

# СВЧ магнитосопротивление компенсированного $p$ -Ge : Ga в области фазового перехода изолятор–металл

© А.И. Вейнгер<sup>¶</sup>, А.Г. Забродский, Т.В. Тиснек

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 24 декабря 2001 г. Принята к печати 28 декабря 2001 г.)

С помощью техники ЭПР исследовано магнитосопротивление умеренно компенсированного нейтронно-легированного Ge:Ga на сверхвысоких частотах в области фазового перехода изолятор–металл. По мере увеличения концентрации дырок в изоляторном состоянии вблизи фазового перехода наблюдается смена механизмов магнитосопротивления с характерного для прыжковой проводимости сжатия волновой функции примесных центров магнитным полем на механизм, типичный для режима слабой локализации. В последнем случае вблизи перехода ( $1.2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ) важную роль играет зависимость коэффициента диффузии от температуры, которая ослабляется на „металлической“ стороне перехода. В металлическом состоянии коэффициент диффузии перестает зависеть от температуры и температурная зависимость магнитосопротивления описывается механизмом сбоя фазы в результате рассеяния на фононах. При более высоких уровнях легирования необходимо учитывать вклад электрон–электронного взаимодействия во время сбоя фазы.

## 1. Введение

Исследование магнитосопротивления (МС) сильно легированных полупроводников при низких температурах, которое ведется уже более 40 лет, способствовало существенному углублению понимания электронных свойств твердого тела. Так, невозможность непротиворечивого объяснения наблюдаемого отрицательного МС в рамках классической теории стимулировала появление и развитие теории квантовых поправок к проводимости [1]. Появление этой теории в свою очередь обусловило дальнейший интерес к соответствующим экспериментальным исследованиям в разных материалах, в частности в полупроводниках [2]. Однако основное внимание исследователей до сих пор сосредоточено на исследовании электронных полупроводников, где квантовые поправки к проводимости приводят к появлению эффекта отрицательного МС. В то же время отрицательное МС никогда не наблюдалось в дырочных полупроводниках, и это вызывало меньший интерес к этим материалам, хотя, как показала теория квантовых поправок, МС и в них имеет ту же природу, но другой знак из-за сильного спин-орбитального рассеяния. Поскольку в дырочных полупроводниках эффект имеет знак, совпадающий со знаком классического, он получил название аномального положительного МС. Этот эффект наблюдался впервые в [3] еще до создания теории квантовых поправок.

Основной вклад в МС металлических систем дает так называемый механизм слабой локализации теории квантовых поправок. Он полностью применим к сильно легированным полупроводникам, обладающим металлической проводимостью. Однако по мере уменьшения концентрации примесей проводимость полупроводника уменьшается, и при некоторой концентрации  $N_C$ , которая называется критической, происходит фазовый переход металл–изолятор. При концентрациях  $N < N_C$

низкотемпературная проводимость полупроводника становится прыжковой и для нее указанный выше механизм неприменим, хотя эффект аномального МС наблюдается и в этом случае, в том числе и в  $p$ -Ge [4–7]. В связи с этим для описания эффекта положительного МС в области прыжковой проводимости были разработаны другие механизмы: деформация волновых функций примесных центров магнитным полем [8], квантовая интерференция волновых функций, возникающая при учете рассеяния туннелирующих носителей на промежуточных центрах, в том числе с учетом спиновых эффектов [9], сужение примесной зоны в магнитном поле [10]. Однако эти механизмы применимы, строго говоря, для концентраций  $N \ll N_C$ .

Что же касается области, непосредственно прилегающей к фазовому переходу изолятор–металл (ИМ), то для нее не существует адекватного описания эффекта МС. В то же время именно в этой области концентраций появляется особенность в энергетическом спектре носителей заряда в виде кулоновской щели [11], теоретически предсказанная Эфросом и Шкловским [8] для сильной локализации. Как показано в [12], схлопывание кулоновской щели определяет критическую концентрацию для фазового перехода ИМ. В связи с этим экспериментальное исследование эффекта МС в области фазового перехода ИМ представляет несомненный интерес с точки зрения концепции кулоновской щели изоляторного состояния. Результаты такого исследования представлены в настоящей работе.

## 2. Образцы

Эксперименты по измерению аномального положительного МС в  $p$ -Ge проводились на серии образцов, полученных нейтронным легированием достаточно чистого  $p$ -Ge с концентрацией примесей порядка  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Достоинство этого метода легирования состоит в том,

<sup>¶</sup> E-mail: anatoly.veinger@pop.ioffe.rssi.ru  
Fax: (812) 2471017

Параметры исследованных образцов  $p$ -Ge

№ образца	$p, 10^{16} \text{ см}^{-3}$	$\rho_{\text{He}}, \text{ Ом} \cdot \text{ см}$
1	7.55	2.8
2	8.73	1.8
3	9.38	1.6
4	9.56	1.5
5	10.8	1.0
6	12.0	0.80
7	12.9	0.65
8	13.8	0.55
9	15.2	0.45
10	16.0	0.40
11	20.6	0.35
12	24.1	0.30
13	24.2	0.25
14	27.6	0.25
15	28.6	0.20

Примечание.  $p$  — концентрация дырок при комнатной температуре;  $\rho_{\text{He}}$  — удельное сопротивление при температуре 4.2 К.

что расположение трансмутационных акцепторов и доноров является случайным. Уровень легирования таких образцов определяется флюенсом нейтронов, а относительное содержание трансмутационных примесей задается изотопным составом исходного материала и спектром облучающих нейтронов [13]. Для природной смеси изотопов Ge в наших образцах основной трансмутационной примесью является мелкий акцептор Ga, а компенсирующими — мелкий донор As и глубокий двухзарядный донор Se. Для использованного спектра нейтронов степень компенсации оказывается близкой к величине 0.35.

Серия исследуемых образцов характеризовалась разностной концентрацией  $N_A - N_D = (7.55 - 28.6) \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Большое превышение этой концентрации над уровнем исходного „фона“ исключало влияние последнего на наши эксперименты. Переход из изоляторного состояния в металлическое в  $p$ -Ge:Ga происходит, как известно [14], при концентрации Ga, равной  $N_{Ac} = 1.85 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , что соответствует  $p_c = 1.20 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  при компенсации 35%. Таким образом, полученная серия образцов включает в себя как изоляторные (1–5), так и металлические (7–15) образцы. Параметры всех исследованных образцов приведены в таблице. Заметим, что концентрация основной примеси Ga была получена из измерений эффекта Холла при комнатной температуре на основе калибровочных кривых, учитывающих концентрационную зависимость холл-фактора для сложной валентной зоны Ge [15].

Все образцы имели одинаковую прямоугольную форму с размерами  $10 \times 3 \times 1 \text{ мм}^3$ . Для учета скин-эффекта в низкоомных образцах использовались результаты измерения температурных зависимостей сопротивления  $p$ -Ge в использованном нами температурном интервале [16]. Известно, что при частоте 10 ГГц глубина скин-слоя равна приблизительно 0.5 мм при удельном

сопротивлении  $\rho \approx 1 \text{ Ом} \cdot \text{ см}$  и изменяется пропорционально  $\rho^{-1/2}$  при его изменении. Исследованные образцы при температуре жидкого гелия изменяли свое удельное сопротивление от  $2.8 \text{ Ом} \cdot \text{ см}$  (в самом слабо легированном образце 1) до  $0.2 \text{ Ом} \cdot \text{ см}$  (в наиболее сильно легированном образце 15). Приведенные в таблице данные по удельному сопротивлению образцов при температуре жидкого гелия показывают, что поправки на глубину скин-слоя необходимо делать только для наиболее сильно легированных образцов, начиная с образца 6.

### 3. Методика эксперимента

Для изучения МС в сверхвысокочастотном (СВЧ) диапазоне применялась предложенная нами ранее [17] и использованная для исследования МС в  $n$ -Ge:As [18] методика измерения, основанная на регистрации эффекта с помощью спектрометра электронного парамагнитного резонанса (ЭПР). Применялся ЭПР спектрометр E-112 фирмы Varian, работающий на частоте 10 ГГц, с проточным криостатом ESR-9 фирмы Oxford Instruments, что позволяло изучать МС в широком диапазоне температур от 3 до 300 К. Спектрометр регистрирует приращение энергии  $P$ , поглощенной резонатором, в который помещен образец, при изменении магнитного поля  $H$ :  $dP/dH$  [19]. Принципиально важно для нас, что такое приращение может происходить не только из-за изменения поглощения энергии спинами, как это имеет место при регистрации ЭПР, но и по другим причинам, в частности из-за изменения сопротивления образца в магнитном поле.

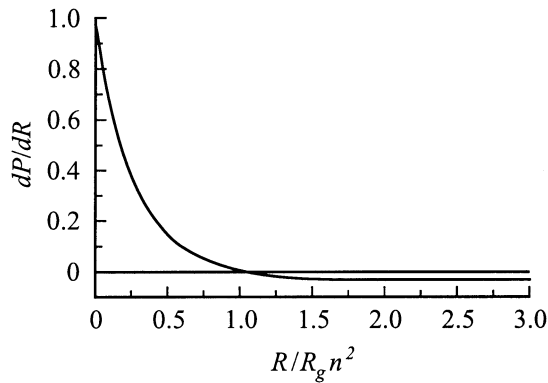
Рассмотрим более подробно особенности измерения МС полупроводников в СВЧ диапазоне при использовании резонатора. При различном соотношении между сопротивлением образца ( $R$ ) и волновым сопротивлением волновода (генератора) ( $R_g$ ) наблюдаются разные зависимости между приращением поглощенной в резонаторе энергии и изменением сопротивления образца. При этом  $dP/dH \propto d\sigma/dH$  ( $\sigma$  — проводимость образца) для высокоомных образцов и  $dP/dH \propto dR/dH$  для низкоомных образцов. Действительно, поглощаемая образцом энергия

$$P = \frac{E_g R}{(R_g n^2 + R)^2}, \quad (1)$$

где  $E_g$  — эдс генератора,  $n$  — коэффициент трансформации при накоплении энергии в резонаторе. Исходя из соотношения (1) можно записать

$$\frac{dP}{dH} = \frac{dP}{dR} \frac{dR}{dH} = \frac{E_g^2}{(R_g n^2 + R)^2} \left[ 1 - \frac{2R}{(R_g n^2 + R)} \right] \frac{dR}{dH}, \quad (2)$$

откуда следует, что при  $R > R_g n^2$  множитель в квадратных скобках отрицателен и  $dP/dH \propto -dR/dH \propto d\sigma/dH$ , т.е. изменяется в магнитном поле так же,



**Рис. 1.** Зависимость производной микроволнового поглощения по магнитному полю  $dP/dH$  от отношения сопротивления нагрузки  $R$  к сопротивлению генератора  $R_g$ .

как проводимость, а при  $R < R_g n^2$  —  $dP/dH \propto dR/dH$ , т.е. величина  $dP/dH$  изменяется в магнитном поле так же, как сопротивление.

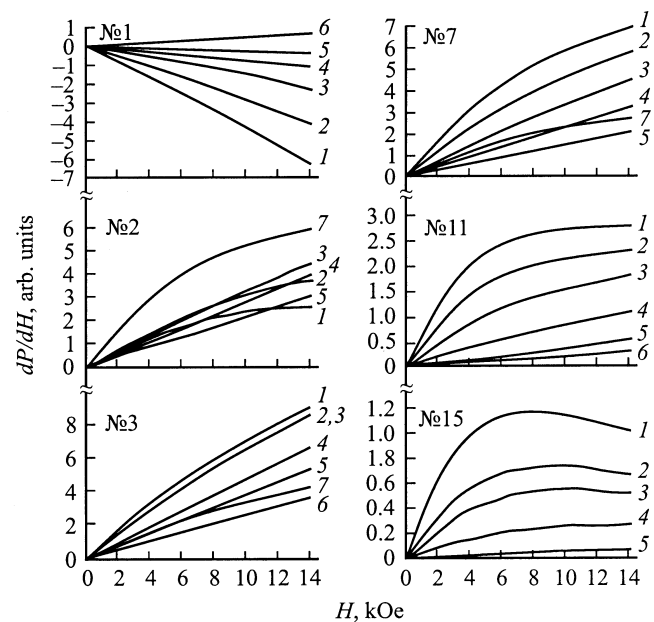
Таким образом, в зависимости от соотношения между сопротивлениями генератора и образца наблюдается разный знак изменения производной СВЧ поглощения в магнитном поле. Отсюда также следует, что при  $R = R_g n^2$  производная  $dP/dH = 0$ , т.е. чувствительность метода падает до нуля. При этом мы не учитываем другие источники потерь в резонаторе, а именно потери в стенках резонатора, так называемые потери связи и т.д., поскольку они гораздо меньше, чем потери в образце, и не оказывают заметного влияния на ход исследуемых зависимостей. Следует отметить, что изменение знака производной поглощения по магнитному полю не проявляется ни в классических изоляторах, ни в классических металлах, поскольку в них выполняется с большим запасом одно из неравенств  $R \gg R_g n^2$  или  $R \ll R_g n^2$ .

На рис. 1 представлена зависимость производной  $dP/dR$  от соотношения между сопротивлением нагрузки  $R$  и  $n^2 R_g$ , согласно формуле (2). Из него видно, что чувствительность метода почти постоянна при  $R \gg n^2 R_g$  и очень сильно изменяется в области  $R \simeq n^2 R_g$ , изменяя при этом знак. Такое изменение чувствительности не должно сказываться на полевых зависимостях МС, поскольку сопротивление образца изменяется в магнитном поле очень мало (на величину порядка 1%), но может оказаться существенным при изучении температурных зависимостей МС.

Поскольку в области существования аномального положительного МС при увеличении температуры сопротивление остается приблизительно постоянным в металлических образцах и уменьшается в изоляторных, в случае  $R < R_g n^2$  с ростом температуры чувствительность методики может только возрастать, причем не очень сильно. Однако в случае  $R > R_g n^2$  с ростом температуры чувствительность метода определения  $dP/dR$  уменьшается и может пройти через нуль. По-видимому, этот эффект проявляется в наименее легированном из

измеренных нами образце 1 (см. рис. 2), в котором при низких температурах производная  $dP/dH$  отрицательна, т.е.  $dP/dH \propto d\sigma/dH$ , при температуре около 25 К наблюдается нулевая чувствительность, а при более высоких температурах, когда проводимость становится достаточно высокой,  $dP/dH \propto dR/dH$ . Таким образом, в этом образце экспериментальная зависимость  $dP/dH$  изменяет свой знак при изменении температуры. В остальных образцах в исследованном диапазоне температур сопротивление образца всегда остается меньше сопротивления генератора, и этот аппаратный эффект проявляется гораздо слабее, так что в первом приближении его можно не учитывать. Кроме того, в области существования аномального положительного МС сопротивление как металлических, так и изоляторных образцов изменяется достаточно мало [18], так что наблюдаемые температурные изменения производной СВЧ поглощения следует приписать в основном изменению самого эффекта аномального положительного МС.

Обратим внимание на другие особенности методики. Ее преимущество состоит в том, что использование записи именно производной по магнитному полю от СВЧ поглощения резко повышает чувствительность измерений, а свойственная ЭПР точность фиксации и измерения магнитного поля повышает точность измерения МС. Кроме того, методика является бесконтактной. Однако измерения в СВЧ полях не дают точных значений МС в силу ряда причин. Во-первых, в низкоомных образцах СВЧ поле проникает в образец только на глубину скин-слоя, и все полученные результаты относятся только к этому слою, а не ко всему образцу. Во-вторых, в ЭПР



**Рис. 2.** Зависимости от магнитного поля производной микроволнового поглощения при различной температуре  $T$ , К: 1 — 3.2, 2 — 4, 3 — 6, 4 — 10, 5 — 20, 6 — 30, 7 — 40. Номера образцов, указанные на рисунках, соответствуют номерам в таблице.

спектрометре измерение СВЧ поглощения происходит в резонаторе, и изменение добротности последнего в свою очередь сказывается на величине эффекта. В-третьих, как уже было отмечено выше, при изменении сопротивления образца происходит изменение чувствительности методики. В связи с этим при оценке значений производной МС по магнитному полю для более корректного сравнения полевых и температурных зависимостей в различных образцах были использованы дополнительные поправочные множители (см. далее).

Следует отметить существенное физическое отличие измерений МС на сверхвысоких частотах от измерений на постоянном токе. Оно состоит в том, что при измерениях на постоянном токе основной вклад в полное сопротивление образца дают области с наиболее высоким сопротивлением, а при измерениях на СВЧ поглощение энергии происходит в тех областях, где есть свободные носители заряда, и основной вклад в поглощение определяется областями с пониженным сопротивлением. Это не имеет особого значения до тех пор, пока флуктуации потенциала дна зоны проводимости малы, т.е. в некомпенсированных и слабо компенсированных образцах. С увеличением компенсации это различие усиливается и может приводить к несовпадению результатов измерений. В нашем случае в металлических образцах, когда флуктуации экранированы, эти различия не должны быть большими. Однако вблизи фазового перехода ИМ при низких температурах, когда становятся существенными изоляторные прослойки в проводящих кластерах, различия в измерениях на сверхвысоких частотах и постоянном токе могут быть весьма существенными.

Процесс проведения эксперимента состоял в помещении образца в криостат, находящийся в резонаторе ЭПР спектрометра, охлаждении образца до необходимой температуры и автоматической записи полевой зависимости производной СВЧ поглощения.

#### 4. Учет изменения добротности резонатора и толщины скин-слоя; результаты измерений

В процессе измерений добротность резонатора изменяется как при смене образцов — из-за различия в их сопротивлениях, так и при изменении температуры — за счет изменения сопротивления образца. Для учета всех этих изменений добротности одновременно с измерением МС измерялся сигнал ЭПР контрольного калиброванного образца Varian, амплитуда которого была пропорциональна добротности резонатора. Этот образец находился в том же резонаторе, но вне криостата, так что его температура всегда оставалась постоянной (комнатной). Для учета скин-эффекта в низкоомных образцах использовались результаты измерения температурных зависимостей сопротивления  $p$ -Ge [16]. Отметим, что скин-эффект влияет только на величину производной поглощения и никак не сказывается на полевых и температурных зависимостях МС из-за малости изменения

сопротивления в области существования аномального положительно МС.

Для сравнения величины эффекта в разных образцах и при различных температурах записанный сигнал был приведен к соизмеримым величинам путем введения корректирующих множителей  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ , учитывающих изменение добротности резонатора и глубины скин-слоя соответствующего образца. Первый из множителей определялся отношением амплитуды сигнала ЭПР контрольного калиброванного образца Varian ( $B_x$ ), при нахождении в том же резонаторе исследуемого образца, к амплитуде сигнала ЭПР того же калиброванного образца, при наличии в резонаторе конкретного измеряемого образца 15 ( $B_{15}$ ):

$$\kappa_1 = B_x/B_{15}. \quad (3)$$

Множитель  $\kappa_2$  принимался равным обратному эффективному поглощающему объему, так что

$$\kappa_2^{-1} = V_{\text{eff}} = \begin{cases} S\delta, & \delta < W, \\ SW, & \delta > W, \end{cases} \quad (4)$$

где  $S$  — площадь поверхности образца,  $\delta$  — глубина скин-слоя,  $W$  — толщина образца.

При этом за единичный сигнал условно был принят сигнал  $A_{15}$  от образца 15 при температуре  $T = 3.2$  К и магнитном поле 14 кЭ. Для приведения сигнала к единому значению  $A_{\text{adj}}$  амплитуда сигнала в каждой точке  $A_x$  делилась на амплитуду  $A_{15}$  и умножалась на корректирующие множители  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ :

$$A_{\text{adj}} = (A_x/A_{15})\kappa_1\kappa_2. \quad (5)$$

Именно такие приведенные полевые зависимости для каждой температуры представлены на рис. 2. Номера кривых увеличиваются с повышением температуры.

Видно, что в образце 1 производная СВЧ поглощения при низких температурах является отрицательной, а во всех остальных образцах при всех температурах — положительной. Эффект МС, как правило, уменьшается с ростом температуры. Качественный вид полевых зависимостей, как видно из рисунка, изменяется при прохождении точки перехода металл–изолятор.

## 5. Обсуждение результатов

Рассмотрим более подробно температурные и концентрационные зависимости МС от магнитного поля, измеренные на сверхвысоких частотах.

### 5.1. Зависимости от магнитного поля

В этом случае следует отдельно от других рассмотреть образец 1, в котором производная СВЧ поглощения отрицательна при низких температурах. Скорее всего

здесь смена знака производной  $dP/dH$  обусловлена сменой знака производной  $dP/dR$  при переходе через значение  $R = R_g n^2$  (рис. 1). В самом деле производная  $dP/dH$  на рис. 2 меняет знак именно в той области температур (несколько десятков градусов К), когда резко изменяется сопротивление образца [16]. Сделанное сравнение величин  $R$  и  $R_g n^2$  показывает, что их равенство может наблюдаться только в случае достаточно слабой связи образца с резонатором. Действительно, при добротности резонатора с образцом  $Q \approx 100$  (добротность пустого резонатора около 1000, а введение образца в резонатор уменьшает амплитуду сигнала эталона в 10 раз),  $Q \approx n$  и  $R_g \approx 250$  Ом (волновое сопротивление волновода). При сильной связи равенство сопротивлений должно было бы наступить при  $R \approx 2.5 \cdot 10^6$  Ом. Однако наблюдаемая на опыте инверсия знака в образце 1 имеет место при  $\rho \approx 10$  Ом·см. Это возможно только при слабой связи образца с резонатором. Об этом же говорит и тот факт, что при инверсии знака зависимости  $dP/dH$  фаза сигнала ЭПР эталона не изменяется.

Для всех образцов естественным образом выделена область слабых полей, где производная линейна. В ней зависимость МС от магнитного поля является квадратичной. Такая зависимость справедлива для любого механизма возникновения эффекта МС. В связи с этим для выявления механизма возникновения аномально-го МС необходимо исследовать зависимости от магнитного поля в более сильных полях, а также привлекать температурные зависимости эффекта.

Как видно из рис. 2, в самом слабо легированном образце 1 полевые зависимости при низких температурах сверхлинейны, в то время как в остальных образцах — сублинейны. При увеличении легирования сублинейность увеличивается, и в металлических образцах, которые представлены образцом 15, на зависимости производной СВЧ поглощения при низких температурах наблюдается максимум. При повышении температуры максимум смещается в сторону сильных полей, а сам эффект уменьшается. Производная СВЧ поглощения уменьшается с ростом температуры вплоть до температур 20–30 К, а при более высоких температурах вновь начинает расти, что видно на примере неметаллических образцов 2 и 3 и металлического образца 7.

В изоляторных образцах далеко от перехода ИМ для описания экспериментов, как известно, используется теория, объясняющая аномальное положительное МС деформацией волновых функций локализованных носителей заряда магнитным полем [8]. Она предсказывает сверхлинейную зависимость сопротивления от магнитного поля:

$$\rho(H)/\rho(0) = \exp(CH^2), \quad (6)$$

где  $C$  — постоянная.

Сравнение (6) с результатами наших экспериментов для образца 1 показывает, что для их объяснения вполне может быть использована эта теория. Однако для остальных образцов она уже неприменима, поскольку зависимости  $dP/dH$  становятся сублинейными.

Для описания МС наиболее сильно легированных металлических образцов обычно используется теория квантовых поправок [1,2]. Для полупроводников, как неоднократно было показано, доминирующим, как правило, является проявление режима слабой локализации этой теории. При этом в дырочных полупроводниках всегда наблюдается увеличение сопротивления в магнитном поле. Это обусловлено влиянием спин-орбитального взаимодействия на процессы слабой локализации в относительно слабых магнитных полях. Если же время релаксации спина в полупроводнике  $\tau_{so} \gg \tau_\phi$  (время сбоя фазы), то спин-орбитальное взаимодействие не играет никакой роли в эффекте. Тогда МС описывается соотношением [1,2]

$$\Delta\sigma(H) = G_0\Phi(x)/(D\tau_\phi)^{1/2}, \quad (7)$$

где  $G_0 = e^2/(2\pi\hbar) = 1.233 \cdot 10^{-5}$  Ом $^{-1}$ ,  $x = 4eD\tau_\phi H/\hbar c$ ,  $\Phi(x)$  — некоторая функция, которая не может быть описана аналитически в общем виде, а ее асимптотические выражения могут быть представлены как

$$\begin{cases} \Phi(x) = x^2/96 & \text{при } x \ll 1, \quad H \rightarrow 0; \\ \Phi(x) = 0.302x^{1/2} - 1 & \text{при } x \gg 1, \quad H \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (8)$$

Когда время релаксации спина  $\tau_{so}$  сравнимо с временем сбоя фазы  $\tau_\phi$ , выражение для  $\Phi(x)$  изменяется и приобретает вид

$$\Phi^*(x) = 3\Phi(Cx)/2C^{1/2} - \Phi(x)/2, \quad (9)$$

где  $C = (1 + 4\tau_\phi/3\tau_{so})^{-1}$ .

Отсюда видно, что, когда  $\tau_{so} \ll \tau_\phi$ , как это имеет место в дырочных полупроводниках, первый член в (9) оказывается много меньше второго, и весь эффект МС определяется по-прежнему временем сбоя фазы, но имеет противоположный знак. Таким образом, в дырочных полупроводниках аномальное МС должно проявляться не менее ярко, чем в электронных.

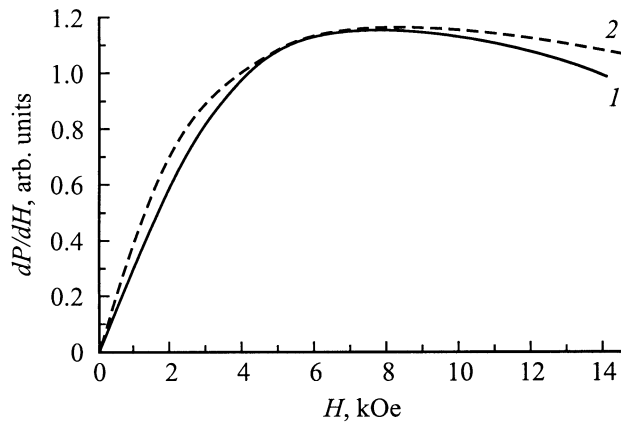
Сравним наши экспериментальные зависимости с рассчитанными по этой теории. Как известно, функция  $\Phi(x)$  выражается либо в виде бесконечного ряда, либо в виде несобственного интеграла, зависящего от параметра и не берущегося аналитически [20,21]. Для расчетов мы воспользовались записью интеграла в виде, представленном в [22]:

$$\Phi(x) = \frac{\sqrt{x}}{4\pi} \int_0^\infty t^{-3/2} e^{-2t/x} (1 - t/\operatorname{sh} t) dt = \frac{\sqrt{x}}{4\pi} f(x), \quad (10)$$

где  $x$  определен так же, как в формуле (7).

Поскольку ЭПР спектрометр записывает зависимость производной СВЧ поглощения от магнитного поля, для сравнения теоретической зависимости с экспериментальной необходимо было найти производную по  $x$  от соотношения (10). Она, как нетрудно показать, имеет вид

$$\frac{d\Phi(x)}{dx} = \frac{f(x)}{4\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2} \frac{df(x)}{dx}, \quad (11)$$



**Рис. 3.** Сравнение экспериментальной зависимости от магнитного поля производной микроволнового поглощения для образца 15 при  $T = 3.2$  К (кривая 1) с расчетной зависимостью, полученной из соотношений (10) и (11) (кривая 2).

где

$$\frac{df}{dx} = \int_0^{\infty} \frac{2}{\pi} \frac{e^{-2t/x}}{x^2 \sqrt{t}} \left(1 - \frac{t}{\text{sh}(t)}\right) dt. \quad (12)$$

Численный расчет<sup>1</sup> производной  $dP/dH \propto d\Phi/dH$  с использованием соотношений (11) и (12) представлен на рис. 3 вместе с экспериментальной зависимостью для наиболее легированного образца 15 при температуре 3.2 К. Из этого рисунка видно, что в слабых полях вплоть до поля, соответствующего максимуму производной поглощения, наблюдается достаточно хорошее согласие эксперимента с теорией. Это указывает на применимость режима слабой локализации теории квантовых поправок к „металлическому“  $p$ -Ge, вблизи перехода ИМ. В более сильных полях, где производная поглощения начинает уменьшаться, наклон экспериментальной кривой оказывается заметно больше, чем теоретической. По-видимому, это происходит из-за увеличения вклада двух других механизмов квантовых поправок — взаимодействия носителей заряда в диффузионном или в куперовском канале. В  $n$ -Ge, например, эти механизмы дают решающий вклад в МС в сильных полях, так что оно из отрицательного превращается в положительное [18]. В материалах  $p$ -типа в условиях сильного спин-орбитального взаимодействия вклад этих эффектов до сих пор экспериментально не исследовался.

В режиме слабой локализации, как следует из асимптотических значений  $\Phi(x)$  (8), производная поглощения имеет максимум. Действительно, при  $x \ll 1$   $d\Phi/dx \propto x$ , т. е. растет с ростом поля, а при  $x \gg 1$   $d\Phi/dx \propto x^{-1/2}$ , т. е. убывает.

Из численного расчета следует, что максимум производной располагается в поле  $H_{\max}$ , соответствующем равенству  $x = 5.1$ . Отсюда можно определить длину

<sup>1</sup> Авторы выражают благодарность С.О. Усову за проведение этих расчетов.

сбоя фазы:

$$L_{\varphi} = (D\tau_{\varphi})^{1/2} = (x\hbar c/4eH_{\max})^{1/2}, \quad (13)$$

что для образца 15 при температуре 3.2 К, когда  $H_{\max} \approx 8000$  Э, дает величину  $L_{\varphi} = 1.8 \cdot 10^{-6}$  см.

Уменьшение концентрации и увеличение температуры приводят к быстрому уменьшению длины сбоя фазы. Это проявляется в смещении максимума производной МС в сильные поля. Однако для части образцов расчетные полевые зависимости МС изменением масштаба можно совместить с экспериментальными кривыми и, таким образом, получить зависимость  $H_{\max}$  от температуры. Эту зависимость мы обсудим далее в соответствующем разделе.

## 5.2. Температурные зависимости

Важным для определения механизма квадратичного МС  $\Delta\rho/\rho = \beta H^2$  оказывается поведение коэффициента пропорциональности  $\beta$ . С этой целью для исследованных образцов были определены наклоны линейных начальных участков кривых зависимостей  $dP/dH$ :

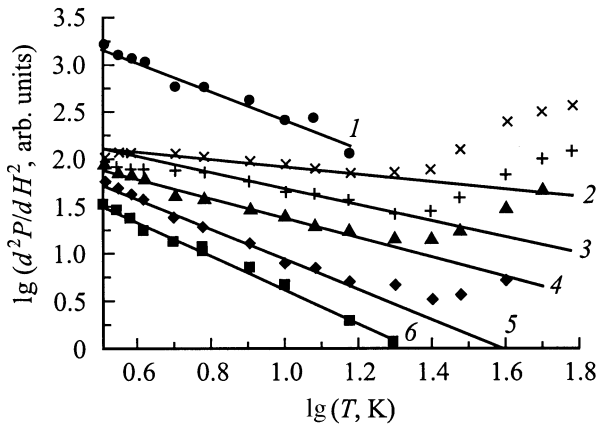
$$d^2P/dH^2 = \frac{1}{H} dP/dH \quad \text{при} \quad H \rightarrow 0. \quad (14)$$

Зависимости абсолютного значения второй производной СВЧ поглощения по магнитному полю при  $H \rightarrow 0$  от температуры в двойном логарифмическом масштабе представлены на рис. 4 для ряда образцов. Из рисунка видно, что при увеличении температуры от 3.2 К амплитуда сигнала уменьшается по степенному закону. Ее можно выразить в виде

$$d^2P/dH^2 \propto T^{-\alpha}, \quad (15)$$

где  $\alpha = 1.53$  для образца 1. Этот коэффициент уменьшается до 0.39 в образце 2 и затем увеличивается до 1.8 в самом сильно легированном металлическом образце 15.

Прежде всего обсудим температурную зависимость для образца 1, для анализа которой применима теория сжатия волновых функций в магнитном поле. Выше было отмечено, что температурная зависимость в этом случае могла бы определяться аппаратным эффектом. Однако уменьшение сопротивления с ростом температуры должно сопровождаться изменением настройки резонатора. Анализ условий эксперимента показал, что вплоть до температуры 20 К никакого изменения настройки резонатора не происходит. Этот эффект возникает только при более высокой температуре. Следовательно, изменение  $d^2P/dH^2$  при более низких температурах целиком можно считать физической закономерностью, которая определяется уменьшением коэффициента  $\beta$  в полевой зависимости МС. Сверхлинейная зависимость МС от магнитного поля для этого образца может указывать на то, что проводимость в нем является прыжковой. Для прыжковой проводимости с переменной



**Рис. 4.** Экспериментальные и расчетные температурные зависимости второй производной микроволнового поглощения при  $H \rightarrow 0$  для нескольких образцов с различной концентрацией примесей (номера образцов соответствуют номерам в таблице): 1 — 1, 2 — 2, 3 — 3, 4 — 7, 5 — 10, 6 — 15. По вертикальной оси зависимости смещены относительно друг друга на произвольную величину для более наглядного представления.

длиной прыжка (VRH) для слабых полей при наличии кулоновской щели [23]

$$\rho(H)/\rho(0) = AH^2T^{-3/2}, \quad (16)$$

где  $A$  — некоторая константа.

Из (16) следует, что зависимость производной СВЧ поглощения должна быть, как обычно, линейной по магнитному полю, и амплитуда сигнала должна уменьшаться с ростом температуры пропорционально  $T^{-3/2}$ . Показатель в экспериментальной зависимости ( $T^{-1.53}$ ) близок к этому значению в интервале температур от 3.2 до 15 К. Заметим, однако, что согласно [16] режим VRH осуществляется в  $p$ -Ge:Ga при температурах ниже 1 К. В исследованной области температур в связи с этим остается непонятной такая зависимость МС в образце 1.

Показатель температурной зависимости резко уменьшается при увеличении легирования от  $7.55 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  (образец 1) до  $8.73 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  (образец 2): от  $\alpha = 1.53$  до  $\alpha = 0.39$ . Это, по-видимому, связано с изменением механизма МС. На рис. 2 и 4 заметны дополнительные особенности полевых зависимостей МС слабо легированных образцов 2 и 3 при низких температурах. В образце 2 в температурном интервале 3–5 К наблюдается рост  $d^2P/dH^2$ . В образце 3 рост отсутствует, но в интервале 3–6 К вторая производная остается постоянной. Таким образом, приближение к фазовому переходу ИМ приводит вначале к резкому падению показателя  $\alpha$ , а потом к его плавному увеличению до 1.5 при концентрации  $p \approx 1.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Этот эффект мы рассмотрим далее при анализе концентрационных зависимостей.

При дальнейшем увеличении концентрации примесей уже на металлической стороне фазового перехода ИМ наклон температурной зависимости почти перестает

зависеть от уровня легирования. В наиболее сильно легированных металлических образцах он достигает значения  $\alpha = 1.8$ . Этот наклон можно сопоставить с предсказаниями теории квантовых поправок в режиме слабой локализации. Как следует из (5), температурная зависимость МС практически полностью определяется температурной зависимостью  $\tau_\phi$ , поскольку остальные параметры являются константами. В свою очередь само время сбоя фазы определяется механизмами неупругого рассеяния [1,2].

Если сбой фазы происходит в результате взаимодействия с фононами, то для сильно легированных полупроводников  $\tau_\phi \sim T^{-1}$ , что при подстановке в (5) дает в пределе  $H \rightarrow 0$  зависимость

$$d^2P/dH^2 \propto T^{-3/2}. \quad (17)$$

Если же сбой фазы происходит в результате электрон-электронного взаимодействия, то  $\tau_\phi \sim T^{-3/2}$ , и в пределе  $H \rightarrow 0$

$$d^2P/dH^2 \propto T^{-9/4}. \quad (18)$$

Таким образом, для режима слабой локализации в теории квантовых поправок показатель степени  $\alpha$  может изменяться от 1.5 до 2.25 при изменении механизма рассеяния от чисто фононного до обусловленного электрон-электронным взаимодействием. Действительно, как следует из наших измерений, на металлической стороне перехода ИМ наклон медленно увеличивается от 1.5 вблизи перехода до 1.8 в самых сильно легированных образцах 15 и 16. Таким образом, в непосредственной близости от перехода температурная зависимость МС целиком определяется рассеянием на фононах, и только при смещении в металлическую область в рассеянии начинает проявляться электрон-электронное взаимодействие.

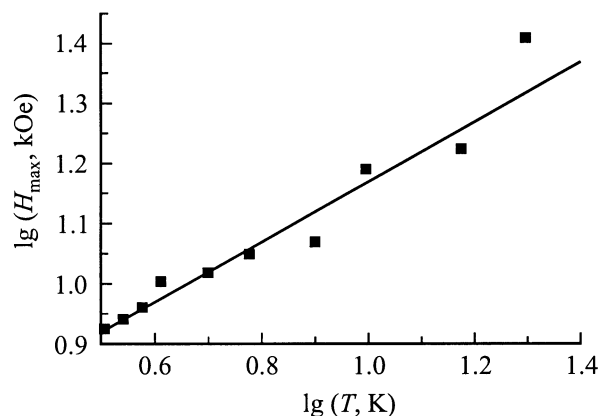
Как следует из рис. 4, при  $H \rightarrow 0$  и температурах выше 30 К наклон второй производной СВЧ поглощения начинает увеличиваться, указывая на возникновение МС, определяемого другими механизмами.

Используя результаты численного расчета, мы можем проследить температурную эволюцию другого характерного параметра полевой зависимости МС — максимума производной МС. Расчет показывает, что поле, в котором наблюдается этот максимум, определяется значением  $x = 5.1$ . Отсюда и из (7) получаем для соответствующего поля  $H_{\max}$ :

$$H_{\max} = 5.1\hbar c/4eD\tau_\phi \propto T^\alpha, \quad (19)$$

где  $\alpha = 1$  или  $3/2$  для сбоя фазы в результате электрон-фононного или электрон-электронного взаимодействия.

Совмещение расчетной зависимости с экспериментальной при каждой температуре позволило определить значение  $H_{\max}$  для каждой температуры эксперимента и построить зависимость  $H_{\max}(T)$ . Эта зависимость для образца 15 представлена на рис. 5 в двойном логарифмическом масштабе. Видно, что она действительно



**Рис. 5.** Температурная зависимость положения максимума производной микроволнового поглощения по магнитному полю ( $H_{\max}$ ) для образца 15.

является степенной, но показатель степени  $\alpha = 0.5$ , что гораздо меньше, чем предсказывает теория квантовых поправок для режима слабой локализации.

Сравнивая результаты анализа зависимости начального наклона производной ( $\beta$ ) и поля ее максимума ( $H_{\max}$ ) от температуры, мы видим существенное расхождение между результатами, полученными по формулам (17), (18) и (19). Есть основание предполагать неприменимость формулы (19). Причина по-видимому, заключается в том, что режим слабой локализации недостаточно точно описывает эффект аномального положительного МС вблизи самого перехода ИМ в области максимума производной  $dP/dH$ .

### 5.3. Концентрационные зависимости

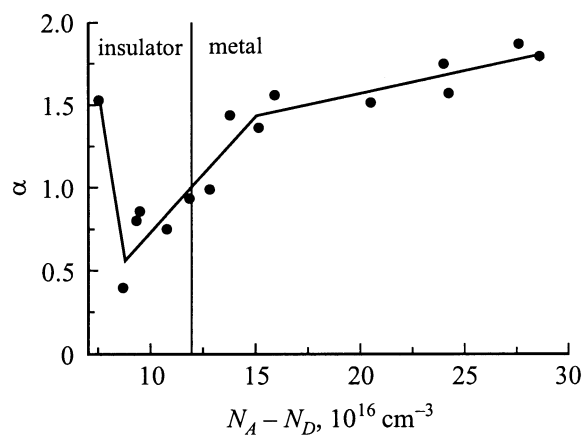
Первое, на что хотелось бы обратить внимание, — это смена механизма возникновения аномального положительного МС при переходе от образца 1 к образцу 2, которая проявляется в смене полевой зависимости производной СВЧ поглощения со сверхлинейной на сублинейную (рис. 2) и в скачке показателя в температурной зависимости (15)  $\alpha$  (рис. 6). При приближении к переходу ИМ (образцы 2 и 3) в области низких температур заметно изменение температурных зависимостей  $d^2P/dH^2$  в пределе  $H \rightarrow 0$  (рис. 4). В более сильно легированных образцах температурный коэффициент  $\alpha$  становится постоянным вплоть до температур 20–30 К. Одновременно увеличивается нелинейность (сублинейность) полевых зависимостей в области низких температур. В этой области концентраций величина эффекта в слабых полях практически не изменяется (остается постоянным наклон зависимостей от магнитного поля). Однако с дальнейшим ростом легирования кривые в более сильных полях становятся все более нелинейными, так что амплитуда производной поглощения в этой области уменьшается с ростом концентрации примеси.

На рис. 6 представлена концентрационная зависимость коэффициента  $\alpha$ . Видно, что после описанного выше скачкообразного уменьшения  $\alpha$  от образца 1 к образцу 2 он начинает монотонно возрастать с концентрацией. При концентрации дырок  $p \approx 1.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , соответствующей уже металлической стороне перехода ИМ, происходит излом и ослабление концентрационной зависимости  $\alpha$ . В точке излома  $\alpha \approx 1.5$ , что близко к соотношению (17) и указывает на то, что сбой фазы происходит при рассеянии на фонах. Дальнейшее увеличение концентрации примесей в металлической фазе приводит к медленному росту  $\alpha$  до значений  $\alpha \approx 1.8$ . Это свидетельствует в пользу того, что при сильном легировании сбой фазы начинает также определяться и электрон-электронным рассеянием (18).

Таким образом, вблизи фазового перехода ИМ существует переходная область, для которой не применима ни теория МС для прыжкового движения зарядов, ни квантовая теория переноса свободных зарядов в металле.

Изменение механизма упругого рассеяния при увеличении концентраций примесей в изоляторной фазе вблизи фазового перехода ИМ, которое проявляется в изменении температурных и полевых характеристик МС образцов, связано, по-видимому, со сменой характера движения носителей вблизи такого перехода. Вдали от него основное время дырки проводят на примесных центрах и перескоки с одной примеси на другую достаточно редки. Частота таких перескоков гораздо ниже частоты воздействующего на образец электромагнитного поля. В этом случае постоянное магнитное поле приводит к эффективному сжатию волновой функции локализованного носителя, и перескоки, во время которых происходит поглощение СВЧ энергии, становятся менее вероятными. Такой механизм проявляется в наиболее слабо легированном образце 1.

Увеличение концентрации примесей и ослабление локализации вблизи фазового перехода ИМ приводит к тому, что частота перескоков становится больше



**Рис. 6.** Зависимость показателя степени  $\alpha$  в соотношении (15) от разностной концентрации акцепторов и доноров в *p*-Ge в области перехода изолятор–металл.



частоты внешнего СВЧ поля. В этом случае ситуация качественно такова, как если бы носители свободно двигались по примесной зоне. Сублинейный характер полевых зависимостей указывает на возможность использования для таких уровней легирования теории квантовых поправок, но малый по величине и быстро изменяющийся с концентрацией показатель степени  $\alpha$  требует учета дополнительных факторов.

Таким дополнительным фактором может быть изменение коэффициента диффузии при фазовом переходе ИМ. Действительно, хорошо известное соотношение Эйнштейна связывает подвижность  $\mu$  и коэффициент диффузии  $D$ :

$$D = \frac{\mu kT}{e} \frac{F_{1/2}(\eta)}{F_{-1/2}(\eta)}, \quad (20)$$

где  $F_{1/2}(\eta)$  и  $F_{-1/2}(\eta)$  — интегралы Ферми с соответствующими дробными индексами,  $\eta$  — энергия Ферми  $\varepsilon_F$  в единицах  $kT$ , отсчитанная от дна зоны проводимости (для электронов) или вершины валентной зоны (для дырок).

Анализ отношения интегралов в (20) показывает, что оно резко различается для невырожденных и вырожденных полупроводников. Если в первом случае отношение интегралов не зависит от величины  $\eta$ , то во втором случае это отношение линейно растет с ростом  $\eta$ . Для вырожденных полупроводников в этом случае соотношение Эйнштейна принимает вид

$$D = \frac{\mu}{e} \varepsilon_F \propto \frac{\mu}{e}, \quad (21)$$

т.е. при низких температурах коэффициент диффузии  $D$  зависит от температуры только через подвижность  $\mu$ . В то же время в невырожденном полупроводнике, т.е. в изоляторном состоянии, когда отношение  $F_{1/2}(\eta)/F_{-1/2}(\eta)$  равно 1, коэффициент диффузии растет пропорционально температуре. Поэтому вблизи перехода ИМ происходит резкое ослабление зависимости коэффициента диффузии от температуры. Поскольку во все соотношения, связанные с МС, входит произведение  $D\tau_p$ , именно оно определяет температурные зависимости МС. В связи с этим в изоляторном состоянии, когда коэффициент диффузии пропорционален температуре, а время сбоя фазы по-прежнему определяется рассеянием на фононах, показатель степени  $\alpha$  должен стремиться к нулю. На опыте минимальное значение, равное 0.4, достигается для образца 2, а при меньших концентрациях происходит смена механизма возникновения МС.

Из рис. 6 следует, что в металлической области, когда коэффициент диффузии перестает зависеть от температуры,  $\alpha$  достигает значения 1.5, характерного для сбоя фазы при рассеянии на фононах. Дальнейшее увеличение концентрации примесей, как уже отмечалось, приводит к достаточно медленному росту  $\alpha$ , что естественно связать с увеличением вклада взаимодействия носителей заряда во время сбоя фазы.

Таким образом, при увеличении концентрации примесей в области перехода ИМ мы наблюдаем целый ряд эффектов. Прежде всего происходит смена механизма возникновения МС с характерного для прыжковой проводимости сжатия волновой функции локализованных носителей на характерный для свободных носителей режим слабой локализации, сопровождаемый сильным спин-орбитальным рассеянием. По-видимому, эта смена происходит в изоляторном состоянии. При дальнейшем росте легирования происходит ослабление температурной зависимости коэффициента диффузии, которое также начинает проявляться еще в изоляторном состоянии, но полностью исчезает уже в металлическом, когда  $\varepsilon_F \gg kT$ . В этой области концентраций время сбоя фазы полностью определяется рассеянием свободных носителей (дырок) на акустических фононах. И наконец, при дальнейшем увеличении концентрации мелкой примеси Ga в металлическом состоянии на время сбоя фазы начинают влиять электрон-электронные взаимодействия, что проявляется в увеличении показателя степени в температурной зависимости МС.

Однако в наших экспериментах не проявляются никакие особенности МС непосредственно при концентрациях дырок, соответствующих схлопыванию кулоновской щели. Это естественно, поскольку, как показано в [14], в этом материале особенности проводимости, связанные с наличием кулоновской щели, начинают проявляться только при температурах ниже 1 К. В наших экспериментах в непосредственной окрестности фазового перехода ( $1.0-1.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ) наблюдается только изменение температурной зависимости МС, связанное с изменением температурной зависимости коэффициента диффузии. Для изучения влияния кулоновской щели на МС необходимы существенно более низкие температуры или другой материал с более широкой кулоновской щелью.

## 6. Заключение

Настоящая работа подтвердила, что СВЧ исследования МС с использованием техники ЭПР увеличивают чувствительность и точность измерений по сравнению с постоянным током. В то же время методика измерений с использованием СВЧ резонатора имеет ряд особенностей, которые следует учитывать при интерпретации результатов измерений. К ним, в частности, относятся смена знака эффекта и зависимость чувствительности измерений от удельного сопротивления полупроводника.

Главные результаты работы состоят в следующем.

1. Приближение к фазовому переходу ИМ с изоляторной стороны вызывает изменение механизма МС: если глубоко в изоляторном состоянии таковым является усиление локализации вследствие сжатия волновых функций локализованных дырок магнитным полем, то в области перехода и в металлической фазе — это механизм слабой локализации, но с зависящим от температуры коэффициентом диффузии в области ИМ.

2. Переход в металлическое состояние сопровождается исчезновением температурной зависимости коэффициента диффузии. При этом температурная зависимость МС задается температурной зависимостью времени сбоя фазы, определяемой рассеянием на фононах. Рост концентрации примесей в металлическом состоянии приводит к слабому увеличению температурной зависимости МС из-за дополнительного сбоя фазы за счет электрон-электронного взаимодействия.

Авторы выражают благодарность В.А. Чеканову за нейтронное облучение материала, М.В. Алексеенко за измерение концентрации носителей заряда в исследованных образцах, участникам семинара Лаборатории неравновесных процессов в полупроводниках за участие в обсуждении и сделанные замечания, а также Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы (проекты 01-02-17813 и 00-15-96750).

## Список литературы

- [1] B.L. Altshuler, A.G. Aronov. In: *Electron-electron interactions in disordered systems*, ed. by A.L. Efros, M. Polak (North-Holland, 1985) p. 1.
- [2] Т.А. Полянская, Ю.В. Шмарцев. ФТП, **23**, 3 (1989).
- [3] K.J. Sugiyama. J. Phys. Soc. Japan., **19**, 1745 (1964).
- [4] W.W. Lee, R.J. Sladek. Phys. Rev., **158**, 794 (1967).
- [5] А.Р. Гаджиев, И.С. Шлимак. ФТП, **6**, 1582 (1972).
- [6] J. Chroboczek, A. Klokocki, K. Kopalko. J. Phys. C, **7**, 3042 (1974).
- [7] А.Н. Ионов. Письма ЖЭТФ, **29**, 76 (1976).
- [8] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. *Электронные свойства легированных полупроводников* (М., Наука, 1979).
- [9] B.I. Shklovskii, B.Z. Spivak. In: *Hopping transport in solids*, ed. by M. Pollak, B. Shklovskii (Elsevier, 1991) p. 271.
- [10] M.E. Raikh, J. Czingon, Ye. Qiu, F. Koch, W. Schoepe, K. Ploog. Phys. Rev. B, **45**, 6015 (1992).
- [11] А.Г. Забродский. ФТП, **14**, 1324 (1980).
- [12] А.Г. Забродский. УФН, **168**, 804 (1998).
- [13] А.Г. Забродский, М.В. Алексеенко. ФТП, **28**, 168 (1994).
- [14] A.G. Zabrodskii, A.G. Andreev, S.V. Egorov. Phys. St. Sol. (b), **205**, 61 (1998).
- [15] М.В. Алексеенко, А.Г. Забродский, Л.М. Штеренгас. ФТП, **32**, 811 (1998).
- [16] А.Г. Забродский, А.Г. Андреев, М.В. Алексеенко. ФТП, **26**, 431 (1992).
- [17] А.И. Вейнгер, А.Г. Забродский, Т.В. Тиснек, Ж. Бискупски. ФТП, **32**, 557 (1998).
- [18] А.И. Вейнгер, А.Г. Забродский, Т.В. Тиснек. ФТП, **34**, 774 (2000).
- [19] C.P. Poole. *Electron Spin Resonance. Comprehensive treatise on experimental techniques*. (N. Y., London, Sydney J. Wiley & Sons, 1967). [Рус. пер.: Ч. Пул. *Техника ЭПР спектроскопии* (М., Мир, 1970)].
- [20] Б.Л. Альтшулер, А.Г. Аронов, А.И. Ларкин, Д.Е. Хмельницкий. ЖЭТФ, **81**, 768 (1981).
- [21] А.Г. Аронов, М.Е. Гершензон, Ю.Е. Журавлев. ЖЭТФ, **87**, 971 (1984).

- [22] Т.Ю. Бильгильдеева, А.М. Крещук, Т.А. Полянская, И.И. Сайдашев. Препринт № 999, ФТИ им. А.Ф. Иоффе (Л., 1986).
- [23] И.С. Шлимак, А.И. Ионов, Б.И. Шкловский. ФТП, **17**, 503 (1983).

Редактор Т.А. Полянская

## Microwave magnetoresistance of compensated $p$ -Ge : Ga in the region of phase transition insulator–metal

A.I. Veinger, A.G. Zabrodskii, T.V. Tisnek

loffe Physicotechnical Institute,  
Russian Academy of Sciences,  
194021 St. Petersburg, Russia

**Abstract** The microwave magnetoresistance (MR) of the neutron transmutation doped (moderately compensated) Ge:Ga in the insulator–metal transition range was investigated by the ESR technique. The hole density rise peculiar to the phase transition, results in the change of the MR mechanism, and is seen as the wave function shrinkage by the field, which is typical of the hopping conductivity, to the weak localization regime which is typical of the metallic conductivity of importance is the temperature dependence of the diffusion coefficient in the latter case. This dependence decreases when the hole density approaches the insulator–metal transition point ( $1.2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ). The temperature dependence of the diffusion coefficient disappears in the metallic state and the temperature dependence of the MR is described by the phonon dephasing mechanism. The electron-electron interaction contribution into the dephasing time must be taken into account within the higher doping range.