

Переходное излучение от протяженной системы зарядов

© Б.М. Болотовский, А.В. Серов

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
117924 Москва, Россия
e-mail: serov@sgi.lpi.msk.su

(Поступило в Редакцию 12 апреля 2001 г.)

Исследуется пространственное распределение переходного излучения, возбуждаемого протяженной системой зарядов. Рассмотрено переходное излучение нескольких зарядов, последовательно пересекающих поверхность в точках, равноотстоящих друг от друга, и излучение шарового сгустка с равномерным распределением заряда по объему. Показано, что при некоторых соотношениях между длиной волны и размерами системы зарядов спектрально-угловые характеристики излучения единичного заряда и сгустка зарядов существенно различаются. Возможны такие распределения зарядов, при которых переходное излучение будет иметь свойства, характерные для эффекта Доплера или для излучения Вавилова–Черенкова.

Введение

Как известно, быстрая заряженная частица при пересечении границы раздела двух сред генерирует переходное излучение [1,2]. Свойства этого излучения достаточно хорошо исследованы для случая одиночного точечного заряда. Если границу раздела пересекает протяженный сгусток заряженных частиц, то результирующее переходное излучение может сильно отличаться от излучения одиночного заряда. Переходное излучение от сгустков, имеющих конечные размеры, рассматривалось в ряде работ [2]. Как правило, авторов интересовали условия, при которых излучение сгустка, содержащего N частиц, было таким же, как излучение точечной частицы с зарядом величиной eN . Такие рассуждения приводили к определенным требованиям на размеры сгустков. Представляет интерес и другая задача: как подобрать размеры сгустка, чтобы его переходное излучение имело заданные свойства (например, заданное угловое или спектральное распределение). При этом максимальная когерентность может и не достигаться в том смысле, что интенсивность излучения сгустка не будет превышать в N^2 раз интенсивность излучения отдельной частицы.

Как известно, если заряженная частица пересекает плоскую границу металла и вылетает в вакуум, то поле излучения на заданной частоте описывается выражением

$$E(\omega) = \frac{q}{\pi c R} \left(\frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \exp \left(i \frac{\omega}{c} R \right), \quad (1)$$

где q — величина заряда; $\beta = v/c$ — отношение скорости заряда v к скорости света c ; θ — угол между нормалью к поверхности и радиус-вектором \mathbf{R} , проведенным из точки перехода заряда через поверхность в точку наблюдения, $R = |\mathbf{R}|$. Электрическое поле лежит в плоскости, проходящей через траекторию частицы и точку наблюдения, и направлено перпендикулярно радиус-вектору \mathbf{R} .

Из формул видно, что в случае, когда скорость заряда близка к скорости света, излучение обладает острой

направленностью. Все излучение сосредоточено вокруг конической поверхности, ось которой совпадает с нормалью к поверхности, а угол раствора имеет порядок $1/\gamma$, где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — приведенная энергия частицы (отношение энергии частицы к энергии покоя).

Однако если границу раздела пересекает не одна частица, а протяженный сгусток, то, как отмечено выше, результирующее излучение может сильно отличаться от излучения одиночного заряда.

Предположим, что переходное излучение генерируется двумя частицами, пересекающими границу раздела в различных точках и в различные моменты времени. Тогда поле излучения представляет собой интерференцию двух полей

$$E_1(\omega) = \frac{q}{\pi c R_1} \left(\frac{\beta \sin \theta_1}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta_1} \right) \exp \left(i \frac{\omega}{c} R_1 \right), \quad (2)$$

$$E_2(\omega) = \frac{q}{\pi c R_2} \left(\frac{\beta \sin \theta_2}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta_2} \right) \exp \left(i \frac{\omega}{c} R_2 - i \omega t \right), \quad (3)$$

где t — время, на которое запаздывает вспышка излучения второй частицы по отношению к первой.

Поле излучения на большом расстоянии от точек перехода может быть записано в виде

$$E(\omega) = E_1(\omega) + E_2(\omega) = \frac{q}{\pi c} \left(\frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \times \left(\frac{1}{R_1} \right) \exp \left(i \frac{\omega}{c} R_1 \right) \left[1 + \exp \left(i \frac{\omega}{c} \mathbf{nL} - i \omega t \right) \right], \quad (4)$$

где \mathbf{L} — расстояние между точками перехода первой и второй частицей границы раздела, t — время между переходами.

В частном случае, когда выполняется условие $\mathbf{nL} - \omega t = 2\pi n$, амплитуда волны в точке наблюдения удваивается, а энергия излучения становится в 4 раза больше. В другом частном случае, когда $\mathbf{nL} - \omega t = \pi(2n + 1)$, суммарная амплитуда волны обращается в нуль. В этом случае волны от двух источников излучения приходят в точку наблюдения в противофазе

и гасят друг друга. В частности, может быть погашено излучение в том направлении, где оно максимально для одного заряда. В этом случае становится существенным излучение под другими углами, т. е. спектрально-угловые характеристики существенно изменяются.

Излучение мигающего источника

Рассмотрим случай, когда интерференционная картина формируется не двумя, а большим количеством зарядов и интерференция переходного излучения приводит к результатам, связанным как с излучением Вавилова–Черенкова, так и с эффектом Доплера. Направим ось x вдоль идеально проводящей металлической поверхности (рис. 1). Пусть в момент времени $t = 0$ в точку $x = 0$ падает электрон. При этом возникнет вспышка переходного излучения. Поле переходного излучения на больших расстояниях от точки $x = 0$ можно записать в виде

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}. \quad (5)$$

Пусть теперь через время T в точку $x = L$ падает второй электрон с той же скоростью. Возникает вторая вспышка переходного излучения, и поле ее на больших расстояниях от точки $x = L$ имеет вид

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-L) - i\omega(t-T)}. \quad (6)$$

Предположим, что этот процесс периодически повторяется, т. е. n -й электрон пересекает плоскость в точке $x_n = x + (n-1)L$ в момент времени $t_n = t + (n-1)T$ и т. д. Полное излучение определяется суммой полей $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_n$. Если число частиц бесконечно, то, суммируя эти поля, получим

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_0^N \mathbf{E}(\mathbf{k}) \\ &= \mathbf{E}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} \left[1 + e^{i(\mathbf{k}\mathbf{L} - \omega T)} + e^{2i(\mathbf{k}\mathbf{L} - \omega T)} + \dots \right] \\ &= 2\pi \mathbf{E}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} \delta(\mathbf{k}\mathbf{L} - \omega T - 2\pi m), \end{aligned} \quad (7)$$

где m — любое целое число.

Таким образом, поле суммарного переходного излучения отличается от поля излучения, возникающего при падении одиночного заряда, множителем $\delta(\mathbf{k}\mathbf{L} - \omega T - 2\pi m)$. В этом случае возникает дополнительное условие на излучаемое поле. Условие сводится к обращению в нуль аргумента дельта-функции, т. е. в переходном излучении остаются только волны, удовлетворяющие условию $\omega T - \mathbf{k}\mathbf{L} = 2\pi m$. Учитывая геометрию задачи перепишем это условие в виде

$$\omega = \frac{2\pi m}{T \left(1 - \frac{L}{cT} \cos \vartheta\right)}, \quad (8)$$

где ϑ — угол между осью x и направлением излучения.

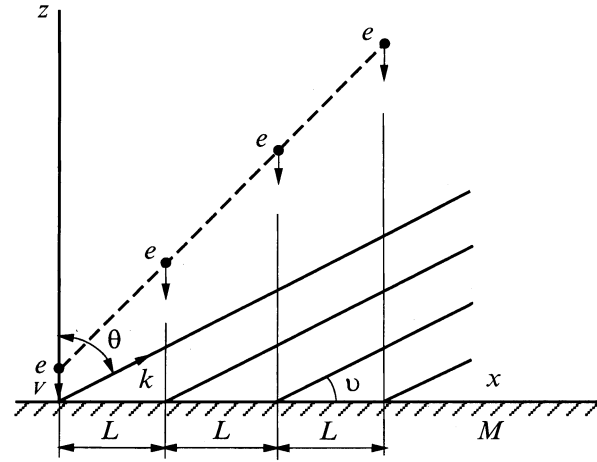


Рис. 1.

Возникающее излучение можно рассматривать как излучение мигающего источника, который перемещается вдоль оси x со скоростью $v = L/T$ и вспыхивает с периодом T . Если в формуле (8) $m = 0$, то излучение с частотой ω может быть отлично от нуля только при выполнении условия

$$1 - \frac{L}{cT} \cos \vartheta = 0. \quad (9)$$

В этом случае излучение отлично от нуля на конусе с раствором угла ϑ . Причем $\cos \vartheta = c/v$. Это есть условие возникновения излучения Вавилова–Черенкова в вакууме. Подчеркнем, что в отличие от скорости материальных тел величина $v = L/T$ представляет по существу скорость ”зайчика” и может превышать скорость света. Если $m \neq 0$, то условие (8) определяет набор частот, характерный для эффекта Доплера. Таким образом, в рассмотренной задаче поле переходного излучения содержит множители, характерные для излучения Вавилова–Черенкова и эффекта Доплера.

Если число частиц, падающих на поверхность, является конечным, то сумма в выражении (7) содержит конечное число членов и дает множитель

$$S_N = \frac{1 - e^{iN\Delta}}{1 - e^{i\Delta}} = e^{i \frac{(N-1)\Delta}{2}} \left(\frac{\sin \frac{N\Delta}{2}}{\sin \frac{\Delta}{2}} \right), \quad (10)$$

где N — число падающих частиц, $\Delta = \mathbf{k}\mathbf{L} - \omega t$.

Как видно, в этом случае излучение имеет ряд максимумов взамен единственного максимума в случае единичного заряда.

Излучение шарового сгустка

Если переходное излучение возникает при пересечении границы раздела сгустком заряженных частиц, то свойства излучения существенно определяются формой сгустка и распределением зарядов в нем. Некоторые

представления об особенностях излучения в этом случае может дать рассмотрение переходного излучения от сгустка сферической формы с равномерным распределением заряда по объему. Будем считать, что шаровой сгусток движется равномерно вдоль оси z со скоростью v . Радиус сгустка обозначим через r_0 . Начальным моментом времени будем считать момент, когда сгусток касается поверхности раздела. Разобьем сгусток на тонкие слои, параллельные границе раздела. При движении сгустка эти слои последовательно пересекают границу раздела и генерируют переходное излучение. Переходное излучение всего сгустка определяется интерференцией излучения от этих слоев. Каждый из слоев представляет собой круг с равномерной плотностью заряда. Радиус круга $a(t)$, находящегося на поверхности раздела, меняется со временем. В начальный момент радиус круга равен нулю. В момент времени t радиус определяется формулой

$$a(t) = \sqrt{r_0^2 - (r_0 - vt)^2}. \quad (11)$$

Изменение радиуса круга во времени определяет эволюцию излучающей области. При прохождении шарового сгустка через плоскость радиус круга изменяется от нуля до радиуса сгустка, а затем уменьшается до нуля. Рассмотрим скорость, с которой меняется радиус излучающей области. Из формулы (11) получаем

$$\frac{da}{dt} = \frac{v(r_0 - vt)}{\sqrt{2r_0 vt - v^2 t^2}}. \quad (12)$$

Из формулы видно, что в первые моменты своего возникновения радиус излучающей области растет со скоростью, превышающей скорость света. При $t = 0$ скорость da/dt обращается в бесконечность. Затем по мере прохождения сгустка скорость расширения излучающей области падает, но область продолжает расширяться до того момента, пока центр сгустка не пересечет границу раздела. В этот момент скорость расширения равна нулю, затем радиус начинает уменьшаться и при $t = 2r_0/v$ обращается в нуль. Вблизи от этого момента времени излучающая область стягивается к центру таким образом, что ее радиус уменьшается со скоростью, превышающей скорость света.

Таким образом, излучение шарового сгустка, пересекающего границу раздела, можно представить как излучение некоторой области, лежащей на границе, причем по мере прохождения сгустка эта область возникает, расширяется (в некоторые моменты времени она расширяется со сверхсветовой скоростью), а затем уменьшается и исчезает. Если скорость сгустка близка к скорости света, то в течение времени от $t = 0$ до $t \approx 0.3r_0/c$ скорость расширения области превышает скорость света, а в интервале времени от $t \approx 1.7r_0/c$ до $t = 2r_0/v$ скорость, с которой граница области движется к центру, также превышает скорость света.

Рассмотрим вклад в излучение шарового сгустка от круга с радиусом $a(t)$. На рис. 2 показана геометрия

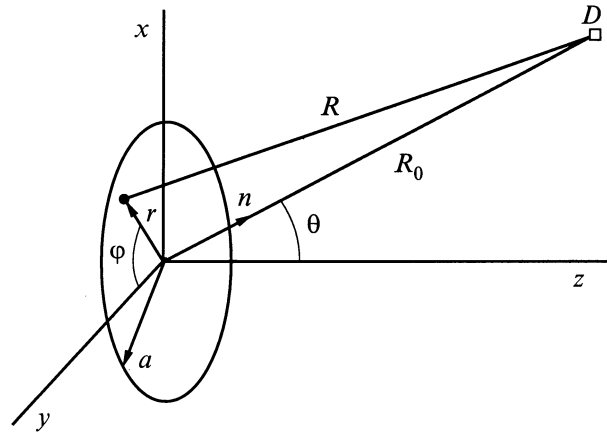


Рис. 2. M — металл.

задачи. Плоскость xy совпадает с границей раздела. Круг радиуса $a(t)$ представляет собой тот слой шарового сгустка, который в момент t находится на границе. Каждый элемент круга является источником излучения. Рассмотрим поле излучения в точке D , расположенной на большом расстоянии R_0 от центра круга ($R_0 \gg a$). Радиус-вектор, проведенный из центра круга в точку D , образует угол θ с нормалью к поверхности раздела (осью z). Направление из центра круга до точки D будем характеризовать единичным вектором \mathbf{n} . Без ограничения общности можно считать, что точка D лежит в плоскости xz . Выберем в излучающей области малый элемент $dS = r dr d\varphi$, расположенный на расстоянии r от центра и определяемый углом φ . Расстояние от излучающего элемента до точки D обозначим через R . Поле переходного излучения от элемента dS в точке D имеет вид

$$E(\omega) = \frac{\sigma}{\pi c R} \left(\frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \exp \left(i \frac{\omega}{c} R \right) dS, \quad (13)$$

где σ — поверхностная плотность заряда.

Полное поле определяется интегралом по площади круга радиуса a

$$E(\omega) = \frac{\sigma}{\pi c} \int_0^a r dr \int_0^{2\pi} \left(\frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \frac{1}{R} \exp \left(i \frac{\omega}{c} R \right) d\varphi. \quad (14)$$

В нашем случае $R_0 \gg a$, и мы можем представить расстояние R следующим образом:

$$R = R_0 - \mathbf{nr} = R_0 - r \sin \theta \sin \varphi.$$

С учетом этого соотношения интегрирование дает следующее выражение:

$$E(\omega) = \frac{\sigma}{\pi} \left(\frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \frac{a(t) J_1 \left(\frac{\omega}{c} \sin \theta a(t) \right)}{\omega \sin \theta}. \quad (15)$$

Угловое распределение описывается двумя множителями. Множитель в скобках описывает переходное из-

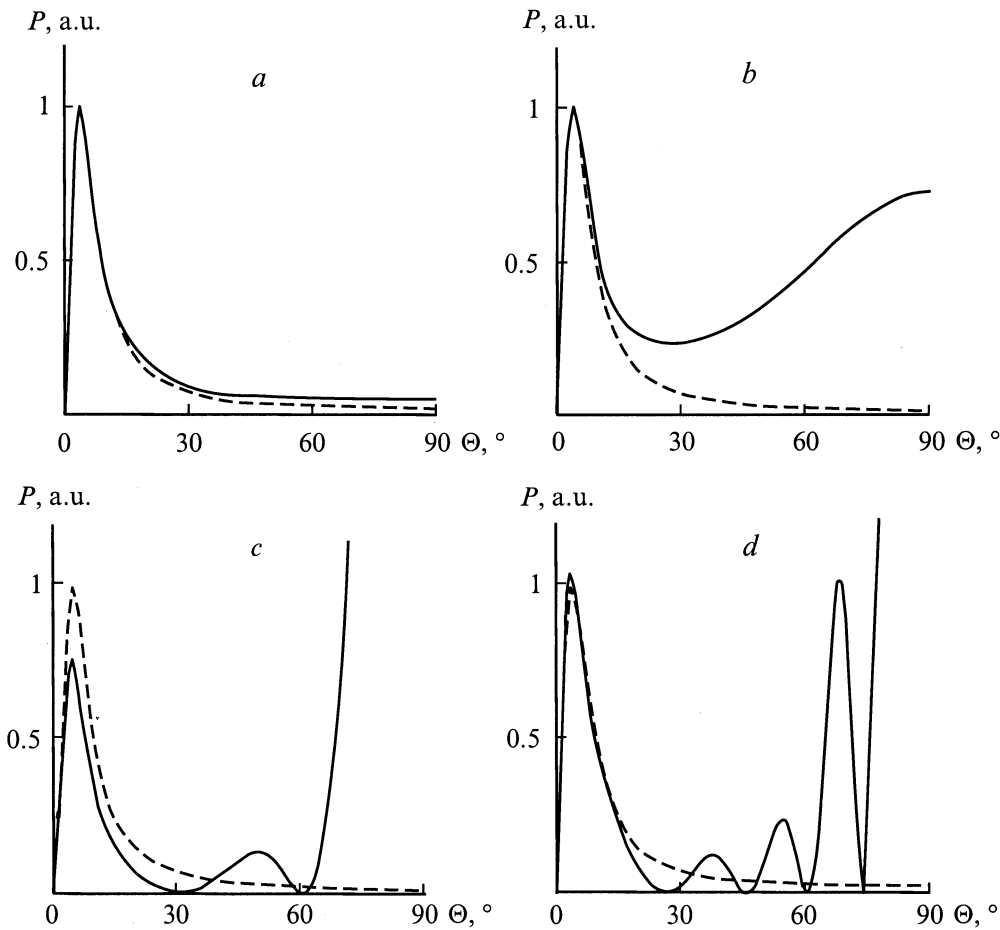


Рис. 3. Угловые зависимости интенсивности переходного излучения: $\lambda/r_0 = 1.5$ (a), 0.85 (b), 0.35 (c), 0.2 (d).

лучение единичного точечного заряда, а второй множитель учитывает интерференцию излучения от различных участков кругового слоя.

При прохождении шарового сгустка через поверхность раздела радиус излучающей области изменяется и полное излучение определяется интегралом по времени прохождения всего сгустка через поверхность (или, что то же самое, интегралом по всем слоям). Окончательное выражение имеет вид

$$E(\omega) = \frac{\sigma}{\pi} \left(\frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \int_0^{2r/v} \sqrt{2r_0 vt - v^2 t^2} \times \frac{J_1 \left(\frac{\omega}{c} \sin \theta \sqrt{2r_0 vt - v^2 t^2} \right)}{\omega \sin \theta} \exp \left(i \frac{\omega}{c} t \right) dt. \quad (16)$$

Нетрудно показать, что интеграл представляет собой фурье-компоненту от плотности распределения заряда в шаровом сгустке.

На рис. 3 приведена интенсивность переходного излучения $P(\omega) \sim E^2(\omega)$ в зависимости от угла излучения θ . Все кривые нормированы на максимальную интенсивность. Кривые вычислялись по формуле (16) при раз-

личных отношениях длины волны излучения λ к радиусу шара r_0 . Отметим, что шар представляет собой некоторое простейшее тело, характеризующееся одним размером. Рис. 3, a относится к случаю, когда длина волны больше радиуса шара. Сплошной кривой показано значение поля для шара, штриховой — значение поля для точечного заряда. Как видно, в этом случае характер распределения излучения сгустка мало отличается от излучения точечного заряда, хотя при больших углах различия в величине полей становятся заметными. Расчеты показали, что при увеличении отношения λ/r_0 различия уменьшаются. Рис. 3, b относится к случаю $\lambda/r_0 = 0.85$. Видно, что в этом случае под большими углами излучение протяженного сгустка сильно отличается от излучения точечного заряда. С уменьшением отношения λ/r_0 излучение под малыми углами подавляется, а излучение под большими углами становится существенным. На рис. 3, c и d приведены распределения для случаев $\lambda/r_0 = 0.35$ и 0.2. Видно, что для таких отношений λ/r_0 , кроме узкого максимума, направленного под углом $\theta \simeq 1/\gamma$, имеются дополнительные максимумы. Расчеты показали, что дальнейшее увеличение отношения λ/r_0 приводит к увеличению числа максимумов.

Уменьшение излучения вперед можно объяснить тем, что в протяженном сгустке имеются элементы объема, излучающие в противофазе. Это уменьшение становится особенно заметным, когда длина сгустка будет сравнима или больше длины волны.

Рост излучения под большими углами можно объяснить тем, что расширение излучающей области, происходящее со сверхсветовой скоростью, вызывает направленное когерентное излучение. Это излучение можно рассматривать как некий аналог излучения Вавилова–Черенкова.

В настоящей работе были приняты простейшие предположения о форме излучающего сгустка. Реальные сгустки релятивистских частиц, получаемых на ускорителях, имеют более сложное распределение плотности. Поэтому угловое распределение переходного излучения будет отличаться от рассмотренного в работе. Но оно также будет отличаться от углового распределения переходного излучения единичного заряда. Следует также отметить, что картина угловой зависимости излучения позволяет судить о размерах сгустка и распределении частиц в нем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 99-02-18183 и 00-02-17381).

Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
- [2] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.