

Определение щелей подвижности и плотности локализованных состояний дырок для гетероструктур $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ в режиме квантового эффекта Холла

© Ю.Г. Арапов[†], О.А. Кузнецов*, В.Н. Неверов, Г.И. Харус, Н.Г. Шелушинина, М.В. Якунин

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,
620219 Екатеринбург, Россия

* Нижегородский государственный университет, Научно-исследовательский физико-технический институт,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Получена 17 октября 2001 г. Принята к печати 18 октября 2001 г.)

Проведено детальное исследование температурных ($0.1 \lesssim T \lesssim 20$ К) и магнитопольевых ($0 \lesssim B \lesssim 12$ Тл) зависимостей продольного (ρ_{xx}) и холловского (ρ_{xy}) сопротивлений для многослойных гетероструктур $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ ($x = 0.07$) с концентрацией дырок $p = (2.4-2.6) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и подвижностями $\mu = (1.1-1.7) \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Определены параметры энергетического спектра двумерного дырочного газа в режиме квантового эффекта Холла. Для факторов заполнения $\nu = 1$ и 2 ширина щелей подвижности $W = (2-2.5) \text{ мэВ}$, а величина фоновой плотности локализованных состояний $g_c = (5-7) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \text{ мэВ}^{-1}$. Полученные результаты интерпретируются на основе моделей крупномасштабного примесного потенциала в селективно-легированных двумерных системах.

1. Введение

Трактовка квантового эффекта Холла (КЭХ) оказалась тесно связанной с проблемой локализации электронов в $2D$ -неупорядоченной системе в квантующем магнитном поле. В работах Лафлина [1] и Гальперина [2] было показано, что для существования КЭХ необходимо наличие узких полос делокализованных состояний вблизи середины каждой из подзон Ландау при условии, что все остальные состояния являются локализованными. Плотность состояний (ПС) в режиме КЭХ определялась в значительном числе работ из данных по теплоемкости, намагниченности, термоактивационной проводимости, а также спектроскопическими методами для систем с n -типом проводимости (см. обзор [3] и ссылки там). Эксперименты показали, что плотность локализованных состояний между уровнями Ландау не является экспоненциально малой, и в целом вид ПС можно описать как серию гауссовских пиков на фоне постоянной плотности состояний. В данной работе мы используем метод активационной магнитопроводимости для определения параметров спектра дырок в гетероструктурах $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ со сложной структурой валентной зоны в квантующих магнитных полях.

2. Теоретические представления

В настоящее время считается общепринятым, что появление квантованных плато на зависимости $\rho_{xy}(B)$ при исчезающе малых значениях ρ_{xx} обусловлено существованием щелей подвижности в ПС неупорядоченной $2D$ -системы в квантующем магнитном поле [4]. При этом край подвижности E_c , разделяющий локализован-

ные и делокализованные состояния, расположен вблизи центра уширенного уровня Ландау. Если уровень Ферми находится в области локализованных состояний в щели подвижности, то термическое возбуждение электронов в узкие полосы делокализованных состояний (шириной γ) в центре каждого из уровней Ландау должно приводить к активационному поведению проводимости σ_{xx} (а также и $\rho_{xx} \propto \sigma_{xx}$).

2.1. Формулы для активационной проводимости

Следуя Мотту [5] (см. также [6,7]), используем формулу Кубо–Гринвуда для диссипативной составляющей проводимости

$$\sigma_{xx} = - \int dE \frac{\partial f(E - E_F)}{\partial E} \sigma(E), \quad (1)$$

где $f(E - E_F)$ — функция распределения Ферми–Дирака, $\sigma(E)$ — парциальный вклад в проводимость состояний с энергией E . Представляя зависимость $\sigma(E)$ в виде

$$\sigma(E) = \begin{cases} \sigma_c & |E - E_c| < \gamma/2, \\ 0 & |E - E_c| > \gamma/2, \end{cases} \quad (2)$$

для узкой полосы делокализованных состояний ($\gamma \ll kT$) находим

$$\sigma_{xx} = \sigma_c \frac{\gamma}{kT} F\left(\frac{E_A}{kT}\right). \quad (3)$$

Здесь $E_A = |E_c - E_F|$, а

$$F(x) = \frac{\exp(-x)}{[1 + \exp(-x)]^2} = \left[4 \operatorname{ch}^2\left(\frac{x}{2}\right)\right]^{-1}. \quad (4)$$

[†] E-mail: arapov@imp.uran.ru
Fax: (3432) 745244

При $E_A \gg kT$ из (3) следует обычное активационное поведение проводимости

$$\sigma_{xx} \propto \exp\left(\frac{E_A}{kT}\right). \quad (5)$$

При учете вклада в проводимость двух соседних уровней Ландау ($E_{c1} \leq E_F \leq E_{c2}$) имеем

$$\sigma_{xx} = \sigma_c \frac{\gamma}{kT} \left[F\left(\frac{E_{A1}}{kT}\right) + F\left(\frac{E_{A2}}{kT}\right) \right], \quad (6)$$

где $E_{Ai} = |E_F - E_{ci}|$, ($i = 1, 2$). В соотношении (6) мы пренебрегли возможной разницей величин σ_c и γ для различных уровней Ландау. Здесь $E_{A2} = E_{c2} - E_F$ есть энергия активации электронов в ближайшую незаполненную полосу делокализованных состояний при $E = E_{c2}$, а $E_{A1} = E_{c1} - E_F$ — энергия активации дырок в полностью заполненную при $T = 0$ полосу делокализованных состояний при $E = E_{c1}$.

Заметим, что сумма энергий активации электронов и дырок

$$E_{A1} + E_{A2} = W, \quad (7)$$

где $W \equiv E_{c2} - E_{c1}$ есть ширина щели подвижности, соответствующая энергетическому зазору между соседними уровнями Ландау с точностью до уширения γ . Максимальное значение энергии активации E_A^{\max} достигается для целочисленного фактора заполнения $\nu = n/n_B$ (n — концентрация электронов, $n_B = eB/hc$ — кратность вырождения уровня Ландау), когда уровень Ферми лежит в середине между уровнями Ландау и $E_{A1} = E_{A2}$. Эмпирически именно так получают оценку для ширины щели подвижности: $W = 2E_A^{\max}$ [8–11].

2.2. Определение плотности локализованных состояний в режиме квантового эффекта Холла

При изменении в образце концентрации электронов (в заданном магнитном поле) изменяется E_F , а, значит, и E_A . Очевидно, что скорость движения уровня Ферми в интервале между соседними уровнями Ландау определяется величиной плотности локализованных состояний $g(E)$ в щели подвижности:

$$g(E) = \frac{dn}{dE_F} \equiv \left[\frac{dE_A(n)}{dn} \right]^{-1}. \quad (8)$$

Такой способ использован в работе [12] для определения ПС в кремниевых МДП структурах.

Чаще, однако, величину E_F варьируют не за счет изменения n при постоянном B , а за счет изменения B при $n = \text{const}$ [8,11,13]. В этом случае выражение для плотности локализованных состояний можно представить в виде

$$g(E) = \frac{ev}{hc} \left[\frac{dE_A(B)}{dB} \right]^{-1}. \quad (9)$$

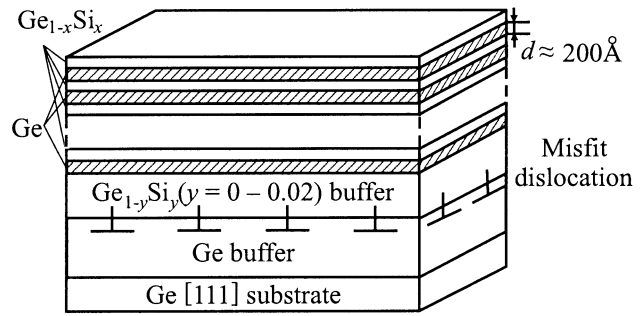


Рис. 1. Схематическое изображение многослойной гетероструктуры $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$.

3. Характеристика образцов

Исследованы многослойные селективно-легированные гетероструктуры $\text{Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ ($x = 0.07$) с проводимостью дырочного типа по слоям Ge . Структуры выращивались методом газофазной эпитаксии и содержали от 15 до 30 периодов со слоями Ge и $\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ толщиной $d \approx 200 \text{ \AA}$. Слои Ge не легированы, а слои раствора GeSi легированы бором таким образом, чтобы между легированной частью твердого раствора d_a и слоями германия оставались спейсеры толщиной $d_s \approx 50 \text{ \AA}$ (рис. 1). Для измерений использовались образцы в виде холловских мостиков. Методы выращивания и свойства гетероструктур $p\text{-Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ более подробно описаны в предыдущих работах (см. [14–17] и ссылки там).

В данной работе представлены результаты измерений для образцов $\text{Ge}/\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ с концентрацией дырок $p = (2.4\text{--}2.6) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и подвижностями (при $T = 4.2 \text{ К}$) $\mu = (1.1\text{--}1.7) \cdot 10^4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

4. Экспериментальные результаты и их обсуждение

Мы провели измерения продольного (ρ_{xx}) и холловского (ρ_{xy}) сопротивлений в магнитном поле B до 12 Тл при температурах $T = (0.1\text{--}20) \text{ К}$. На зависимости $\rho_{xy}(B)$ наблюдаются хорошо выраженные плато с квантованными значениями $\rho_{xy}^i = ih/e^2$ с номерами $i = 1, 2$ и 4.

Зависимости $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$ при различных температурах изображены на рис. 2 *a, b*. Пример температурной зависимости проводимости σ_{xx} , определенной из соотношения

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad (10)$$

для фиксированных значений магнитного поля в окрестности $\nu = 1$ ($B_1 = 11.2 \text{ Тл}$), представлен на рис. 3. Аналогичный вид имеют зависимости $\sigma_{xx}(T)$ при фиксированных значениях B в окрестности $\nu = 2$ ($B_2 = 5.6 \text{ Тл}$).

Активационная зависимость магнитопроводимости для исследованных образцов наблюдается в интервале

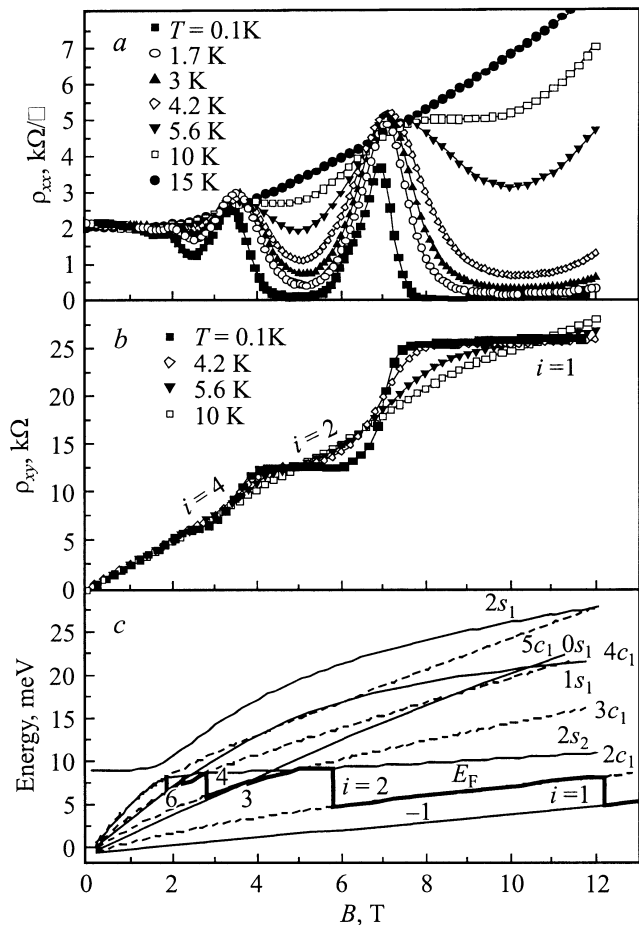


Рис. 2. Зависимости продольного ρ_{xx} (a) и холловского ρ_{xy} (b) сопротивлений от магнитного поля при различных температурах для образца I; c — рассчитанная структура уровней Ландау и движение уровня Ферми в магнитном поле для образца I с шириной квантовой ямы $d \approx 200 \text{ \AA}$ и расщеплением зон легких и тяжелых дырок из-за встроенной одноосной деформаций $\delta = 8 \text{ мэВ}$ [15].

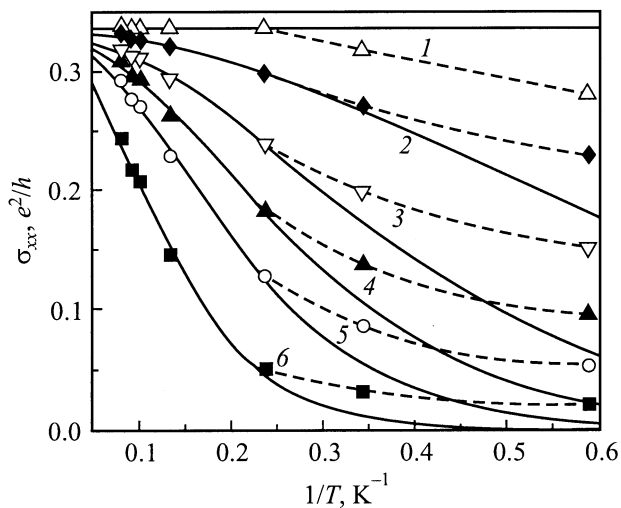


Рис. 3. Активационное поведение компоненты тензора проводимости σ_{xx} для образца I. B, Тл: 1 — 8, 2 — 8.2, 3 — 8.5, 4 — 8.8, 5 — 9.2, 6 — 11.2. Сплошные линии — расчет.

температур $T = (3-15) \text{ К}$. Сплошные кривые на рис. 3 соответствуют расчету по формуле (3) с E_A и γ в качестве подгоночных параметров ($\sigma_c = 0.5e^2/h$). Отклонение экспериментальных точек от расчетных кривых при $T < 3 \text{ К}$, по-видимому, связано с переходом к прыжковой проводимости по локализованным состояниям на уровне Ферми, которая обычно доминирует при достаточно низких температурах. Найденные из подгонки значения энергии активации в зависимости от B (или фактора заполнения ν) для двух образцов представлены на рис. 4.

4.1. Щели подвижности

Из рис. 4 видно, что энергия активации достигает максимальных значений E_A^{\max} вблизи целочисленных факторов заполнения $\nu = 1, 2$ или 4. Ширина щели подвижности, оцененная как $2E_A^{\max}$, в исследованных образцах составляет $W \approx (2-2.5) \text{ мэВ}$ для $\nu = 1$ и $\nu = 2$, а также $W \approx (0.5-1) \text{ мэВ}$ для $\nu = 4$.

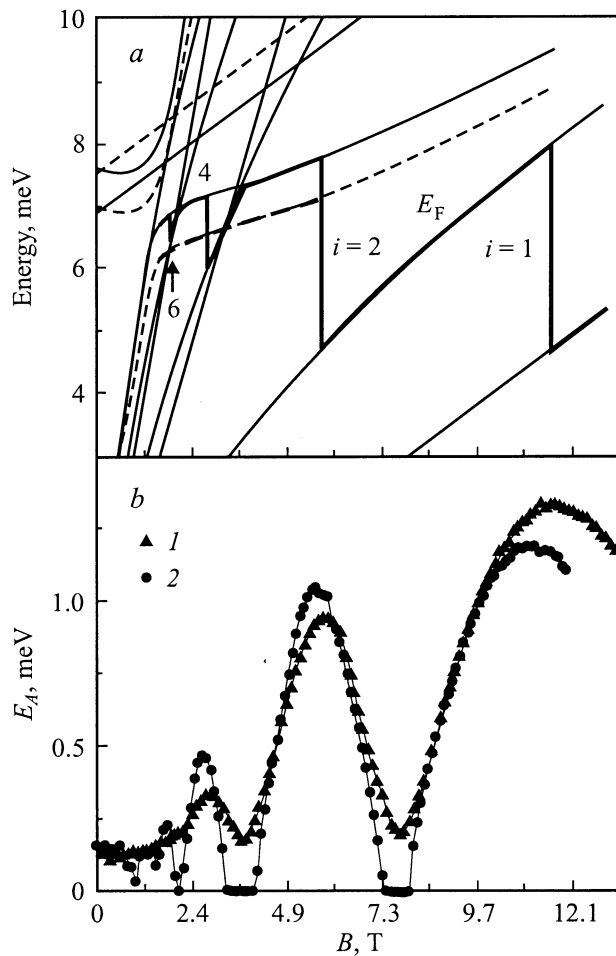


Рис. 4. a — рассчитанный энергетический спектр уровней Ландау: сплошные линии — для образца II ($d = 214 \text{ \AA}$) и штриховые — для образца I ($d = 220 \text{ \AA}$). b — зависимости энергий активации от величины магнитного поля для образцов: 1 — I, 2 — II.

Величина W тесно связана с энергетическим зазором между соседними уровнями Ландау: $W \simeq |E_N - E_{N+1}|$ с точностью порядка γ . Для простой параболической зоны в гетероструктурах GaAs/AlGaAs [8,11] или Si-MOSFET [8] с проводимостью n -типа энергия активации для целочисленных ν практически совпадает с половиной циклотронной энергии: $E_A = \hbar\omega_c/2$, что предполагает достаточную малость ширины полосы локализованных состояний. В исследованных нами гетероструктурах Ge/Ge_{1-x}Si_x с проводимостью p -типа определение щелей подвижности по энергии активации может служить способом восстановления вида спектра уровней Ландау валентной зоны германия.

Комбинированное действие пространственного ограничения (confinement) и квантующего магнитного поля на четырехкратно вырожденную в объемном кристалле при $B = 0$ валентную зону Ge приводит к сложному виду спектра магнитных уровней двумерного дырочного газа [15]. Аналитическое решение возможно только в пределе малых магнитных полей, когда энергия магнитных подуровней много меньше расщепления Δ_{12} между первым и вторым подуровнями пространственного квантования. В этом случае уровни Ландау основной пространственной подзоны линейно смещаются с магнитным полем:

$$E^\pm(N) = \left\{ (\gamma_1 + \gamma) \left(N \mp \frac{3}{2} \right) \pm \frac{3}{2} \kappa \right\} \hbar\omega_0, \quad (11a)$$

где $N = -1, 0, 1 \dots$ для E^- ; $N = 2, 3, 4 \dots$ для E^+ ; γ_1, γ и κ — параметры Латтинжера и $\hbar\omega_0 = eB/m_0$, m_0 — масса свободного электрона. Выражение (11a) можно представить в эквивалентной форме [18]:

$$E^\pm(L) = \left(L + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c \pm g^* \mu_B B, \quad (11b)$$

где $L = 0, 1, 2 \dots$ ($L = N+1$ для E^- и $L = N-1$ для E^+), $\hbar\omega_c = eB/m^*$, μ_B — магнетон Бора, $m^* = m_0/(\gamma_1 + \gamma)$ и $g^* = 3\kappa$. Для Ge $m^* = 0.054m_0$, $g^* = 10.2$ и спиновое расщепление близко к половине орбитального: $2g^* \mu_B B / \hbar\omega_c = 0.54$.

В более высоком магнитном поле при $\hbar\omega_c \gtrsim \Delta_{12}$ перемешивание состояний легких и тяжелых дырок приводит к тому, что зависимость уровней Ландау от магнитного поля становится существенно нелинейной, что приводит к их неэквидистантности и возникновению точек случайного вырождения (пересечения уровней).

Типичная картина зависимости уровней Ландау от магнитного поля, рассчитанная в [15] для исследованных образцов, приведена на рис. 2, с. Расчет выполнен в модели бесконечно глубокой прямоугольной квантовой ямы при использовании гамильтониана Латтинжера для зоны симметрии Γ_8 в магнитном поле [19]. Магнитные уровни в размерно-квантованной валентной зоне группируются в два независимых множества, обозначенных буквами c и s . Здесь можно провести аналогию с трехмерным случаем, когда при нулевой проекции волнового

вектора на направление магнитного поля k_H уровни также группируются в две серии a и b [20]. Однако, поскольку в двумерном случае изначально полагается $k_H \neq 0$, что необходимо при наложении граничных условий вдоль магнитного поля, не существует однозначного соответствия между сериями a и b , с одной стороны, и сериями c и s — с другой. Только самый нижний уровень (-1) как в двух, так и в трех измерениях имеет одну и ту же природу: $b(-3/2)$ — в терминах работы [20]. На рис. 2, с в обозначениях уровней цифра перед буквами c или s ($N = -1, 0, 1 \dots$) указывает номер уровня Ландау; цифра ($n = 1, 2$) в нижних индексах букв c или s — порядковый номер подзоны размерного квантования. В пределах одной серии (c или s) уровни Ландау с одинаковыми номерами N , принадлежащие разным подзонам размерного квантования, расталкиваются ($2s_1$ и $2s_2$ на рис. 2, с). Усложнение структуры зоны обусловлено происходящим по мере увеличения магнитного поля перемешиванием состояний тяжелых и легких дырок, а также состояний различных подзон размерного квантования. Поэтому наряду с пересечениями магнитных уровней различных подзон происходят также и взаимопересечения уровней, принадлежащих одной подзоне.

Как видно из рис. 2, с, проведение аналогий с простой параболической зоной в данном случае затруднительно. Поэтому неудивительно, что найденные в полях $B \simeq 10$ Тл щели подвижности почти на порядок меньше формально вычисленной величины циклотронной энергии $\hbar\omega_c \approx 20$ мэВ для $m_c = 0.054m_0$ при $B \approx 10$ Тл. Соотношение $W \ll \hbar\omega_c$ связано, во-первых, с сублинейной зависимостью от B уровня $2c_1$ для $\nu = 1$, и, во-вторых, с включением в систему актуальных уровней Ландау, по которым движется уровень Ферми, магнитного уровня $2s_2$ второй подзоны размерного квантования (см. рис. 4, а). На рис. 4 детально представлены результаты расчета системы актуальных уровней Ландау для каждого из исследованных образцов в сопоставлении с экспериментальными зависимостями $E_A(B)$. Оказалось, что сравнительно малая (в пределах 10%) коррекция номинально заданной ширины квантовой ямы $d = 200$ Å позволяет получить точное количественное описание энергетических зазоров W для каждого из образцов, как для фактора заполнения ν_1 — величины W_1 , так и для фактора ν_2 — величины W_2 . Подчеркнем, что даже наблюдаемую разницу в величинах W_1 и W_2 , а также отношения W_1/W_2 для двух близких по параметрам образцов I и II удается описать в рамках предложенной модели расчета. Именно включение уровней Ландау второй подзоны размерного квантования в систему актуальных уровней приводит к возможности такого описания. Как видно из схемы квантованных уровней на рис. 4, а, изменение соотношения W_1 и W_2 в образце I по сравнению с образцом II может быть получено при некотором понижении уровней второй подзоны (уменьшения Δ_{12}) из-за увеличения ширины квантовой ямы d . Из-за сильной чувствительности положения дна второй

подзоны к ширине ямы ($\Delta_{12} \propto 1/d^2$) необходимые коррекции величины d очень малы: от 200 до 214 Å для образца II и от 200 до 220 Å для образца I.

4.2. Плотность локализованных состояний

Из анализа зависимостей $E_A(B)$ можно получить информацию о положении уровня Ферми для заданного магнитного поля (числа заполнения), о величине производной dE_F/dB (dE_F/dv) и, следовательно, согласно (9), о ПС в щели подвижности. На рис. 5 представлена плотность локализованных состояний $g(E)$ в окрестности чисел заполнения $\nu = 1$ и $\nu = 2$ для одного из исследованных образцов ($E = 0$ соответствует середине расстояния между соседними уровнями Ландау). Видно, что $g(E)$ слабо зависит от E в большей части энергетического интервала между уровнями Ландау и величина „фоновой“ ПС g_c составляет $(5-7) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \text{ мЭВ}^{-1}$ как для $\nu = 1$, так и для $\nu = 2$. Таким образом, даже в середине щели подвижности плотность локализованных состояний имеет величину, сравнимую с ПС двумерного дырочного газа без магнитного поля. Величину ПС при $B = 0$ можно оценить как $g_0 = m/\pi\hbar^2 = 4.4 \cdot 10^{10} \text{ см}^2 \text{ мЭВ}^{-1}$, где мы использовали значение массы на уровне Ферми $m = 0.1m_0$, полученное из анализа осцилляций Шубникова–де-Гааза в области слабых магнитных полей [16].

Наличие большой, слабо зависящей от энергии „фоновой“ ПС в щелях подвижности для системы $p\text{-Ge/Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ со сложным спектром валентной зоны качественно соответствует результатам предыдущих работ для гетероструктур AlGaAs/GaAs [8,11], InGaAs/InP [13] и Si-MOSFET [12] с проводимостью электронного типа. Что касается величины g_c , то найденные нами значения примерно на порядок превосходят соответствующие значения ПС для гетероструктур AlGaAs/GaAs [8] с близкими значениями эффективной массы и концентрации носителей. Это несомненно является следствием малости щелей подвижности W в образцах p -типа из-за сложной структуры валентной зоны: в данном магнитном поле одно и то же число состояний n_B должно распределяться в существенно меньшем энергетическом интервале.

Основываясь на эмпирическом факте относительного постоянства ПС, число локализованных состояний в щели подвижности W_i , т. е. в интервале чисел заполнения от $(i - 1/2)$ до $(i + 1/2)$, можно оценить как

$$n_{\text{loc}} = g_c W_i.$$

Для исследованных образцов имеем $n_{\text{loc}} \approx (1-1.5) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ для $i = 1$ и $n_{\text{loc}} \approx (5-7) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ для $i = 2$, что сравнимо с полным числом состояний $n_B^{(i)} = eB_i/\hbar c$ для $\nu = i$: $n_B^{(1)} \approx 2.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ($B_1 = 11.2 \text{ Тл}$) и $n_B^{(2)} \approx 1.25 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ($B_2 = 5.5 \text{ Тл}$). Этот результат находится в соответствии с представлениями, что в режиме квантового эффекта

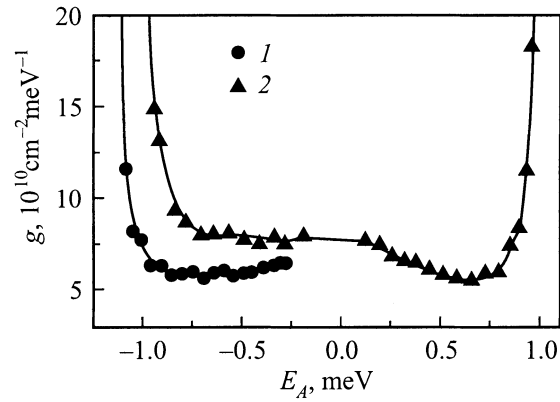


Рис. 5. Плотность состояний в зависимости от энергии активации для факторов заполнения ν : 1 — 1, 2 — 2 для образца II; $E = 0$ соответствует середине энергетического интервала между двумя уровнями Ландау.

Холла (КЭХ) большая часть электронных состояний должна быть локализована [4].

Действительно, общепринято, что в режиме КЭХ беспорядок локализует почти все состояния, за исключением малой доли делокализованных (extended) состояний (n_{ext}) вблизи центра каждого из уширенных уровней Ландау. Эмпирически соотношение доли делокализованных и локализованных состояний можно оценить из данных по зависимости $\rho_{xy}(B)$ при низких температурах T ($kT \ll W$, $kT \lesssim \gamma$) [17]:

$$\frac{n_{\text{ext}}}{n_{\text{loc}}} = \frac{\delta B}{\Delta B},$$

где ΔB есть интервал магнитных полей, соответствующий области плато КЭХ, а δB — интервал полей, соответствующий области перехода между соседними плато. В исследованных образцах при наименьшей температуре $T = 0.1 \text{ К}$ величина $\delta B/\Delta B \approx 0.1$ для пика 0^- , т. е. $n_{\text{ext}}/n_{\text{loc}}$ для $i = 1, 2$ составляет примерно 10%.

Объяснения, однако, требует несколько парадоксальный вывод о том, что почти вся ПС довольно равномерно распределена в щели подвижности. Отметим, что это получено лишь для случая, когда уровень Ферми находится в щели подвижности.

4.3. Оценка параметров примесного потенциала

Большинство исследователей плотности состояний (ПС) в режиме КЭХ обращало внимание на невозможность даже качественного объяснения полученных результатов в рамках представлений для однородной 2D-системы с мелкомасштабным примесным потенциалом. Дело в том, что в квантовом пределе уширение уровней Ландау Γ вследствие отщепления локализованных состояний короткодействующим потенциалом должно быть много меньше расстояния между этими

уровнями, $\Gamma \ll W$. Это сильное неравенство заведомо выполнено в режиме КЭХ, поскольку даже в значительно меньших полях $B \gtrsim 1$ Тл отчетливо проявляются осцилляции Шубникова-де-Гааза, существование которых требует выполнения по крайней мере простого неравенства, $\Gamma < W$.

Для короткодействующего примесного потенциала в квантовом пределе можно получить достаточно надежную оценку Γ :

$$\Gamma/W \approx (\mu B/c)^{-1/2}. \quad (12)$$

Используя экспериментальные значения подвижности для исследованных образцов в поле $B = 10$ Тл находим $W/\Gamma = (4-5)$. Для гауссовой формы ПС в середине щели подвижности имеем

$$g(W/2)/g_0 \propto \exp[-(W/2\Gamma)^2], \quad (13)$$

и $g(W/2)$ на 2–3 порядка меньше экспериментальных значений g_c .

Однако картина ПС существенно меняется, если рассмотреть спектр электронов в поле случайного плавного потенциала. Существование крупномасштабных флуктуаций примесного потенциала в сочетании с осцилляционной зависимостью ПС от положения уровня Ферми (от числа заполнения) позволяет дать физически ясную интерпретацию наблюдаемого вида ПС в режиме КЭХ. Идея этого объяснения высказана в ранней работе Шкловского и Эфроса [21] и далее успешно развивалась в серии работ Эфроса с соавт. (см. [22–24] и ссылки там). В работах [21–24] показано, что крупномасштабный плавный потенциал формируется вследствие случайного распределения примесей в области селективного легирования.

Для примесных потенциалов $V(r)$, плавных на масштабе магнитной длины $l_B = (c\hbar/eB)^{1/2}$, локализация в режиме КЭХ может обсуждаться в терминах квазиклассического квантования и теории протекания (см., например, [25] и ссылки там). Пусть характерный масштаб изменения потенциала $L_c \gg l_B$. В квазиклассическом приближении энергию электрона в квантующем магнитном поле можно записать как

$$E_N(r_0) = (N + 1/2)\hbar\omega_c + V(r_0), \quad (14)$$

где r_0 — координата центра осциллятора. Таким образом, плавный потенциал снимает вырождение состояний по r_0 , и в этом приближении уровень Ландау E_N зависит от пространственных координат. Каждый уровень Ландау изогнут в пространстве в соответствии с зависимостью $V(r)$. Электронные состояния с энергией E лежат на контурах случайного потенциала $V(r) = E$. Эти контуры образуют замкнутые траектории и, таким образом, соответствуют локализованным (в масштабах всего образца) состояниям для всех энергий, за исключением единственной для каждого уровня Ландау энергии $E = E_c^N$, для которой соответствующие контуры

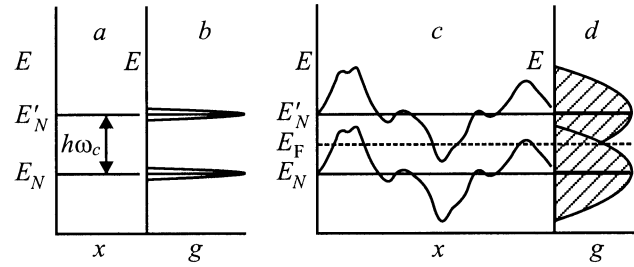


Рис. 6. Зависимость положения уровня Ландау от координаты для случая однородной среды (a) и отвечающая ей зависимость плотности состояний от энергии с учетом столкновительного уширения (b). Зависимость положения уровня Ландау от координаты в случае крупномасштабных флуктуаций потенциала (c) и отвечающая ей зависимость плотности состояний от энергии (d). На рис. d заштрихованы области локализованных состояний, жирной линией выделены области делокализованных состояний.

образуют бесконечный кластер, и имеется протекание через хаотический примесный потенциал.

Если амплитуда случайного потенциала $F \geq \hbar\omega_c$, то, очевидно, существуют состояния между уровнями Ландау. При этом интегральная по образцу ПС состоит из набора делокализованных состояний при $E = E_c^N$ и локализованных состояний при $E \neq E_c^N$, что и необходимо для картины КЭХ. Однако локально ПС остается идеальной: уровень Ландау за счет плавного потенциала не уширяется, а только изгибается, так что соседние уровни Ландау в каждой точке пространства не перекрываются, что также необходимо для наблюдения КЭХ. Интегрально роль „неперекрывающихся уровней Ландау“ играют предельно узкие полосы делокализованных состояний вблизи критической энергии E_c^N каждого из уровней (рис. 6).

Чтобы оценить значение параметров L_c и F для наших образцов, воспользуемся моделями, предложенными в работах [21–24]. Из ряда разработанных моделей флуктуационного примесного потенциала в селективно-легированных 2D-системах мы выбрали следующие.

1. Модель двумерного электронного газа в плоскости $z = 0$, окруженного случайно распределенными в слое между плоскостями $z = -b$ и $z = b$ заряженными центрами с объемной концентрацией N . Для амплитуды случайного потенциала F масштаба L для толстого слоя $b \gg L$ имеем [21]:

$$F(L) = \beta \frac{e^2 \sqrt{NL}}{\kappa}, \quad (15)$$

где β — численный коэффициент ($\beta \approx 0.1$ [22]).

2. Та же модель с ограниченной шириной распределения примесей $b < L$ дает:

$$F(L) = \beta \frac{e^2}{\kappa} \sqrt{\frac{N}{b}} \frac{L}{b}. \quad (16)$$

3. Модель структуры с широким спейсером, первоначально развитая в [22] (см. также [23,24] и ссылки

там), — плоскость, содержащая двумерный электронный газ, и плоскость, содержащая случайно распределенные примеси с поверхностной концентрацией C и отделенная от первой расстоянием d_s . В этом случае [23]

$$F(L) = \sqrt{2\pi} \frac{e^2 \sqrt{C}}{\kappa} \sqrt{\ln \frac{L}{2d_s}}. \quad (17)$$

Из (15)–(17) видно, что во всех случаях амплитуда случайного потенциала тем больше, чем больше L , и только экранирование может привести к конечному значению F .

Оптимальный размер флуктуации L_c определяется из условий экранирования флуктуаций потенциала за счет перераспределения электронной плотности. Нас интересует ситуация вблизи целых чисел заполнения. Полностью заполненные (как, естественно, и полностью пустые) уровни Ландау не могут принимать участие в экранировании (во всяком случае, для слабого электрон-электронного взаимодействия [24,26]), так как пространственное перераспределение электронов (дырок) в этом случае невозможно. Поэтому вблизи $\nu = i$ лишь малое число $\delta n \ll n_B$ носителей может перераспределяться в пространстве, и мы находимся в условиях нелинейного экранирования по Шкловскому–Эфросу [27] („порогового“ экранирования в терминологии [3]). При точном равенстве $\nu = i$ экранирование осуществляется за счет перекрытия флуктуирующего потенциала от двух соседних уровней Ландау, т.е. амплитуда крупномасштабных флуктуаций оказывается порядка соответствующей щели в энергетическом спектре: $F \approx W$. Ситуация при $\nu = i$ очень напоминает экранирование крупномасштабного потенциала для полностью компенсированного полупроводника (см. [27], §46).

Для исследованных нами структур $N \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и межпримесное расстояние ($N^{-1/3} \approx 200 \text{ \AA}$) сравнимо по величине как с шириной $2D$ -слоя $d \approx 200 \text{ \AA}$, так и с шириной легированной части образца $d_a = 100 \text{ \AA}$. В результате описанные выше модели применимы лишь как предельные случаи.

Основанием для использования моделей, изложенных в п. 1 или п. 2, применительно к исследованным структурам можно считать то обстоятельство, что номинальная ширина спейсера равна 50 \AA , что меньше среднего расстояния между примесями. Для ПС в центре щели подвижности $W \approx 2 \text{ мэВ}$ как в случае 1, так и 2 имеют [21]

$$g_c(W/2) = \frac{4\beta e^2 N}{\kappa W^2} \approx 7.2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \text{ мэВ}^{-1}. \quad (18)$$

Оптимальный размер флуктуаций, определяемый из условия $F \approx W$, при этом равен: $L_c \approx 1000 \text{ \AA}$ для случая 1 и $L_c \approx 450 \text{ \AA}$ для случая 2. Так как эффективная толщина слоя примесей $b = d_a + d_s = 150 \text{ \AA}$, более разумно использовать для оценок модель 2.

Модель 3 с широким спейсером применима при d_s много больше, как ширины $2D$ -слоя, так и ширины

легированной части образца. Эта модель с $d_s = 300 \text{ \AA}$ была успешно использована Эфросом и др [23] для количественного описания экспериментальных данных Вейса и др [8] для ПС в GaAs/AlGaAs. Если в качестве спейсера рассматривать в нашем случае расстояние между центрами $2D$ -слоя и легированной части барьера, то $d_s = 200 \text{ \AA}$, что сравнимо со всеми прочими размерами, и на пределе возможности мы используем модель 3. Тогда для $W \approx 2 \text{ мэВ}$ и $C = Nd_a$ имеем [23] (дополнительный множитель 2 учитывает легирование слоев GeSi как выше, так и ниже данного слоя Ge)

$$g_c(W/2) \approx 2 \frac{2}{7} \frac{\sqrt{C}}{W d_s} = 4.6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \text{ мэВ}^{-1}, \quad (19)$$

$$L_c \approx 400 \text{ \AA}.$$

Видим, что без каких-либо подгоночных параметров разумные по порядку величины оценки для $g_c(W/2)$ дают как модель с ограниченным объемным распределением примесей ($d < L_c$), так и модель со спейсером ($2D$ -распределение примесей). Достаточно надежной можно полагать оценку для масштаба флуктуаций $L_c = (400–500) \text{ \AA}$, полученную из обеих моделей. При этом существенно, что характерный размер флуктуаций действительно заметно больше магнитной длины (при $B = 10 \text{ Тл}$ $l_B \approx 80 \text{ \AA}$).

Итак, наблюдаемую величину ПС в щели подвижности наиболее естественным образом удастся объяснить в рамках модели нелинейного экранирования, когда концентрация экранирующих электронов δn , а следовательно, и ширина уровня Ландау (интегральная по образцу) зависят от числа заполнения. В частности, при целочисленном заполнении величина δn самосогласованно определяется степенью перекрытия флуктуационных потенциалов соседних уровней Ландау. В результате при $\nu = i$ уровни Ландау за счет крупномасштабных флуктуаций потенциала сильно уширены, и ПС между уровнями (интегрально по образцу) оказывается большой.

С другой стороны, считается, что при полужелом заполнении, когда уровень Ферми лежит в области делокализованных состояний, крупномасштабные флуктуации заэкранированы, уровни Ландау сильно сужены (их ширина порядка столкновительного уширения \hbar/τ) и ПС в щелях подвижности становится экспоненциально малой [3,22,23].

5. Заключение

Анализ активационной температурной зависимости магнитосопротивления в области плато КЭХ позволил восстановить вид энергетического спектра дырок $2D$ -слоя Ge в квантующем магнитном поле. Оценены энергетические зазоры W_1 между уровнями Ландау, а также значения плотности локализованных состояний g_c в щелях подвижности для целочисленных факторов

заполнения $\nu = 1$ и $\nu = 2$. Оказалось, что найденные значения $W_{1,2} = (2-2.5)$ мэВ существенно (в 5–10 раз) меньше, чем дают оценки для простой параболической зоны ($W = \hbar\omega_c$) с эффективной массой $m = 0.054m_0$, соответствующей массе на дне зоны для 2D-слоя Ge ($W_1 \approx 20$ мэВ, $W_2 \approx 10$ мэВ). Проведенные расчеты спектра валентной зоны для 2D-слоя Ge в квантующем магнитном поле показали, что как сравнительно малые значения W_i , так и их слабая зависимость от числа заполнения обусловлены сублинейной зависимостью от магнитного поля соответствующих уровней Ландау. Наблюдаемая сложная картина уровней Ландау есть следствие перемешивания состояний легких и тяжелых дырок в условиях размерного квантования.

Найденные значения ПС в щелях подвижности для $\nu = 1$ и $\nu = 2$: $g_c = (5-7) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \text{ мэВ}^{-1}$ примерно на порядок превосходят соответствующие значения для исследованных ранее образцов n -типа с близкой концентрацией носителей. Мы полагаем, что это также является следствием малости щелей подвижности в образцах p -типа из-за сложной структуры валентной зоны.

Анализ величины фоновой ПС в середине щели подвижности на основе имеющихся в литературе моделей флуктуационного примесного потенциала позволил нам получить оценку пространственного масштаба флуктуаций (длины нелинейного экранирования). Найденные значения $L_c = (400-500) \text{ \AA}$ существенно превышают величину магнитной длины в режиме КЭХ ($B > 5 \text{ Тл}$), что подтверждает крупномасштабный характер примесного потенциала в исследованных системах $p\text{-Ge/Ge}_{1-x}\text{Si}_x$.

Работа поддержана грантами РФФИ № 99-02-16256, 01-02-17685, 01-02-06131 и грантом Уральского отделения Российской академии наук.

Список литературы

- [1] R.B. Laughlin. Phys. Rev. B, **23**, 5632 (1981).
- [2] V.I. Halperin. Phys. Rev. B, **25**, 2185 (1982).
- [3] И.В. Кукушкин, С.В. Мешков, В.Б. Тимофеев. УФН, **155**, 219 (1988).
- [4] В кн.: *Квантовый эффект Холла*, под ред. Р. Пренджа, С. Гирвина (М., Мир, 1989).
- [5] Н. Мотт, Э. Девис. *Электронные процессы в некристаллических веществах* (М., Мир, 1974).
- [6] S. Das Sarma, D. Liu. Phys. Rev. B, **48**, 9166 (1993).
- [7] Y. Katayama, D.C. Tsui, M. Shayegan. Phys. Rev. B, **49**, 7400 (1994).
- [8] D. Weiss, E. Stahl, G. Weimann, K. Ploog, K. von Klitzing. Surf. Sci., **170**, 285 (1986).
- [9] A. Usher, R.J. Nicholas, J.J. Harris, C.T. Foxon. Phys. Rev. B, **41**, 1129 (1990).
- [10] R.G. Clark. Physica Scripta, **39**, 45 (1991).
- [11] P. Svoboda, G. Natchtwei, G. Breitlow, S. Heide, M. Cukr. Cond-mat/9612053.
- [12] М.Г. Гаврилов, И.В. Кукушкин. Письма ЖЭТФ, **43**, 79 (1986).
- [13] H.P. Wei, A.M. Chang, D.C. Tsui, M. Razeghi. Phys. Rev. B, **32**, 7016 (1985).
- [14] B.A. Aronzon, N.K. Chumakov, J. Leotin, J. Galibert, L. Es-salen, A.L. Chernov, O.A. Kuznetsov, L.K. Orlov, R.A. Rubtsova, O.A. Mironov. Superlat. Microstruct., **13**, 159 (1993).
- [15] Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, М.В. Якунин, В.Н. Неверов, А.В. Германенко, Г.М. Миньков. Письма ЖЭТФ, **59**, 247 (1994).
- [16] Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, О.А. Кузнецов, В.Н. Неверов, Г.И. Харус, Н.Г. Шелушина, Л.К. Орлов, А.Л. Чернов, Г.Л. Штрапенин. ФТП, **27**, 1165 (1993).
- [17] Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, О.А. Кузнецов, В.Н. Неверов, Г.И. Харус, Н.Г. Шелушина. ФТП, **31**, 273 (1997).
- [18] R.W. Martin, R.J. Warburton, R.G. Nicolas, G.J. Rees, S.K. Haywood, N.J. Mason, R.G. Walker, M. Enemy, L.K. Howard. Proc. XX Int. Conf. Phys. Semicond. (Thessaloniki, 1990) p. 909.
- [19] J.M. Luttinger. Phys. Rev., **102**, 1030 (1956).
- [20] Y. Guldner, C. Rigaux, M. Grynberg, A. Mycielski. Phys. Rev. B, **8**, 3875 (1973).
- [21] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. Письма ЖЭТФ, **44**, 520 (1986).
- [22] A.L. Efros. Sol. St. Commun., **70**, 253 (1989).
- [23] A.L. Efros, F.G. Pikus, V.G. Burnett. Phys. Rev. B, **47**, 2233 (1993).
- [24] A.L. Efros. Cond-mat/9905368.
- [25] B. Huckestein. Rev. Mod. Phys., **67**, 357 (1995).
- [26] N.R. Cooper, J.T. Chalker. Phys. Rev. B, **48**, 4530 (1993).
- [27] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. *Электронные свойства легированных полупроводников* (М., Наука, 1979).

Редактор Т.А. Полянская

Evaluation of mobility gaps and hole density of states for $p\text{-Ge/Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ heterostructures in quantum Hall effect regime

Yu.G. Arapov, O.A. Kuznetsov*, V.N. Neverov, G.I. Harus, N.G. Shelushina, M.V. Yakunin

Institute of Metal Physics,
Ural branch of Russian Academy of Sciences,
620219 Ekaterinburg, Russia

* Scientific-Research Physico-Technical Institute,
Nizhnii Novgorod State University,
603600 Nizhnii Novgorod, Russia

Abstract The temperature ($0.1 \lesssim T \lesssim 20 \text{ K}$) and magnetic field ($0 \lesssim B \lesssim 12 \text{ T}$) dependences of both longitudinal (ρ_{xx}) and Hall (ρ_{xy}) resistivities for the $p\text{-Ge/Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ ($x = 0.07$) multilayer heterostructures with hole densities $p = (2.4-2.6) \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ and mobilities $\mu = (1.1-1.7) \cdot 10^4 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ were found. The two-dimensional hole gas energy spectrum parameters in a quantum Hall effect regime were obtained. The width of the mobility gap is $W = (2.0-2.5) \text{ meV}$ for the filling factors $\nu = 1$ and 2, but the background density of states value is $g_c = (5-7) \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ meV}^{-1}$. The large-scale impurity potential models for the selectively-doped two-dimensional systems are used for the interpretation of results obtained.