta = 0.05$ см амплитуда $|E_1|$ принимает значение всего 0.07 В/м, поэтому в тонком проводящем слое (с толщиной ~ 70 Å) генерацией черенковских волн можно пренебречь и принять действительную часть диэлектрической проницаемости равной 1 ($\epsilon' = 1$).

Расчет интенсивности черенковского излучения (квазипроводящий слой)

Наличие тонкого проводящего слоя (рис. 1) способно существенно уменьшить амплитуды полей и свести эффективность механизма черенковского излучения в проблеме двухпучковой схемы ускорения к нулю. Действительно, расчеты, проведенные по формулам (6)–(7) для случая хорошего проводящего слоя ($\epsilon'' \sim 10^7$), уже при толщине 10 Å указывает на недопустимо существенные уменьшения полей. С другой стороны, для удаления статического заряда, накопленного на поверхности каналов, вовсе не обязательно пользоваться хорошим проводником, а достаточно ограничиться квазипроводящей средой.

На рис. 2 приведена картина поля, создаваемого $10\,000$ сгустками при числе электронов в сгустке $3 \cdot 10^9$, для значения диэлектрической проницаемости $\epsilon' = 1$, $\epsilon'' = 10^3$, при толщине слоя 70 Å, рассчитанная по формулам (6а) и (7). Расчет 11 мод показывает, что в случае периодической последовательности сгустков усиливается лишь первая мода, а это приводит к установлению одномодового режима возбуждения квазимонохроматической волны с амплитудой ~ 35 MV/m, что иллюстрируется на рис. 2.

Толщина слоя квазипроводника величиной 70 Å, таким образом, не мешает созданию поля с достаточно высокой амплитудой. Такой слой может обеспечить удаление статического заряда.

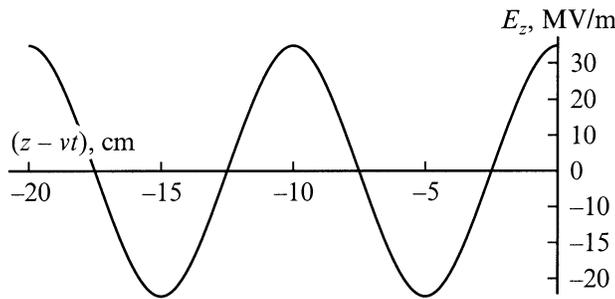


Рис. 2. E_z -компонента поля излучения последовательности $N = 10\,000$ сгустков на оси канала в зависимости от параметра $(z - vt)$.

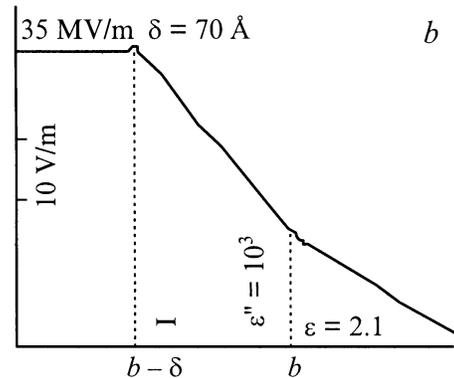
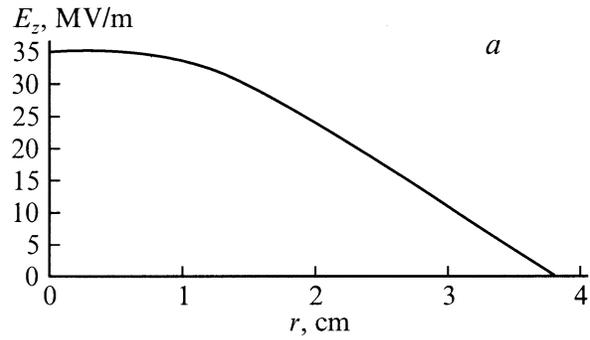


Рис. 3. Распределение напряженности поля E_z ($N = 10\,000$) вдоль радиуса волновода в сечении $(z - vt) = 0$ (а) и поля E_z в слое (I — проводящий слой) (b).

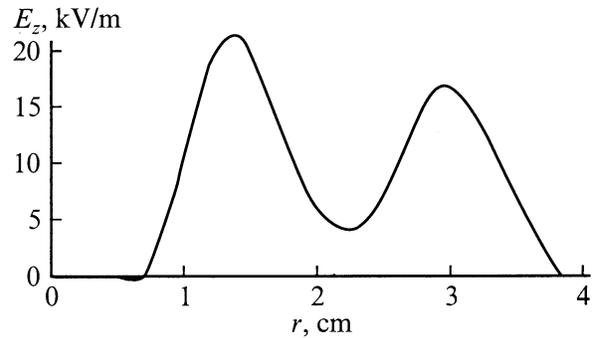


Рис. 4. Распределение напряженности поля высших мод (11 мод, $N = 10\,000$) вдоль радиуса волновода в сечении $(z - vt) = -2.5$ см (поле на оси равно нулю).

На рис. 3, а приведено распределение поля в поперечном сечении с тонким квазипроводящим слоем толщиной 70 Å. Как следует из расчетов, в самом слое поле падает более резко, чем в диэлектрике, а в канале оно квазиравномерное, как и раньше. Для наглядности в увеличенном масштабе (10^6 раз) приведена картина падения поля в области проводящего слоя (рис. 3, b).

На рис. 4 приведено распределение суммарного поля высших мод (11 мод) по радиусу в нулевой фазе $(z - vt = -2.5)$ первой моды, которое составляет менее 0.1% от первой (20 и 35 MV/m).

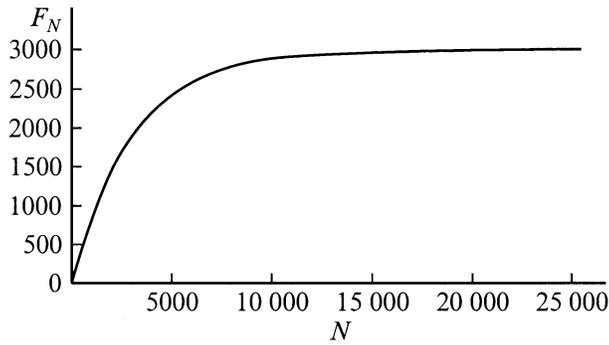


Рис. 5. Зависимость интерференционного фактора F_N от числа сгустков. Наступление быстрого насыщения.

На рис. 5 приведен интерференционный фактор

$$F_V = \frac{1 - \exp\left(-N \frac{w_1 d}{v}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{w_1 d}{v}\right)}$$

усиления волны при синфазном сложении излучения от N сгустков. Как видно, наличие поглощающей пленки приводит к насыщению. При прохождении $N = 3000$ сгустков рост составляет $\sim 70\%$, а при $N = 10\,000$ — уже $\sim 99\%$.

Заключение

Наличие канала для пролета сгустков электронов не уменьшает существенно напряженности полей на частоте следования сгустков при условии, когда длина волны излучения (~ 10 см) существенно превышает поперечные размеры канала (1.4 см); продольная электрическая компонента поля в поперечном сечении канала имеет примерно одинаковую амплитуду на основной гармонике излучения.

Исследование черенковского излучения в кольцевом слое с малой толщиной показало, что в этом случае эффективная генерация черенковских волн происходит на очень высоких гармониках основной частоты и диэлектрический слой практически не участвует в формировании черенковского излучения на частоте следования сгустков электронов. Таким образом, при комплексной диэлектрической проницаемости будет наблюдаться в основном эффект затухания, обусловленный диэлектрическими потерями.

Рассмотрено черенковское излучение в круглом цилиндрическом волноводе с каналом, прорезанным в диэлектрике, заполняющем волновод, и покрытым тонким проводящим слоем. Исследования показали, что хорошо проводящий (металлический) слой даже очень малой толщины ($\sim 10 \text{ \AA}$) приведет к сильному затуханию волны и эффективность такой схемы невелика. С другой стороны, если брать плохой проводник, тогда можно будет обеспечить и слабое затухание, и сохранить воз-

можность удаления накапливаемого на стенках канала статического заряда.

Отметим, наконец, что в волноводе с существенными потерями (непрозрачная среда) условие черенковского излучения (синхронизма между фазовой скоростью генерируемой волны и скоростью излучающего заряда) становится неопределенным, так как сама фазовая скорость становится комплексной величиной. Поэтому эффектом действительной части диэлектрической проницаемости следует пренебречь, тем более что для очень тонкого (по сравнению с длиной волны) диэлектрического слоя, как было отмечено, $\varepsilon \rightarrow 1$ на высоких частотах и нарушается условие излучения Черенкова.

Авторы благодарят Э.Д. Газазяна за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке МНТЦ (грант № А-087).

Список литературы

- [1] Варданян А.С. // Изв. НАН РА. Физика. 1999. Vol. 34. P. 323.
- [2] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ДАН СССР. 1947. Т. 56. С. 699.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- [4] Болотовский Б.М. // УФН. 1961. Т. 75. № 2. С. 295.
- [5] Газазян Э.Д., Лазиев Э.М. // Изв. АН Арм. ССР. Физ.-мат. науки. 1963. Т. 16. № 2. С. 79.