

Статистика собственных состояний и оптические свойства одномерных разупорядоченных фотонных кристаллов

© М.А. Калитеевский, В.В. Николаев, Р.А. Abram*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

* Department of Physics, University of Durham,
Durham, DH1 3LE, U.K.

E-mail: Valentin.Nikolaev@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 14 октября 2004 г.)

Проведено исследование собственных оптических состояний в одномерных разупорядоченных фотонных кристаллах. Установлено, что существует предельно допустимый уровень разупорядочения, до достижения которого вероятность появления собственного состояния в центре фотонной запрещенной зоны исчезающе мала. Порог достигается, когда относительная флуктуация оптических длин периодов структуры соответствует корню квадратному из одной трети относительной ширины запрещенной зоны. В зависимости коэффициента пропускания, усредненного по ансамблю структур, от флуктуации оптических длин периодов структуры имеется излом, соответствующий пороговой флуктуации.

1. Введение

Интерес к исследованию свойств разупорядоченных фотонных кристаллов [1,2] обусловлен двумя тесно связанными причинами. Во-первых, необходимостью создания для технических приложений фотонного кристалла, фотонная запрещенная зона (ФЗЗ) которого не будет „испорчена“ (т.е. заполнена состояниями) вследствие беспорядка. Во-вторых, возможностью локализации света в фотонных кристаллах [3].

Несмотря на непрерывное совершенствование технологии получения фотонных кристаллов, их реальные образцы в той или иной степени разупорядочены. В самоорганизующихся фотонных кристаллах, таких как опалы, размер шаров, образующих кристаллическую решетку, варьируется. Кроме того, в опалах имеются вакансии и дефекты упаковки. Фотонные кристаллы, получаемые литографическими методами, не являются идеальными вследствие шероховатости стенок и неоднородности травления по глубине.

Известно, что наличие беспорядка в полупроводниках может приводить к локализации электронов, проявляющейся в снижении электрической проводимости [4,5]. Многократно высказывалась гипотеза, что подобный эффект — локализация света — может наблюдаться и в соответствующих диэлектрических структурах [6]. Поскольку теория локализации электронов в разупорядоченных твердых телах достаточно хорошо развита [7] и позволяет описывать значительную часть экспериментально наблюдаемых явлений, а также вследствие сходства волновых уравнений для света и носителей заряда, естественным представлялось перенести результаты, полученные для носителей заряда на фотонный случай.

Однако, несмотря на сходство волнового уравнения для света

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (1a)$$

где пространственная зависимость диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{r})$ включает регулярную (например, пери-

одическую) и случайную части: $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon^{(0)}(\mathbf{r}) + \varepsilon_{\text{fluct}}(\mathbf{r})$, и уравнения Шредингера для волновой функции электрона

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(\mathbf{r})\psi = E\psi, \quad (1b)$$

где $V(\mathbf{r}) = V^{(0)}(\mathbf{r}) + V_{\text{fluct}}(\mathbf{r})$ — потенциальная энергия, а E — энергия состояния, в этих двух уравнениях имеется существенное различие. Потенциал $V(\mathbf{r})$ может быть как положительным, так и отрицательным. Кроме того, $V(\mathbf{r})$ входит в (1b) независимо от E . Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\mathbf{r})$ в непоглощающих материалах является действительным положительным числом и входит в (1a) в виде произведения на ω^2 . Электрон может быть локализован в ямах потенциала $V(\mathbf{r})$; для фотонов, энергия которых положительна, такая возможность исключена. Вместе с тем когерентное обратное рассеяние (слабая локализация электронов) [8–10], которое принято считать предвестником „настоящей“ локализации, наблюдается в экспериментах и проявляется как увеличение интенсивности рассеяния света неупорядоченной средой в направлении, противоположном направлению падающего пучка. Это подтверждает предположение о том, что локализация света в неупорядоченных фотонных микроструктурах возможна.

Обратим внимание на еще одно важное различие между случаями электронов и фотонов. Вследствие электрон-электронного и электрон-фононного взаимодействий для электронов можно ввести понятие длины свободного пробега [11]. В этом смысле электрон скорее частица, чем волна, а степень влияния волновых свойств электрона иллюстрирует термин „квантовые поправки к проводимости“. Взаимодействие между фотонами исчезающе мало (в линейном приближении отсутствует), рассеяние фотонов на фононах пренебрежимо мало, а рассеяние фотонов на флуктуациях диэлектрической проницаемости (регулярных или случайных) является упругим. Таким образом, в непоглощающих средах для

света нельзя ввести понятие длины сбега фазы, которое является одним из основных при построении „электронных“ теорий. Иными словами, когерентность фотонного состояния „не сбивается“ на дистанциях, соответствующих размеру образца. Из этого следует, что представление о распространении фотонов как о диффузии, описываемой коэффициентом диффузии, зависящим от размера образца [12], не вполне применимо. Кроме того, при описании свойств собственных оптических мод желателен учет границ образца.

Отметим также, что в „электронном“ случае основным предметом изучения является влияние того или иного фактора на проводимость. В оптическом случае аналогичной величиной является коэффициент пропускания света, однако аналогия неполная. Для систем, характеризующихся проводимостью, средняя скорость электронов изменяется и пропорциональна приложенному электрическому полю. Скорость фотонов постоянна. Кроме того, проводимость — величина, усредненная по ансамблю разных электронов, в то время как коэффициент пропускания на фиксированной частоте есть характеристика одной фотонной моды (или малого их количества).

Локализация электронов приводит к подавлению транспорта, т.е. снижению проводимости. Локализация света возможна в микрорезонаторах, представляющих собой изолированный дефект (например, слой полуволновой толщины) в фотонном кристалле (брэгговском отражателе, имеющем вид периодической последовательности пар слоев четвертьволновой толщины), когда для собственной моды микрорезонатора плотность электромагнитной энергии ε ведет себя как

$$\varepsilon(z) \propto \exp(-|z|/\xi), \quad (2)$$

где ξ — длина затухания. При этом в спектре пропускания локализованное состояние проявляется как острый пик (причем коэффициент пропускания может достигать единицы), т.е. локализация не ведет к подавлению транспорта.

Таким образом, нельзя механически переносить закономерности, описывающие поведение электронов в неупорядоченных системах (в частности, скейлинговую теорию локализации [13], иногда называемую гипотезой [7]), на „фотонный“ случай.

Исследования распространения света в экспериментальных образцах фотонных кристаллов (которые в той или иной степени разупорядочены) показали, что в области частот, соответствующей ФЗЗ, в спектрах пропускания света имеется провал и коэффициент пропускания падает экспоненциально при увеличении толщины образца, однако длина затухания больше, чем должно быть для идеальной структуры [14–18].

Значительное влияние на развитие исследований разупорядоченных фотонных микроструктур оказали работы Джона [3,19,20], в которых выдвинута гипотеза, согласно которой в разупорядоченных фотонных кристаллах свет,

частота которого соответствует ФЗЗ, может быть локализован даже при малом беспорядке. Данная гипотеза обосновывается следующими соображениями.

1) С хорошей точностью амплитуда электрического поля распространяющейся волны есть суперпозиция полей свободного фотона с волновым вектором \mathbf{k} и такой же волны, испытавшей брэгговское отражение, с волновым вектором $\mathbf{k}-\mathbf{G}$. Когда ω сдвигается в разрешенную зону, такая стоячая волна модулирована огибающей, длина волны которой определяется соотношением $2\pi/q$, где q — величина отклонения вектора \mathbf{k} от брэгговской плоскости.

2) Фотонное состояние можно считать локализованным, когда выполняется критерий Иоффе–Регеля [21]: $kl < 1$, где l — длина свободного пробега; в случае фотонных кристаллов в критерий Иоффе–Регеля должна входить длина волны огибающей $\lambda_{env} = 2\pi/q$ и критерий $2\pi l/\lambda_{env} \sim 1$ около краев зон выполняется автоматически.

Очевидно, что предположение 1 не соответствует действительности. В идеальном бесконечном фотонном кристалле, если частота лежит вне ФЗЗ, электромагнитное поле представляет собой блоховскую волну постоянной амплитуды. Если частота соответствует ФЗЗ, то электромагнитное поле представляет собой экспоненциально затухающую блоховскую волну. Применение критерия Иоффе–Регеля в предположении 2 выглядит несколько искусственным: первичный смысл данного критерия состоит в том, что „отрезок синусоиды размером меньше длины волны уже нельзя считать синусоидой“. Иначе говоря, при выполнении критерия Иоффе–Регеля моды не являются плоскими волнами (отсюда не следует автоматически, что моды локализованы). Кроме того, это вполне понятно, что считать длиной свободного пробега l в фотонном кристалле. Элементы фотонного кристалла являются рассеивателями, для каждого из них можно рассчитать сечения рассеяния (в одномерном случае коэффициент отражения) и, зная их концентрацию, определить среднюю длину свободного пробега фотонов. Однако совместное действие периодически расположенных рассеивателей приводит не к рассеянию, а к формированию блоховской волны, которая распространяется без рассеяния.

Поэтому подстановка в критерий Иоффе–Регеля некой длины волны λ_{env} (физический смысл которой неясен), помноженной на некий волновой вектор, рассчитанный с помощью приближения эффективной среды (которое в рассматриваемой области частот не работает), не позволяет сделать вывод о возможности локализации света в фотонных кристаллах.

Следует помнить, что в фотонных кристаллах конечного размера модуляция плотности энергии имеет место [22]. При этом огибающая плотности энергии для состояния, ближайшего к краю запрещенной зоны, представляет собой полуволну, соответствующую размеру образца, для второго от края — две полуволны, для третьего — три, и т.д.; такая модуляция определяется

порядковым номером состояния относительно края ФЗЗ, а не отклонением частоты состояния от края ФЗЗ.

Одним из наиболее распространенных теоретических методов исследования поведения электромагнитного поля в разупорядоченных фотонных микроструктурах является расчет „длины локализации света“ $\xi = -L/\langle \ln T \rangle$, где T — коэффициент пропускания света, L — размер образца [23–27]. Этот подход основан на том, что поле, усредненное по ансамблю структур, экспоненциально затухает в разупорядоченных структурах.

Экспоненциальное затухание световой волны не означает, однако, наличия локализованного состояния, характеризующегося соответствующей длиной затухания. Действительно, если частота света соответствует ФЗЗ, свет экспоненциально затухает, но состояний электромагнитного поля при этом нет.

Описанные выше теоретические подходы не только не позволяют количественно ответить на вопрос об устойчивости ФЗЗ к разупорядочению фотонного кристалла, но и не дают общей физической картины наблюдаемых явлений. Для „электронной“ задачи электрон-электронное и электрон-фононное взаимодействия не дают возможности получить точное решение задачи в системе реального размера, этим оправдано применение описанных выше теоретических методов. В „фотонном“ случае модовая структура электромагнитного поля в системе большого размера может быть рассчитана точно (путем численного решения уравнений Максвелла).

Ранее путем численного расчета показателя преломления в одномерном разупорядоченном фотонном кристалле [28] было показано, что, если параметр, характеризующий беспорядок, не превосходит некоторого порогового значения, существенного увеличения длины затухания в центре ФЗЗ, усредненной по ансамблю структур, с ростом беспорядка не происходит. Аналогичные результаты были получены и для двумерного случая [29,30]. В связи с этим была выдвинута гипотеза, что заполнение ФЗЗ фотонными состояниями начинается только после того, как беспорядок в структуре превышает некоторое пороговое значение.

Цель данной работы заключается в исследовании спектра собственных оптических состояний в одномерных разупорядоченных фотонных кристаллах в области частот, соответствующей ФЗЗ, а также в установлении связи между коэффициентом пропускания света (который является экспериментально наблюдаемой величиной) и изменениями спектра собственных мод вследствие разупорядочения структуры.

2. Результаты и обсуждение

Рассмотрим одномерную периодическую структуру, представляющую собой последовательность пар слоев A и B одинаковой толщины d ; показатель преломления

описывается формулой

$$n_{A,B}^{(0)} = n_0 \pm g, \quad (3)$$

где g — модуляция показателя преломления, а $n_0 = 2.0$ (рис. 1, *a*). Для такой периодической структуры методом матриц переноса можно получить дисперсионное уравнение в виде

$$\cos(KD^{(0)}) = \cos(n_A d \omega / c) \cos(n_B d \omega / c) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_A}{n_B} + \frac{n_B}{n_A} \right) \sin(n_A d \omega / c) \sin(n_B d \omega / c), \quad (4)$$

где $D = 2d$ — период структуры, K — блоховский волновой вектор. Решая (4), можно получить, что в спектре мод такой структуры имеется ФЗЗ, частота центра которой есть $\omega_0 = \pi c / (n_0 D)$ (рис. 1, *b*). При этом относительная ширина ФЗЗ составляет $\Delta\omega / \omega_0 \approx 4g / (\pi n_0)$, а затухание света на одном периоде $\text{Im}(K_0 D) = D / \xi_0 = \ln |n_1 / n_2| \approx 2g / n_0$ (где K_0 — мнимая часть блоховского волнового вектора на частоте ω_0 , а ξ_0 — длина затухания в центре зоны) на частоте центра ФЗЗ прямо пропорционально модуляции показателя преломления g (рис. 1, *c*). Отметим, что при выбранном $n_0 = 2.0$ затухание света на периоде $\text{Im}(K_0 D) \approx g$.

Для структуры конечного размера можно поставить граничные условия, согласно которым свет не падает на структуру извне, и, используя уравнение

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -n_f \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} 1 \\ n_l \end{pmatrix}, \quad (5)$$

получить спектр собственных оптических мод структуры. Здесь n_f и n_l — показатели преломления полубесконечных сред, ограничивающих структуру, \hat{M} — матрица переноса через структуру, A — некоторая константа. Для конечной структуры спектр собственных мод будет дискретным (рис. 2, *a*), причем собственные частоты ω_i будут обладать ненулевой мнимой частью вследствие утечек света через границы структуры. Иначе говоря, время жизни собственных состояний $\tau = 1 / \text{Im}\omega_i$ будет конечным. По времени жизни состояния можно судить, является состояние локализованным или нет. В соответствии с критерием Таулуса, если ширина уровня (обратное время жизни) меньше, чем расстояние между уровнями, состояние локализовано, в противном случае делокализовано.

В спектрах пропускания света имеется провал, соответствующий ФЗЗ, и коэффициент пропускания в минимуме для структуры с модуляцией показателя преломления $g = 0.025$ и толщиной $200D$ равен $2 \cdot 10^{-4}$ (рис. 3).

Для исследования свойств разупорядоченной структуры введем случайную флуктуацию показателей преломления: для каждой пары слоев показатели преломления определяются в соответствии с формулой

$$n_{A,B} = n_0 \pm g + n_0 \delta P, \quad (6)$$

где величина P принимает хаотические значения в интервале от $-1/2$ до $1/2$. Таким образом, оптическая

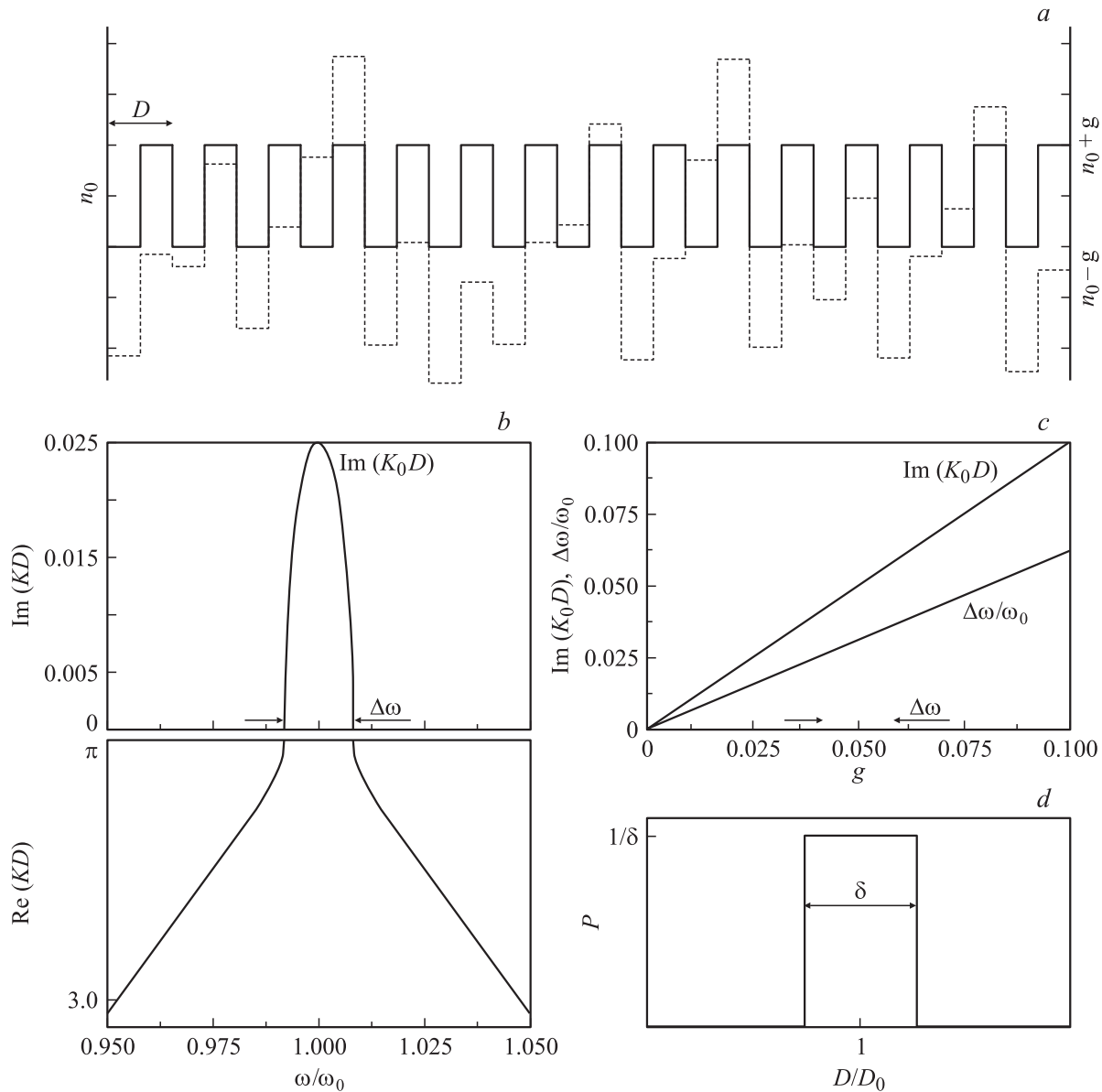


Рис. 1. Параметры модельной структуры. *a* — профили показателя преломления в идеальной (сплошная линия) и разупорядоченной (штриховая линия) структурах; *b* — зависимость блоховского волнового вектора K от частоты ω для идеальной структуры с $g = 0.025$; *c* — зависимость относительной ширины ФЗЗ $\Delta\omega/\omega_0$ и затухания света на одном периоде $\text{Im}(K_0 D)$ на частоте центра ФЗЗ от модуляции показателя преломления g ; *d* — распределение оптических длин „периодов структуры“ D_i в разупорядоченной структуре.

длина периодов в разупорядоченной структуре D_i

$$D_i = dn_A + dn_B = 2dn_0(1 + \delta P) = D_0(1 + \delta P)$$

характеризуется относительной флуктуацией δ (рис. 1, *d*). Пример профиля показателя преломления такой структуры приведен на рис. 1, *a*.

На рис. 2, *a* представлена плотность состояний в области ФЗЗ для идеальной структуры ($\delta = 0$), а также частоты собственных состояний и соответствующие им времена жизни. Для разупорядоченных структур показана плотность состояний, усредненная по ансамблю из 3000 структур со случайным разупорядочением профиля

показателя преломления, характеризуемых флуктуацией $\delta = 0.035$ (*b*), 0.07 (*c*), 0.1 (*d*) и 0.15 (*e*). Модуляция показателя преломления структуры $g = 0.025$, а толщина $200D$; с внешних сторон структура ограничена средами с показателями преломления, равными единице. Частотный интервал между уровнями вне ФЗЗ в такой структуре порядка $0.004\omega_0$. Строго говоря, показанные зависимости представляют собой гистограммы, однако ширина интервала разбиения по частоте достаточно мала (существенно меньше расстояния между уровнями), и полученные зависимости с хорошей точностью можно называть плотностью состояний. Исключение составляет лишь идеальная структура, где вместо

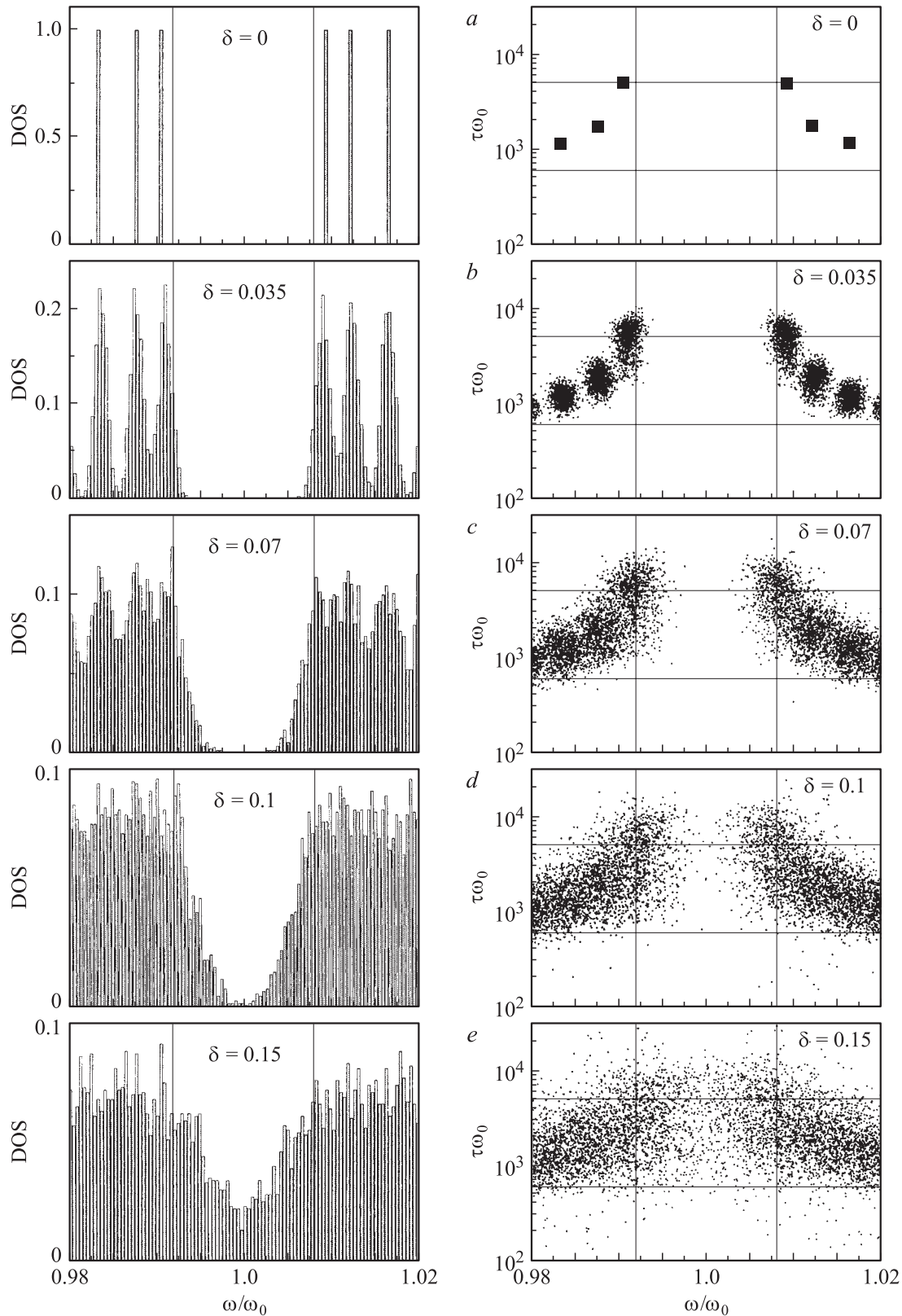


Рис. 2. Собственные частоты идеальной и разупорядоченной структуры. *a* — слева: плотность состояний для идеальной структуры; справа: частоты $\text{Re } \omega_i$ и времена жизни $\tau = 1/\text{Im } \omega_i$ для идеальной структуры ($\delta = 0$). *b-e* — слева: плотность состояний, усредненная по ансамблю 3000 структур с различными δ ; справа: частоты $\text{Re } \omega_i$ и времена жизни $\tau = 1/\text{Im } \omega_i$ собственных мод, полученные путем решения уравнения (5) для 1000 разупорядоченных структур с теми же δ . Толщина структуры $L = 200D$, модуляция показателя преломления $g = 0.025$.

столбиков гистограммы единичной длины в плотность состояний должны были бы входить дельта-функции. Можно видеть, что периодическая модуляция показателя преломления приводит к увеличению времен жизни состояний, причем это увеличение тем больше, чем ближе состояния к краю запрещенной зоны. Состояния, ближайšie к ФЗЗ, будем называть краевыми. Такие особенности в спектре собственных мод были впервые описаны в [22] и используются в лазерах с распределенной обратной связью.¹ Справа на рис. 2, *b–e* для каждого значения δ показаны решения уравнения (5) ($\text{Re}\omega_i, 1/\text{Im}\omega_i$) для 1000 разупорядоченных структур с разными конфигурациями беспорядка.

В соответствии с критерием Таулуса краевые состояния в идеальной структуре локализованы: ширина уровня $0.0002\omega_0$ (обратное время жизни) более чем на порядок меньше расстояния между уровнями. При этом профиль плотности энергии электромагнитного поля спадает к краям структуры медленнее чем экспонента. Верхняя горизонтальная линия справа на рис. 2 ($\tau\omega_0 = 4800$) отмечает времена жизни краевых состояний, нижняя горизонтальная линия — времена жизни состояний в структуре, у которой $g = 0$ (т.е. мод Фабри–Перо для однородной структуры, $\tau\omega_0 = 580$). Для таких состояний ширина уровня сравнима с интервалом между уровнями, и состояния не являются локализованными.

Существует ли верхний предел для времени жизни собственного состояния в такой структуре? Если в центр рассматриваемой структуры поместить одиночный дефект, например слой толщиной $2d$ с показателем преломления n_A (или n_B), или, иначе говоря, сформировать микрорезонатор, то профиль плотности энергии электромагнитного поля собственной моды микрорезонатора будет экспоненциально затухать в обе стороны, как показано на рис. 3, и такая мода будет обладать максимально возможным в данной слоистой структуре временем жизни — около $19\,000/\omega_0$. В спектре пропускания структуры в центре ФЗЗ имеется острый пик (рис. 3).

При увеличении флуктуации δ до 0.035 дельта-функции в плотности состояний заменяются на колокообразные зависимости. При этом „хвосты“ плотности состояний начинают проникать в ФЗЗ, однако большая часть ФЗЗ остается не заполненной состояниями. Частоты собственных мод $\text{Re}\omega_i$ и их времена жизни τ флуктуируют вблизи значений, соответствующих собственным модам идеальной структуры, однако для краевого состояния флуктуация времени жизни больше, чем для остальных. Профиль плотности энергии для состояния внутри ФЗЗ, показанный на рис. 3, *a*, несильно отличается от профиля краевого состояния. Таким образом, можно говорить о проникновении краевых состояний внутрь ФЗЗ. Собственным состояниям соответствуют пики в спектре пропускания.

¹ Теория связанных волн, развитая в этой работе, является грубым приближением — авторы пренебрегают второй производной амплитуд волн по координате — и для анализа разупорядоченных систем непригодна.

При увеличении флуктуации δ до 0.07 краевые состояния глубже проникают в ФЗЗ, и профиль поля таких состояний сильнее отличается от профиля краевого состояния. При этом ФЗЗ сужается, но ее ширина остается существенной.

При увеличении δ до 0.1 вероятность появления оптических состояний в любом месте ФЗЗ становится существенно отличной от нуля. При этом флуктуация времен жизни собственных состояний увеличивается. Время жизни некоторых состояний вплотную приближается к „микрорезонаторному“ времени жизни. Профиль поля для одного из таких состояний показан на рис. 3. Можно видеть, что профиль такого состояния близок к профилю для микрорезонатора, т.е. экспоненциально затухает в обе стороны, несмотря на то что при флуктуации $\delta = 0.1$ не может быть изолированных дефектов, на которых возможна локализация света. Таким образом, при увеличении разупорядочения в ФЗЗ появляются не только сдвинутые краевые состояния, но и состояния, локализованные в „случайных микрорезонаторах“, характеризующиеся большим временем жизни.

При увеличении параметра δ до 0.15 провал в плотности состояний становится мельче, флуктуация времени жизни нарастает, а вероятное значение времени жизни в области ФЗЗ падает. При дальнейшем увеличении разупорядочения эффекты, связанные с периодической модуляцией показателя преломления, исчезают.

В спектрах пропускания собственные состояния проявляются как пики в области ФЗЗ, причем чем больше время жизни, тем острее пик. В спектрах пропускания, усредненных по ансамблю структур, в области ФЗЗ имеется провал, однако при увеличении флуктуации δ его глубина уменьшается, а форма меняется (рис. 3).

Из рис. 2 видно, что ширина ФЗЗ уменьшается при увеличении δ ; при достижении порогового значения δ_{th} плотность состояний в центре ФЗЗ становится существенно отличной от нуля. Времена жизни состояний позволяют говорить о том, что большая часть состояний, согласно критерию Таулуса, локализована. Отметим, что для некоторых состояний времена жизни указывают на то, что они скорее являются делокализованными, чем локализованными.

На рис. 4, *a* показано изменение положения границ ФЗЗ в зависимости от флуктуации δ для структур, характеризующихся различной модуляцией показателя преломления ($g = 0.025, 0.05$ и 0.1) и, следовательно, различными шириной запрещенной зоны и длиной затухания ξ_0 . Границы ФЗЗ в координатах $\delta-\omega$ напоминают параболы. Можно видеть, что при малом беспорядке наклон границы ФЗЗ $\delta(\omega)$ мал (не исключена возможность, что он вообще равен нулю, численное моделирование не позволяет сделать подобного заключения). Вершины парабол соответствуют пороговому значению δ_{th} , и при увеличении модуляции показателя преломления (и, следовательно, ширины ФЗЗ) пороговое значение флуктуации δ_{th} возрастает. На рис. 4, *b* показана зависимость пороговой флуктуации δ_{th} от модуляции показателя преломления g .

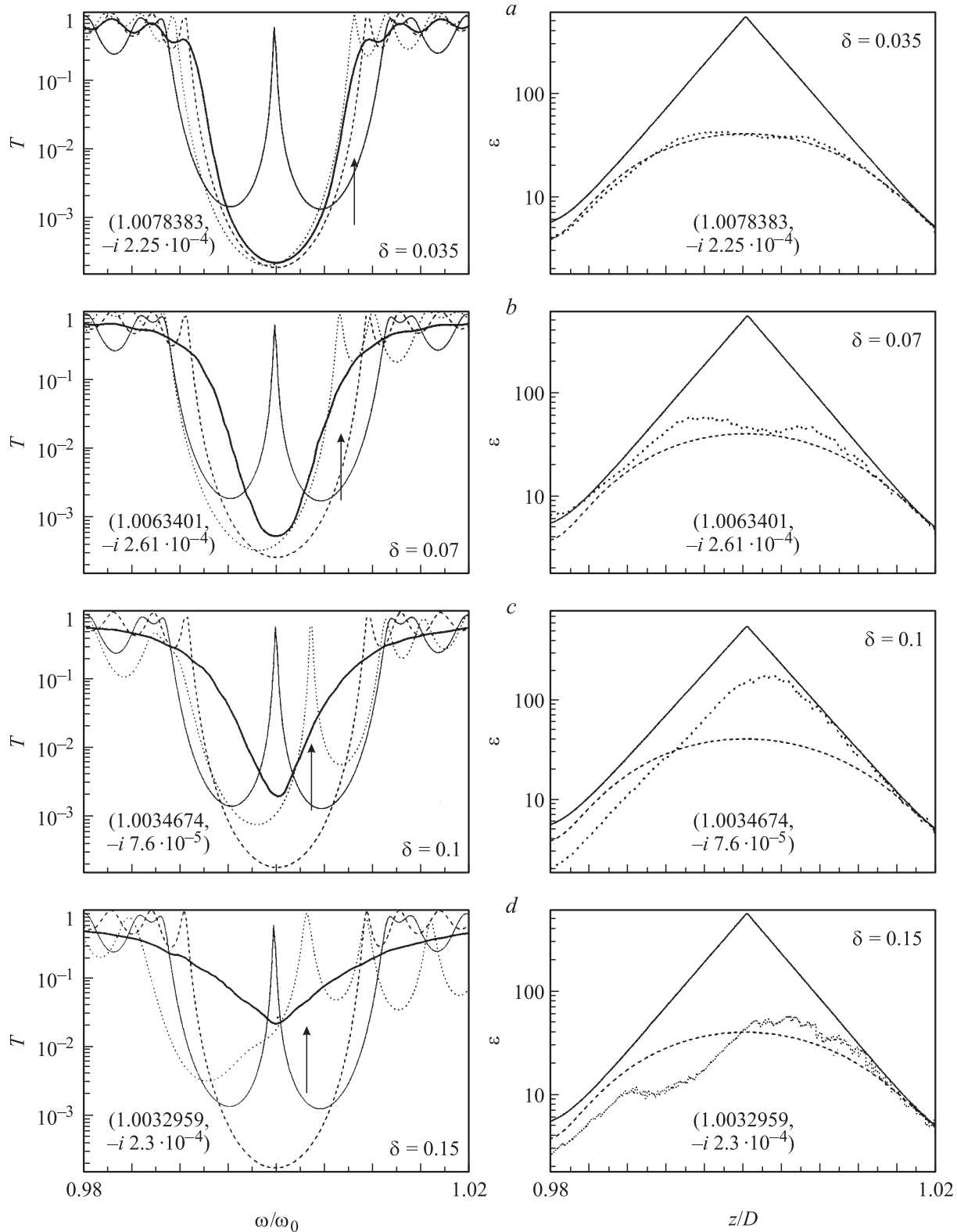


Рис. 3. Слева — спектры пропускания света для одиночной структуры (пунктирная линия) и усредненные по ансамблю структур (жирная сплошная линия) для различных значений флуктуации δ . Штриховой линией показаны спектры для идеальной структуры, тонкой сплошной линией — спектры для микрорезонатора с полуволновой полостью на основе идеальной структуры. Толщина структуры $L = 200D$, модуляция показателя преломления $g = 0.025$. Стрелками отмечены частоты, для которых справа показаны профили плотности энергии электромагнитного поля (пунктирная линия). Для сравнения справа приведены профили краевого состояния (штриховая линия) и собственной моды микрорезонатора (сплошная линия).

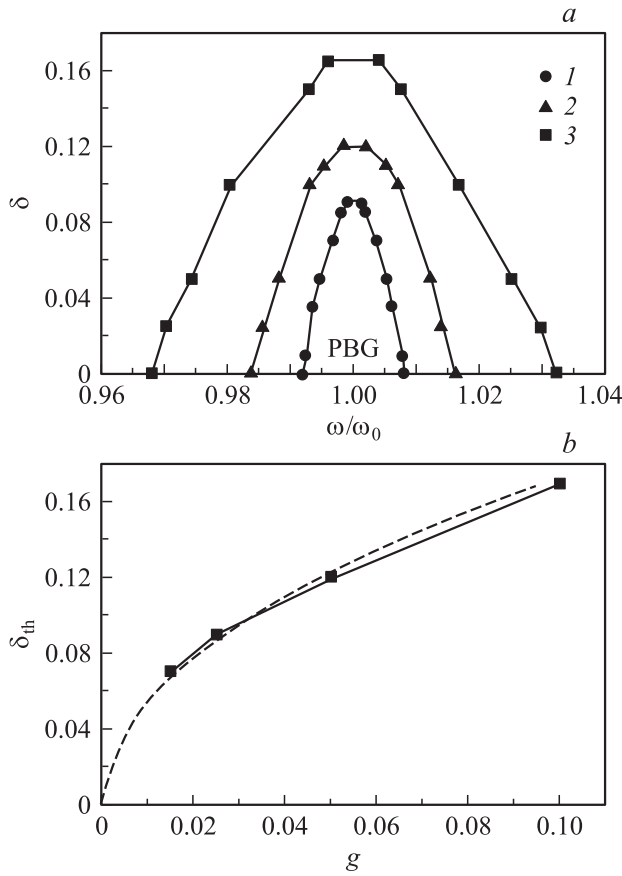


Рис. 4. Критерий устойчивости ФЗЗ (PBG) к беспорядку. *a* — границы ФЗЗ как функция флуктуации δ для структур с величиной модуляции показателя преломления $g = 0.025$ (1), 0.05 (2), 0.1 (3); *b* — зависимость пороговой величины относительной флуктуации оптической длины периода δ_{th} от затухания волны на одном периоде в центре ФЗЗ для идеальной структуры $\text{Im}(K_0D)$, штриховой линией показана зависимость $\delta_{th} = \sqrt{0.27g}$.

Можно видеть, что δ_{th} пропорциональна квадратному корню из модуляции показателя преломления g и приближенно описывается зависимостью $\delta_{th} = \sqrt{0.27g}$.

Поскольку относительная ширина запрещенной зоны и затухание света на периоде прямо пропорциональны модуляции показателя преломления, критерий заполнения ФЗЗ фотонными состояниями может быть сформулирован следующим образом.

В одномерном случае вероятность появления собственной оптической моды в любом месте ФЗЗ становится существенно отличной от нуля, когда относительная флуктуация оптической длины периода становится примерно равной одной четверти затухания света на одном периоде структуры

$$\delta_{th} \approx \sqrt{\text{Im}(K_0D)/4} \quad (7a)$$

либо одной трети относительной ширины запрещенной зоны

$$\delta_{th} \approx \sqrt{(\Delta\omega/\omega_0)/3}. \quad (7b)$$

Корневая зависимость пороговой флуктуации от ширины запрещенной зоны означает, что даже при очень малой модуляции показателя преломления ФЗЗ „устойчива“ по отношению к беспорядку. Данное утверждение противоречит принятым в настоящее время представлениям, согласно которым ФЗЗ заполняется локализованными состояниями даже при малом беспорядке [7].

Зависимость коэффициента пропускания, усредненного по ансамблю структур, от толщины образца L показана на рис. 5. Внутри ФЗЗ коэффициент пропускания экспоненциально падает при увеличении толщины

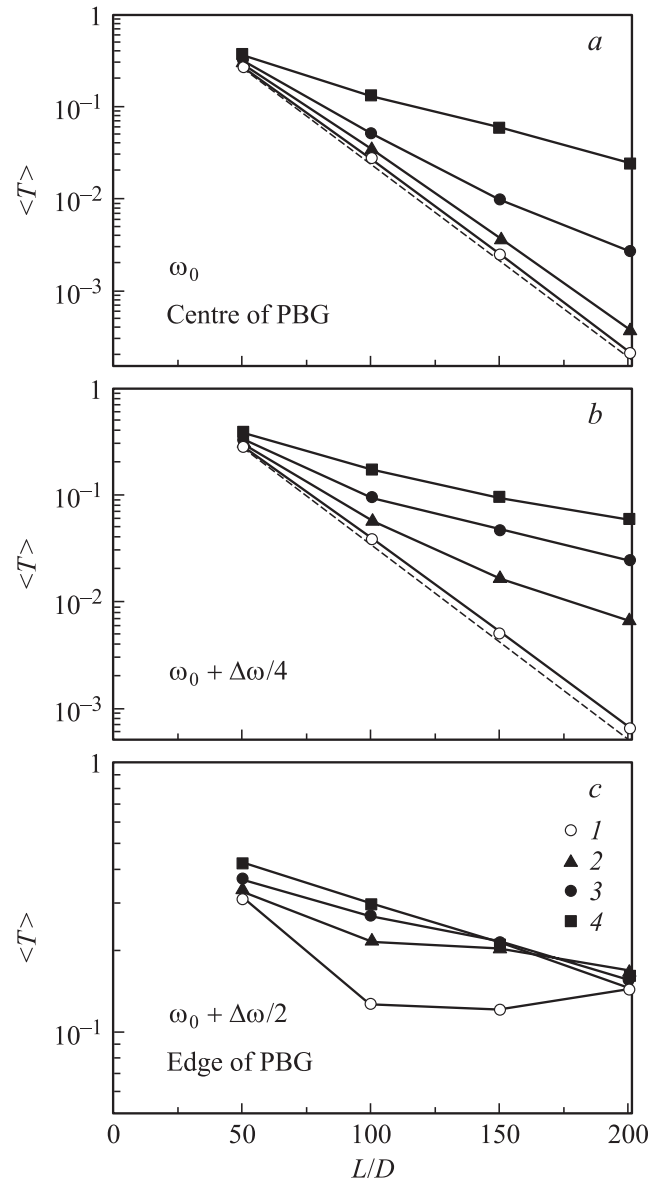


Рис. 5. Зависимость усредненного по ансамблю структур коэффициента пропускания (*a* — на частоте ω_0 (в центре ФЗЗ), *b* — на частоте $\omega_0 + \Delta\omega/4$, *c* — на частоте $\omega_0 + \Delta\omega/2$ (на краю ФЗЗ)) от толщины структуры L при значениях флуктуации $\delta = 0.35$ (1), 0.7 (2), 0.1 (3) и 0.15 (4). Для сравнения штриховой линией показаны зависимости для идеальной структуры. Модуляция показателя преломления $g = 0.025$.

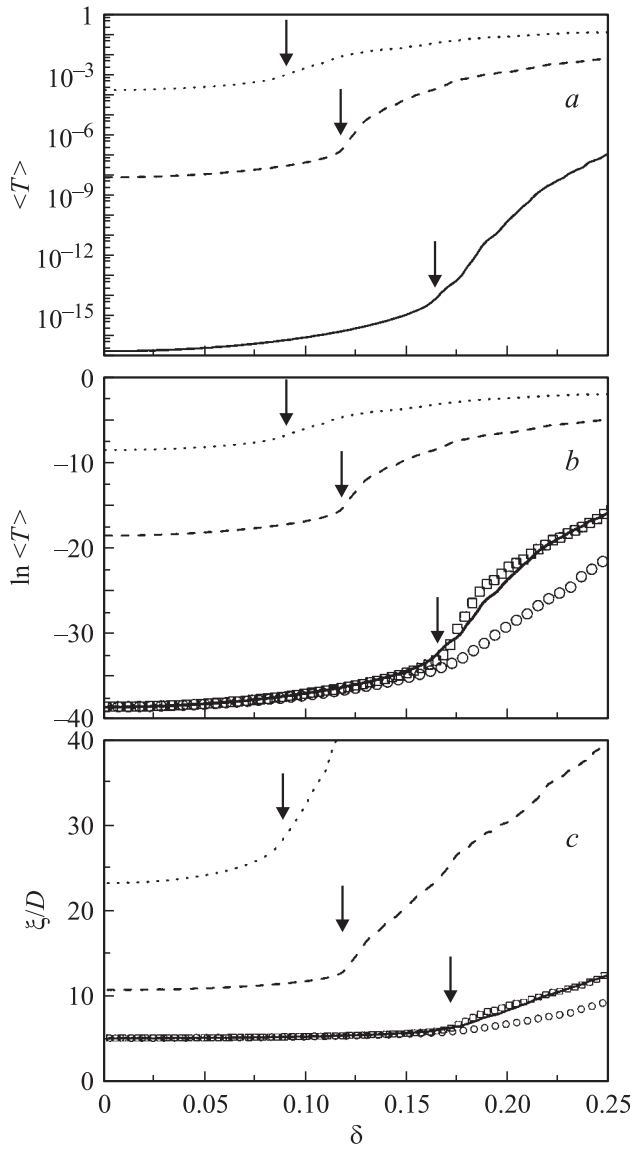


Рис. 6. Зависимость усредненного по ансамблю структур коэффициента пропускания света на частоте центра ФЗЗ (а) его логарифма (б) и длины затухания (с) от флуктуации δ для структур с модуляцией показателя преломления $g = 0.025$ (пунктирная), 0.05 (штриховая) и 0.1 (сплошная линия). Символы показывают зависимости, полученные путем преобразования $\ln\langle T \rangle \rightarrow \alpha \ln\langle T \rangle$, $\delta \rightarrow \sqrt{\alpha}\delta$ или $\xi \rightarrow \xi/\alpha$, $\delta \rightarrow \sqrt{\alpha}\delta$ для структур с $g = 0.025$ (кружки) и 0.05 (квадраты). α — отношение обратных длин затухания для идеальных структур с $g = 0.025$ и 0.05 к обратной длине затухания структуры с $g = 0.1$. Стрелками показаны пороговые значения δ . Толщина структуры $L = 200D$, модуляция показателя преломления $g = 0.025$.

образца

$$\langle T \rangle = \exp(-L/\xi). \tag{8}$$

При этом длина затухания ξ растет при увеличении δ . На краю ФЗЗ при малых значениях флуктуаций δ коэффициент пропускания $\langle T \rangle$ ведет себя не столь однозначно: в этом случае он определяется частотой

краевого состояния, которая меняется при увеличении толщины образца L . При увеличении δ коэффициент пропускания $\langle T \rangle$ экспоненциально затухает с ростом L .

На рис. 6 показаны зависимости усредненного по ансамблю структур коэффициента пропускания на частоте центра ФЗЗ $\langle T \rangle$, $\ln\langle T \rangle$ и длины затухания $\xi = -L/\ln\langle T \rangle$ от флуктуации δ для структур, модуляция показателя преломления которых $g = 0.025, 0.05$ и 0.1 . Для всех случаев зависимость имеет излом. Когда флуктуация δ меньше пороговой, $\langle T \rangle$ медленно увеличивается с ростом δ , а длина затухания ξ практически неизменна. При достижении δ_{th} в зависимости $\langle T \rangle(\delta)$ появляется излом, $\langle T \rangle$ и ξ быстро растут с увеличением δ . Такое поведение легко объяснить. Увеличение $\langle T \rangle$ есть следствие появления острых пиков, соответствующих локализованным состояниям, в спектрах пропускания отдельных структур (рис. 3). Когда $\delta < \delta_{th}$, увеличение коэффициента пропускания обусловлено боковыми областями этих пиков и поэтому мало. При $\delta > \delta_{th}$ локализованные состояния и соответствующие им пики появляются в центре зоны, и $\langle T \rangle$ быстро растет при увеличении δ . Отметим, что для отдельной структуры коэффициент пропускания внутри ФЗЗ может принимать любое значение от нуля до единицы.

Корневая зависимость пороговой флуктуации δ_{th} от модуляции показателя преломления g имеет интересное следствие. Если α — отношение обратных длин затухания $\xi_0^{(1)}$ и $\xi_0^{(2)}$ для идеальных структур с разной модуляцией показателя преломления $g^{(1)}$ и $g^{(2)}$

$$\alpha = \xi_0^{(2)}/\xi_0^{(1)} = g^{(1)}/g^{(2)} = \text{Im}(K_0^{(1)}D)/\text{Im}(K_0^{(2)}D), \tag{9}$$

то зависимость усредненного коэффициента пропускания $\langle T \rangle$ (или длины затухания ξ) от относительной флуктуации оптической длины периода δ можно получить путем преобразования

$$\ln\langle T^{(2)} \rangle(\delta) = \alpha \ln\langle T^{(1)} \rangle(\sqrt{\alpha}\delta), \tag{10a}$$

$$\xi^{(2)}(\delta) \rightarrow \xi^{(1)}(\sqrt{\alpha}\delta)/\alpha. \tag{10b}$$

На рис. 6 квадратами показан результат преобразования (10) по отношению к зависимостям $\langle T \rangle(\delta)$ или $\xi(\delta)$ для структуры с $g = 0.05$, $\alpha = \xi_0(g = 0.05)/\xi_0(g = 0.1)$. Кружками показан результат соответствующего преобразования для структуры с $g = 0.025$, $\alpha = \xi_0(g = 0.025)/\xi_0(g = 0.1)$. Для структур с $g = 0.05$ и 0.1 преобразование (10) связывает зависимости $\langle T \rangle(\delta)$ или $\xi(\delta)$ с очень высокой точностью. Для структуры с $g = 0.025$ при значении δ выше порогового наблюдается некоторое отклонение, обусловленное тем, что длина затухания в такой структуре сравнима с размером структуры и велико влияние границ.

Преобразования (10), отражающие универсальное (не зависящее от ФЗЗ) поведение длины затухания в разупорядоченных фотонных кристаллах, могут служить ключом для построения „аналитической“ теории разупорядоченных фотонных кристаллов.

3. Заключение

Существует предельно допустимый уровень разупорядочения, до достижения которого вероятность появления собственного состояния в центре фотонной запрещенной зоны исчезающе мала. Порог достигается, когда относительная флуктуация оптических длин периодов структуры соответствует корню квадратному из одной трети относительной ширины запрещенной зоны. В зависимости длины затухания в центре ФЗЗ от флуктуации оптических длин периодов структуры имеется излом, соответствующий пороговой флуктуации. Когда параметр беспорядка меньше порогового значения, длина затухания медленно увеличивается с ростом флуктуации. Когда параметр беспорядка превосходит пороговое значение, начинается быстрый рост длины затухания. Зависимости длины затухания от параметра беспорядка демонстрируют универсальное поведение, общее для любой ширины запрещенной зоны.

Список литературы

- [1] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. University Press. Princeton (1995).
- [2] K. Sakoda. *Optical Properties of Photonic Crystals*. Springer, Berlin (2001).
- [3] S. John. *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2486 (1987).
- [4] P.W. Anderson. *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
- [5] N.F. Mott. *Metal-Insulator Transitions*. Taylor and Francis, London (1974).
- [6] *Photonic Band Gap and Localization*. NATO ASI Ser. B. Vol. 308 / Ed. C.M. Soukoulis. Plenum, N.Y. (1993).
- [7] В.Ф. Гантмахер. *Электроны в неупорядоченных средах*. Физматлит, М. (2003).
- [8] Y. Kuga, A. Ishimaru. *J. Opt. Soc. Am. A* **1**, 831 (1984).
- [9] M.P. van Albada, A. Lagendijk. *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2692 (1985).
- [10] P.E. Wolf, G. Maret. *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985).
- [11] P.W. Anderson, D.J. Thouless, E. Abrahams, D.S. Fisher. *Phys. Rev. B* **22**, 3519 (1979).
- [12] N. Garcia, A.Z. Genack. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1850 (1991).
- [13] E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello, T.V. Ramakrishnan. *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).
- [14] *Photonic Band Gap Materials*. NATO ASI Ser. E. Vol. 315 / Ed. C.M. Soukoulis. Kluwer, Dordrecht (1996).
- [15] T.F. Krauss, R.M. De La Rue, S. Brand. *Nature* **383**, 699 (1996).
- [16] Yu.A. Vlasov, V.N. Astratov, O.Z. Karimov, A.A. Kaplanskiy, V.N. Bogomolov, A.V. Prokofiev. *Phys. Rev. B* **55**, 13 357 (1997).
- [17] А.В. Барышев, А.В. Анкудинов, А.А. Каплянский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, К.Б. Самусев, Д.Е. Усвят. *ФТТ* **44**, 1573 (2002).
- [18] А.В. Барышев, А.А. Каплянский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, К.Б. Самусев, Д.Е. Усвят. *ФТТ* **45**, 434 (2003).
- [19] *Confined Electrons and Photons: New Physics and Applications*. NATO ASI Ser. B. Vol. 340 / Eds E. Burstein, C. Weisbuch. Plenum, N.Y. (1995).
- [20] S. John. *Phys. Today* **44**, 32 (1991).

- [21] A.F. Ioffe, A.R. Regel. *Prog. Semicond.* **4**, 237 (1960).
- [22] H. Kogelnick, C.V. Shank. *J. Appl. Phys.* **43**, 2327 (1972).
- [23] L.I. Deych, D. Zaslavsky, A.A. Lisyansky. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5390 (1998).
- [24] L.I. Deych, A.A. Lisyansky, B.L. Altshuler. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2678 (2000).
- [25] В.А. Кособукин. *ФТТ* **32**, 227 (1990).
- [26] В.А. Кособукин. *ФТТ* **45**, 1091 (2003).
- [27] A.R. Mc Gurn, K.T. Christensen, F.M. Mueller, A.A. Maradudin. *Phys. Rev. B* **47**, 13 120 (1993).
- [28] Yu.A. Vlasov, M.A. Kaliteevskii, V.V. Nikolaev. *Phys. Rev. B* **60**, 1555 (1999).
- [29] M.A. Kaliteevskii, J.M. Martinez, D. Cassagne, J.P. Albert. *Phys. Rev. B* **66**, 113 101 (2002).
- [30] M.A. Kaliteevskii, J. Manzanarez Martinez, D. Cassagne, J.P. Albert. *Phys. Stat. Sol. (a)* **195**, 612 (2003).