05;06;09

Многощелевые линии передачи сверхвысоких частот на основе структуры сегнетоэлектрическая пленка–диэлектрическая подложка

© И.Г. Мироненко, А.А. Иванов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет ЛЭТИ,
197376 Санкт-Петербург, Россия,
e-mail: mit@eltech.ru, MironencolG@ramber.ru, iva@solaris.ru.

(Поступило в Редакцию 25 января 2001 г.)

Выполнен полноволновый расчет дисперсионных характеристик многощелевых линий передачи сверхвысоких частот на многослойной структуре, включающей в себя сегнетоэлектрическую пленку, и найдено затухание, вызванное конечной проводимостью в металлических электродах.

Введение

Структура, образованная сегнетоэлектрической пленкой, нанесенной на диэлектрическую подложку, представляет собой основу для планарных линий передачи сверхвысоких частот (СВЧ): щелевой и копланарной линий [1–3]. Возможность построения устройств с электрически перестраиваемыми характеристиками с использованием этих линий связана прежде всего с возможностью изменения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрической пленки ε внешним электрическим полем. Для большинства сегнетоэлектрических материалов изменение ε в 1.5–2 раза происходит при напряженности электрического поля 2–3 kV/mm. Таким образом, щели в линиях должны быть достаточно узкими с тем, чтобы управляющее напряжение, прикладываемое к электродам линии, было малым. Но в этом случае возрастают потери, вызванные конечной проводимостью электродов линии [1–3]. Разрешить это противоречие можно в планарной волноведущей структуре, которую в дальнейшем будем называть многощелевой линией передачи СВЧ. В такой линии узкие электроды, расположенные между краями "широкой" щели на поверхности сегнетоэлектрической пленки, выполняют одновременно электродинамическую функцию, обеспечивая канализацию электромагнитной энергии вдоль щелевой структуры, и функцию электродов управления, формируя по всей ширине "широкой" щели требуемую напряженность электрического поля управления в пределах узких зазоров между ними.

Целью настоящей работы является анализ дисперсионных характеристик и затухания в таких многощелевых волноведущих структурах.

Постановка задачи. Обоснование электродинамической модели

На рис. 1 представлено поперечное сечение рассматриваемой волноведущей структуры. Выбор электродинамической модели должен быть сделан в пользу полноволновой модели. Несмотря на ее относительно сложный характер, она обладает высокой степенью адекватности реальной структуре. Основной мод электромагнитного поля имеет гибридный характер ($E_z \neq 0$ и $H_z \neq 0$). Для его описания необходимо ввести два скалярных потенциала. Например, электрический и магнитный векторы Герца, ориентированные вдоль одной из осей (Z или Y). Задание векторов Герца вдоль оси Y предпочтительно, так как порождаемые ими поля LE- и LM-типов оказываются связанными токами, протекающими по электродам на последнем этапе анализа при наложении граничных условий в плоскости $y = 0$. В отсутствие электродов структура (рис. 1) представляет собой послойно-неоднородный волновод между проводящими плоскостями, в котором естественным базисом являются LE- и LM-волны, связанные в гибридной моде токами на электродах.

Как известно, анализ дисперсионных характеристик и затухания в планарных волноведущих структурах рассматриваемого типа сводится к решению интегральных уравнений относительно распределения токов на электродах либо электрического поля на щелях. Эффективной процедурой решения уравнений является метод Галеркина, не уступающий по точности другим методам решения интегральных уравнений. Поэтому в работе использован метод Галеркина на заключительном этапе анализа.

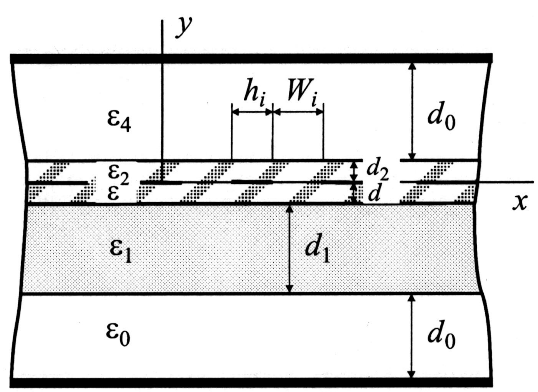

Рис. 1. Поперечное сечение многощелевой планарной структуры.

Основные этапы решения

1. Нахождение скалярных потенциалов. Зададим магнитный и электрический потенциалы в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_y \varphi(x, y) \exp(-j(\gamma z - \omega t)),$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{e}_y \Psi(x, y) \exp(-j(\gamma z - \omega t)),$$

где γ — постоянная распространения.

Оба потенциала являются решением волнового уравнения в каждой области поперечного сечения структуры. Перейдем к Фурье-образам (ФО) потенциалов

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varphi}(y, s) \\ \bar{\Psi}(y, s) \end{Bmatrix} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \begin{Bmatrix} \varphi(x, y) \\ \Psi(x, y) \end{Bmatrix} \exp(-jsx)dx.$$

ФО $\bar{\Phi}(y, s)$ и $\bar{\Psi}(y, s)$ удовлетворяют в каждой области поперечного сечения однородному уравнению

$$(\partial^2/\partial y^2 + \alpha_i^2) \begin{Bmatrix} \bar{\varphi}_i(y, s) \\ \bar{\Psi}_i(y, s) \end{Bmatrix} = 0, \tag{1}$$

где $\alpha_i^2 = (\gamma^2 + s^2 - k^2\varepsilon_i)$, $k^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$, i — соответствующая область на рис. 1.

Решение уравнения (1) в i-й области имеет вид

$$\bar{\varphi}_i(y, s) = A_i(s)\mathrm{sh}(\alpha_i y) + B_i(s)\mathrm{ch}(\alpha_i y),$$

$$\bar{\Psi}_i(y, s) = C_i(s)\mathrm{sh}(\alpha_i y) + D_i(s)\mathrm{ch}(\alpha_i y). \tag{2}$$

Граничные условия для ФО потенциалов очевидно те же, что и для электродинамических потенциалов: на идеально проводящих плоскостях $\partial\bar{\varphi}(y, s)/\partial y = 0$, $\bar{\Psi}(y, s) = 0$, на границах диэлектрических слоев непрерывны ФО и их нормальные производные $(\partial\bar{\varphi}(y, s)/dy)(1/\varepsilon)$, $\partial\bar{\Psi}(y, s)/dy$. Очевидно, что, используя (2) и граничные условия, можно найти скалярные функции $\bar{\varphi}(y, s)$ и $\bar{\psi}(y, s)$ с точностью до произвольных коэффициентов. Представим их для разных областей

$$y \geq 0: \quad \bar{\varphi}^{(+)}(y, s) = B^m(s)A^{(+)}(y, s);$$

$$\bar{\Psi}^{(+)}(y, s) = B^e(s)F^{(+)}(y, s);$$

$$y \leq 0: \quad \bar{\varphi}^{(-)}(y, s) = B_1^m(s)A^{(-)}(y, s);$$

$$\bar{\Psi}^{(-)}(y, s) = B_1^e(s)F^{(-)}(y, s), \tag{3}$$

$B^m(s), \ldots B_1^e(s)$ — произвольные функции; $A^{(+)}(y, s)$, $F^{(+)}(y, s)$, $A^{(-)}(y, s)$, $F^{(-)}(y, s)$ — известные функции, соотношения для которых приведены в Приложении.

Таким образом, соотношения (3) определяют ФО скалярных потенциалов с точностью до произвольных коэффициентов.

2. Получение интегральных уравнений. Методика получения интегральных уравнений базируется на выполнении граничных условий для ФО касательных составляющих напряженности электрического и магнитного поля в плоскости $y = 0$. Запишем соотношения для ФО составляющих поля, которые непосредственно следуют из уравнений Максвелла

$$\bar{H}_x(y, s) = j\gamma\bar{\varphi}(y, s) + (s/\omega\mu_0)(\partial\bar{\Psi}(y, s)/\partial y),$$

$$\bar{E}_x(y, s) = (s/\omega\varepsilon_0\varepsilon)(\partial\bar{\varphi}(y, s)/\partial y) - j\gamma\bar{\Psi}(y, s),$$

$$\bar{H}_z(y, s) = js\bar{\varphi}(y, s) - (\gamma/\omega\mu_0)(\partial\bar{\Psi}(y, s)/\partial y),$$

$$\bar{E}_z(y, s) = -(\gamma/\omega\varepsilon_0\varepsilon)(\partial\bar{\varphi}(y, s)/\partial y) - js\bar{\Psi}(y, s). \tag{4}$$

Касательные E_x и E_z, как и их ФО, непрерывны на ширине каждой щели

$$\bar{E}_z^{(+)}(0, s) = \bar{E}_z^{(-)}(0, s), \quad \bar{E}_x^{(+)}(0, s) = \bar{E}_x^{(-)}(0, s). \tag{5}$$

Другими словами, соотношение (5) должно быть выполнено в плоскости $y = 0$. Используя соотношения (3), (4), запишем пару уравнений в соответствии с (5) и исключим из них две неизвестные функции. Найдем, что

$$B_1^m(s) = B^m(\varepsilon/\varepsilon_2)\left(\left[A^{(+)}(0, s)\right] \Big/ \left[A^{(-)}(0, s)\right]\right),$$

$$B_1^e(s) = B^e(s)\left(\left[F^{(+)}(0, s)\right] \Big/ \left[F^{(-)}(0, s)\right]\right), \tag{6}$$

где $[A^{\pm}(0, s)] = \partial A^{\pm}(y, s)/\partial y\big|_{y=0}$.

На основании соотношений (3), (4) и (6) найдем выражения для $\bar{E}_x$ и $\bar{E}_z$ в плоскости $y = 0$

$$\bar{E}_x(y, s) = (s/\omega\varepsilon_0\varepsilon_2)(B^m(s)/[A^{(+)}(0, s)])$$

$$- j\gamma B^e F^{(+)}(y, s), \tag{7}$$

$$\bar{E}_z(y, s) = -(\gamma/\omega\varepsilon_0\varepsilon_2)(B^m(s)/[A^{(+)}(0, s)])$$

$$- jsB^e F^{(+)}(y, s). \tag{8}$$

Полученные соотношения не связаны с топологией электродов и являются ФО составляющих электрического поля в плоскости $y = 0$.

Известно, что сходимость метода Галеркина тем лучше, чем "у́же" область определения неизвестных функций. В рассматриваемой структуре такими областями являются щели между электродами. Поэтому целесообразно найти интегральные уравнения относительно полей на щелях. Граничные условия на электродах при конечной проводимости металла (σ) связаны с током на электродах. Будем считать электроды непрозрачными для поля, но бесконечно тонкими. В этом случае на электродах возникает разрыв касательного магнитного поля, равный поверхностному току на электродах j_s, т. е. граничное условие на проводящих электродах (плоскость $y = 0$) может быть записано в виде

$$\left[\mathbf{e}_y\left(\bar{\dot{\mathbf{H}}}^{(+)}(x, 0) - \bar{\dot{\mathbf{H}}}^{(-)}(x, 0)\right)\right] = \mathbf{j}_s. \tag{9}$$

Введем поверхностное сопротивление металла электродов $Z_s = (1+j)\sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$ и запишем выражение (9) в эквивалентной форме для поля на электродах линии

$$\dot{\mathbf{E}}(x,0) = Z_s\left[\mathbf{e}_y\left(\dot{\mathbf{H}}^{(+)}(x,0) - \dot{\mathbf{H}}^{(-)}(x,0)\right)\right]. \qquad (10)$$

В соответствии с соотношением (10) представим ФО компоненты $\dot{E}_x$ напряженности электрического поля в плоскости $y = 0$ в виде

$$\bar{E}_x(0,s) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dot{E}_x(x,0)\exp(-jsx)dx$$

$$= Z_s \int\limits_{-\infty}^{edge\,slot} \left(\dot{H}_z^{(+)}(x,0) - \dot{H}_z^{(-)}(x,0)\right)\exp(-jsx)dx$$

$$+ \sum_{by\,slot}\int \dot{E}_x(x,0)\exp(-jsx)dx$$

$$+ \sum_{by\,electrdes}\int\left(\dot{H}_z^{(+)}(x,0) - \dot{H}_z^{(-)}(x,0)\right)\exp(-jsx)dx$$

$$+ Z_s\int\limits_{edge\,slot}^{+\infty}\left(\dot{H}_z^{(+)}(x,0) - \dot{H}_z^{(-)}(x,0)\right)\exp(-jsx)dx. \qquad (11)$$

Учитывая непрерывность $\dot{H}_z$ на щелях, соотношение (11) можно представить в виде

$$\bar{E}_x(0,s) = Z_s\left(\dot{H}_z^{(+)}(0,s) - \dot{H}_z^{(-)}(0,s)\right) + \sum_{by\,slots} q_i(s). \qquad (12)$$

Аналогичное соотношение может быть получено для $\bar{E}_z(0,s)$

$$\bar{E}_z(0,s) = Z_s\left(\dot{H}_x^{(+)}(0,s) - \dot{H}_x^{(-)}(0,s)\right) + \sum_{by\,slot} g_1(s). \qquad (13)$$

В этих соотношениях

$$q_i(s) = \int\limits_{i\text{-}slot} E_x(x,0)\exp(-jsx)dx,$$

$$g_i(s) = \int\limits_{i\text{-}slot} E_z(x,0)\exp(-jsx)dx.$$

Левая часть соотношений (12) и (13) известна из соотношений (7) и (8), ФО составляющих магнитного поля могут быть найдены из соотношений (3) и уравнений (4). Поэтому, используя соотношения (12) и (13), найдем оставшуюся пару неизвестных коэффициентов B_1^m и B_1^e, выразив их через распределение поля на щелях. Найдем, что

$$B^m = \omega\varepsilon_0\varepsilon_2\left(\left(-\gamma\sum_i g_i(s) + s\sum_i q_i(s)\right)\Big/\left((\gamma^2+s^2)[A^{(+)}(0,s)]\xi^m\right)\right),$$

$$B^e = j\left(\left(\gamma\sum_i q_i(s) + s\sum_i g_i(s)\right)\Big/\left((\gamma^2+s^2)\cdot F^{(+)}(0,s)\xi^e\right)\right), \qquad (14)$$

где

$$\xi^e = 1 + (Z_s/120\pi k)G(s), \quad \xi^m = 1 - (Z_s 120\pi)k\varepsilon_2 P(s),$$

$$G(s) = \left(\left[F^{(+)}(0,s)\right]/F^{(+)}(0,s)\right) - \left(\left[F^{(-)}(0,s)\right]/F^{(-)}(0,s)\right),$$

$$P(s) = \left(A^{(+)}(0,s)/\left[A^{(+)}(0,s)\right]\right) - (\varepsilon/\varepsilon_2)\left(\left[A^{(-)}(0,s)\right]/A^{(-)}(0,s)\right).$$

Выполнив условие непрерывности ФО касательных составляющих магнитного поля на щелях

$$H_x^{(+)}(0,s) = H_x^{(-)}(0,s), \quad H_z^{(+)}(0,s) = H_z^{(-)}(0,s),$$

получим уравнения

$$j\gamma\left[A^{(+)}(0,s)\right]P(s)B^m + (s\omega\mu_0)F^{(+)}(0,s)G(s)B^e = 0,$$

$$js\left[A^{(+)}(0,s)\right]P(s)B^m + (\gamma/\omega\mu_0)F^{(+)}(0,s)G(s)B^e = 0. \qquad (15)$$

Подставим в уравнение (15) соотношения (14) и после преобразований получим

$$f_{11}(s,\dot{\gamma})\sum_i q_i(s) + f_{12}(s,\dot{\gamma})\sum_i g_i(s) = 0,$$

$$\dot{\gamma}s f_{21}(s,\dot{\gamma})\sum_i q_i(s) + f_{22}(s,\dot{\gamma})\sum_i g_i(s) = 0, \qquad (16)$$

где

$$f_{11}(s,\dot{\gamma}) = \left(k^2s^2P(s)\xi^e - \dot{\gamma}^2G(s)\xi^m\right)/\left((\dot{\gamma}^2+s^2)\xi^e\xi^m\right),$$

$$f_{12}(s,\dot{\gamma}) = f_{21}(s,\dot{\gamma}) = -\left(k^2P(s)\xi^e + G(s)\xi^m\right)/\left((\dot{\gamma}^2+s^2)\xi^e\xi^m\right),$$

$$f_{22}(s,\dot{\gamma}) = \left(k^2\dot{\gamma}^2P(s)\xi^e - s^2G(s)\xi^e\right)/\left((\dot{\gamma}^2+s^2)\xi^e\xi^m\right),$$

$$\dot{\gamma} = \gamma' - j\gamma''.$$

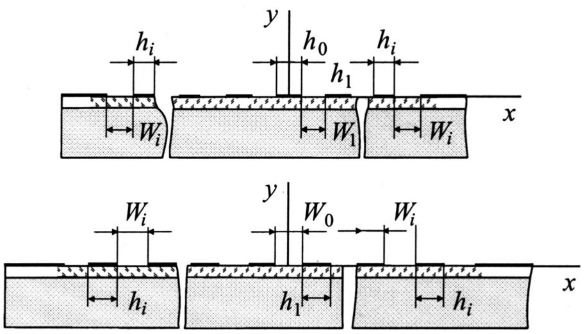

Рис. 2. Поперечное сечение многощелевой планарной структуры с четным и нечетным числом щелей.

Уравнения (16) представляют собой систему интегральных уравнений относительно распределений компонент электрического поля на щелях.

3. Решение интегральных уравнений. Методика решений интегральных уравнений известна. Составляющие электрического поля $\dot{E}_x$ и $\dot{E}_z$ на щелях представляются разложением по полиномам Чебышева первого и второго рода, весовые функции которых отвечают условию на бесконечно тонком ребре [4,5].

Вычислим интегралы $q_i(s)$ и $g_i(s)$, входящие в уравнение (16). Будем считать, что симметрично расположенные относительно плоскостей симметрии (магнитной для четного числа щелей и электрической для нечетного числа щелей) щели и электроды имеют одинаковые размеры (рис. 2). В этом случае в структуре основного мода E_x и E_z на симметричных щелях одинаковы. Обозначим центр i-й щели x_{0i} и найдем, что

$$q_i(s) = 2\int\limits_{-w_i/2}^{w_i/2} E_{x,i}(x,0)\cos(x_{0,i},s)\exp(-jsx)dx,$$

$$g_i(s) = 2\int\limits_{-w_{i/2}}^{w_i/2} E_{z,i}(x,0)\cos(x_{0,i},s)\exp(-jsx)dx. \quad (17)$$

Известно, что интегралы от полиномов Чебышева вычисляются точно [5]. Воспользуемся этими результатами и запишем (17) в виде

$$q_i(s) = 2\sum_{n=0,1}(-1)^n a_n^{(i)} J_{2n}(s\cdot w_1/2)\cos(x_{0,i},s),$$

$$g_i(s) = 2j\sum_{m=1}(-1)^{m+1} b_m^{(i)} 2m$$
$$\times (J_{2m}(sw_{i/2})/sw_i/2)\cos(x_{0,i},s), \quad (18)$$

где $J_v(z)$ — функция Бесселя; $a_n^{(i)}$ и $b_m^{(i)}$ — коэффициенты разложения $E_x(x,0)$ и $E_z(x,0)$ по полиномам Чебышева на i-й щели.

Подставим (18) в уравнение (16), получим

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{n=0,1}^{\infty}(-1)^n a_n^{(i)} J_{2n}(sw_i/2) f_{11}(s,\dot{\gamma})\cos(x_{0,i},s)$$
$$+2j\dot{\gamma}\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1,2}^{\infty}(-1)^{m+1}2mb_m^{(i)}(J_{2m}(sw_{i/2})w_i)$$
$$\times f_{12}(s,\dot{\gamma})\cos(x_{0,i},s) = 0, \quad (19)$$
$$\dot{\gamma}s\sum_{i=1}^{N}\sum_{n=0.1}^{\infty}(-1)^n a_n^{(i)} J_{2n}(sw_i/2)\cdot f_{21}(s,\dot{\gamma})\cos(x_{0,i},s)$$
$$+j\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1,2}^{\infty}(-1)^{m+1}2mb_m^{(i)}(J_{2m}(sw_i/2)/(sw_i/2))$$
$$\times f_{22}(s,\dot{\gamma})\cos(x_{0,i},s) = 0,$$

где N — число щелей с каждой стороны плоскости симметрии.

Для нахождения неизвестных коэффициентов $a_n^{(i)}$ и $b_m^{(i)}$ и постоянной распространения $\dot{\gamma}$ умножим первое и второе уравнение соответственно на $(-1)^p J_{2n}(sw_i/2)\times$ $\times\cos(x_{0,t},s)$ и $j(-1)^{q+1}2q(J_{2n}(sw_t/2)/sw_t/2)\cos(x_{0,t},s)$, проинтегрируем уравнения на $[0,\infty]$ и получим

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{n=0,1}^{\infty} a_n^{(i)} K_{p,n,i,t}^{(11)}(\dot{\gamma}) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1,2}^{\infty} b_m^{(i)} K_{p,m,i,t}^{(12)}(\dot{\gamma}) = 0,$$
$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{n=0,1}^{\infty} a_n^{(i)} K_{q,n,i,t}^{(21)}(\dot{\gamma}) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1,2}^{\infty} b_m^{(i)} K_{p,m,i,t}^{(22)}(\dot{\gamma}) = 0, \quad (20)$$

где

$$K_{p,n,i,t}^{(11)}(\dot{\gamma}) = (-1)^{n+p}\int\limits_0^{\infty} J_{2p}(sw_t/2) f_{11}(s,\dot{\gamma})$$
$$\times J_{2p}(sw_t/2)\cos(x_{0,i},s)\cos(x_{0,t},s)ds,$$
$$K_{p,m,i,t}^{(12)}(\dot{\gamma}) = j(4\gamma_m/w_i)\cdot(-1)^{m+p+1}(I^{12}),$$
$$I^{12} = \int\limits_0^{\infty} J_{2p}(sw_t/2) f_{12}(s,\dot{\gamma}) J_{2m}(sw_i/2)$$
$$\times\cos(x_{0,i},s)\cos(x_{0,t},s)ds,$$
$$K_{q,n,i,t}^{(21)}(\dot{\gamma}) = K_{p,m,i,t}^{(12)}(\dot{\gamma}),$$
$$K_{q,m,i,t}^{(22)}(\dot{\gamma}) = (-1)^{m+q+2} mqI^{22},$$
$$I^{22} = \int\limits_0^{\infty}\Big[J_{2q}(sw_t/2) f_{22}(s,\dot{\gamma}) J_{2m}(sw_t/2)$$
$$\times\cos(x_{0,i},s)\cos(x_{0,t},s)/s^2 w_i w_t\Big]ds.$$

Из условия равенства нулю определителя системы уравнений (20) получим уравнение для нахождения $\dot{\gamma}$.

Результаты расчетов

Результаты расчета вещественной и мнимой частей $\dot{\gamma}$ представлена на рис. 3, 4. Расчеты выполнены без учета влияния экранов для структуры с параметрами $w = d = 0.05\,\mathrm{mm}$, $d_1 = 0.34\,\mathrm{mm}$, $\varepsilon_1 = 9.5$, $\varepsilon_2 = 1$, $\sigma = 5 \cdot 10^7\,(\Omega \cdot \mathrm{mm})^{-1}$ на частоте 30 GHz. Параметры сегнетоэлектрической пленки (ее диэлектрическая проницаемость и толщина) могут быть объединены в произведение (εd). В диапазоне значений $\varepsilon \leq 2500$ и $d \leq 5 \cdot 10^{-3}$ mm погрешность расчета, возникающая за счет введения этого параметра, исчезающе мала.

Зависимости постоянной распространения γ' и затухания γ'' в многощелевой линии передачи от числа электродов (рис. 3,4) подтверждают исходную идею: многощелевая планарная линия передачи на основе структуры сегнетоэлектрическая пленка–диэлектрическая подложка канализирует электромагнитное поле подобно щелевой линии. При этом значения затухания, вызванные омическими потерями в электродах (в расчетах принято значение $\sigma = 5 \cdot 10^7\,(\Omega \cdot \mathrm{mm})^{-1}$), в многощелевой линии и одиночной щелевой линии при сопоставимых размерах щелей близки друг к другу. Так, в одиночной щелевой линии на основе рассматриваемой структуры при $(\varepsilon d) = 1.75\,\mathrm{mm}$ и $w = 0.5\,\mathrm{mm}$ $\dot{\gamma}\,(\mathrm{mm})^{-1} = 1.8 - j2 \cdot 10^{-3}$,

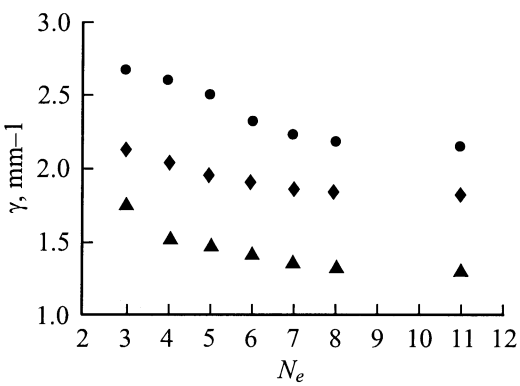

Рис. 3. Значения постоянной распространения в зависимости от числа электродов N_e. ε: ▲ — 500, ♦ — 1500, ● — 2500.

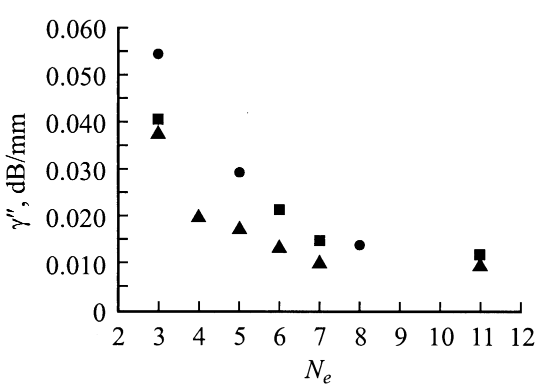

Рис. 4. Значения затухания в зависимости от числа электродов N_e. Значки — то же, что и на рис. 3.

в многощелевой линии с шестью электродами шириной $d = 0.05\,\mathrm{mm}$ и шириной зазора между ними, также равной 0.05 mm, при тех же параметрах диэлектрической структуры $\dot{\gamma}\,(\mathrm{mm})^{-1} = 1.9 - j2 \cdot 10^{-3}$.

Таким образом, многощелевая планарная линия передачи на основе структуры сегнетоэлектрическая пленка–диэлектрическая подложка может быть использована при проектировании устройств с электрически перестраиваемыми характеристиками.

Приложение

Соотношения для вычисления скалярных потенциалов имеют вид: для области $y > 0$

$$A^{(+)}(\gamma, s) = B^{(+)}\mathrm{sh}(\alpha_2 y) + C^{(+)}\mathrm{ch}(\alpha_2 y),$$

где

$$B^{(+)} = \mathrm{th}(\alpha_2 d_2) - (\alpha_0/\alpha_2)\varepsilon_2\mathrm{th}(\alpha_0 \cdot d_0),$$

$$C^{(+)} = (\alpha_0/\alpha_2)\varepsilon_2\mathrm{th}(\alpha_2 \cdot d_2)\mathrm{th}(\alpha_0 d_0) - 1,$$

$$F^{(+)}(\gamma, s) = B_1^{(+)}\mathrm{sh}(\alpha_2 \cdot y) + C_1^{(+)}\mathrm{ch}(\alpha_2 y),$$

$$B_1^{(+)} = (\alpha_0/\alpha_2) - \mathrm{th}(\alpha_2 d_2)\mathrm{th}(\alpha_0 d_0),$$

$$C_1^{(+)} = \mathrm{th}(\alpha_0 d_0) - (\alpha_0/\alpha_2)\mathrm{th}(\alpha_2 d_2);$$

в области $y < 0$

$$A^{(+)}(y, s) = \Big\lfloor B^{(-)}((\alpha_1\varepsilon/\alpha\varepsilon_1) - \mathrm{th}(\alpha_1 d) \cdot \mathrm{th}(\alpha d))$$

$$+ C^{(-)}(\mathrm{th}(\alpha d) - (\alpha_1\varepsilon/\alpha\varepsilon_1)\mathrm{th}(\alpha_1 d))\Big\rfloor \mathrm{sh}(\alpha y)$$

$$+ \Big\lfloor B^{(-)}((\alpha_1\varepsilon/\alpha\varepsilon_1)\mathrm{th}(\alpha d) - \mathrm{th}(\alpha_1 d))$$

$$+ C^{(-)}(1 - (\alpha_1\varepsilon/\alpha\varepsilon_1)\mathrm{th}(\alpha_1 d)\mathrm{th}(\alpha d))\Big\rfloor \mathrm{ch}(\alpha y),$$

где

$$B^{(-)} = \mathrm{th}(\alpha_1 d_1') + ((\alpha_0\varepsilon_1/\alpha_1)\mathrm{th}(\alpha_0 d_0)),$$

$$C^{(-)} = (\alpha_0\varepsilon_1/\alpha_1)\mathrm{th}(\alpha_0 d_0)\mathrm{th}(\alpha_1 d_1') + 1,$$

$$F^{(-)}(y, s) = \Big\lfloor B_1^{(-)}((\alpha_1/\alpha) - \mathrm{th}(\alpha_1 d)\mathrm{th}(\alpha d))$$

$$+ C_1^{(-)}(\mathrm{th}(\alpha d) - (\alpha_1/\alpha)\mathrm{th}(\alpha_1 d))\Big\rfloor \mathrm{sh}(\alpha y)$$

$$+ \Big\lfloor [B_1^{(-)}((\alpha_1/\alpha)\mathrm{th}(\alpha d) - \mathrm{th}(\alpha_1 d))$$

$$+ C_1^{(-)}(1 - (\alpha_1/\alpha)\mathrm{th}(\alpha_1 d)\mathrm{th}(\alpha d))\Big\rfloor \mathrm{ch}(\alpha y),$$

$$B_1^{(-)} = \mathrm{th}(\alpha_1 d_1')\mathrm{th}(\alpha_0 d_0) + (\alpha_0/\alpha_1),$$

$$C_1^{(-)} = (\alpha_0/\alpha_1)\mathrm{th}(\alpha_1 d_1') + \mathrm{th}(\alpha_0 d_0).$$

В этих соотношениях

$$\alpha_0 = (\gamma^2 + s^2 - k^2)^{1/2}, \quad \alpha_1 = (\gamma^2 + s^2 - k^2\varepsilon_1)^{1/2},$$

$$\alpha_2 = (\gamma^2 + s^2 - k^2\varepsilon_2)^{1/2}, \quad \alpha = (\gamma^2 + s^2 - k^2\varepsilon)^{1/2},$$

$$d_1' = d_1 + d.$$

Список литературы

[1] *Вендик О.Г., Данилов И.С., Зубко С.П.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 9. С. 94–98.
[2] *Мироненко И.Г., Иванов А.А.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 13. С. 16–22.
[3] *Мироненко И.Г., Иванов А.А.* // Письма в ЖТФ. В печати
[4] Integrated Ferroelectrics International J. 1998. Vol. 22. C 1420.
[5] *Gupta K.C., Garg R., Bahl I., Bhartia P.* // Microstrip lines and slotlines, Boston; London: Artech, 1996. C. 535.