Влияние радиального электрического поля на поглощение в квантованном сферическом слое

© В.А. Арутюнян

Государственный инженерный университет Армении, Гюмрийский образовательный комплекс,
377503 Гюмри, Республика Армения

(Получена 22 августа 2001 г. Принята к печати 29 августа 2001 г.)

Рассмотрены электронные состояния в квантованном сферическом слое при наличии статического радиального поля. Получены выражения для энергетического спектра и волновых функций носителей заряда. Коэффициент электропоглощения носит резонансный характер, причем в каждой подзоне наблюдаются осцилляции, обусловленные электрическим полем. Наличие электрического поля приводит также к смещению края поглощения в коротковолновую область. С увеличением поля в каждой подзоне размерного квантования наблюдается слабый рост коэффициента поглощения.

Наряду со многими низкотемпературными полупроводниками в последнее время интенсивно исследуются также и различные многослойные наногетероструктуры со сферической симметрией (см., например [1–5]). В этой связи определенный интерес представляет рассмотрение свойств "одинарной" компоненты подобных структур — квантованного сферического слоя, в частности исследование изменений физических параметров образца под действием различных статических полей. Причем геометрическая специфика образца дает возможность "проследить" воздействие на образец не только сугубо "внешних" полей [6–9], но и полей, источник которых может находиться уже внутри самого образца [10], к примеру, заряженная примесь, ион, заряженная микросфера, покрытые нанокристаллической сферической оболочкой.

В настоящей работе рассмотрено влияние постоянного радиального электрического поля на форму полосы оптического поглощения в квантованном сферическом слое.

1. Электронные состояния в слое при наличии радиального поля

Если аппроксимировать слой бесконечно глубокой потенциальной ямой, то движение носителей заряда в пределах слоя можно описать как движение в поле со следующим модельным потенциалом:

$$U(r) = \begin{cases} \infty, & \text{когда} \;\; r \le R_1,\; r \ge R_2 \\ \dfrac{\gamma}{r}, & \text{когда} \;\; R_1 < r < R_2, \end{cases} \qquad (1)$$

где R_1, R_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы слоя, γ — константа взаимодействия заряженной частицы с источником поля. Представив радиальную волновую функцию в виде

$$\psi(r) = \frac{\chi(r)}{r} \qquad (2)$$

для соответствующего уравнения Шредингера в приближении изотропной эффективной массы, получаем

$$\frac{\hbar^2}{2m}\chi'' + E\chi - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\chi - \frac{\gamma}{r}\chi = 0, \qquad (3)$$

где m — изотропная эффективная масса носителя заряда, E — энергия частицы, l — орбитальное квантовое число. В дальнейшем нас будет интересовать случай "тонкого" слоя, когда его толщина L много меньше боровского радиуса 3D экситона a_0:

$$L \ll a_0. \qquad (4)$$

Одновременно будем считать, что слой достаточно "удален" от источника, т.е. выполняется условие

$$L \ll R_1. \qquad (5)$$

Иначе говоря, "эффективная боровская энергия" γ/R_1 в данном случае оказывается много меньшей энергии размерного квантования. Введя теперь переменную $\rho = r - R_1$ и ограничиваясь в пределах слоя 1-м порядком по параметру $\rho/R - 1$, с учетом (4)–(5) вместо (3) получаем

$$\chi''(\rho) + \frac{2m}{\hbar^2}(\mathcal{E} + F\rho)\chi(\rho) = 0, \qquad (6)$$

где введены обозначения

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E} &= E - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR_1^2} - \frac{\gamma}{R_1} \\ FL &= \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR_1^2}\,\frac{2L}{R_1} + \frac{\gamma}{R_1}\cdot\frac{L}{R_1} \end{aligned}\right\}. \qquad (7)$$

Переходя теперь к безразмерной переменной

$$\xi = \left(\rho + \frac{\mathcal{E}}{F}\right)\left(\frac{2mF}{\hbar^2}\right)^{1/3}, \qquad (8)$$

приходим к уравнению

$$\chi''(\chi) + \xi\chi(\xi) = 0. \qquad (9)$$

Его решения, как известно [11], даются линейной комбинацией функций Эйри первого $Ai(\xi)$ и второго $Bi(\xi)$ рода:

$$\chi(\xi) = C_1 Ai(-\xi) + C_2 Bi(-\xi), \tag{10}$$

где C_1, C_2 — нормировочные константы.

Энергетический спектр носителей будет определяться из граничных условий:

$$\begin{cases} C_1 Ai(-\xi_0) + C_2 Bi(-\xi_0) = 0 \\ C_1 Ai(-\xi_L) + C_2 Bi(-\xi_L) = 0, \end{cases} \tag{11}$$

где ξ_0 и ξ_L — значения переменной ξ на границах слоя соответственно при $\rho = 0$ и $\rho = L$. Из соотношений (7) нетрудно видеть, что $FL \ll \mathcal{E}$.

С другой стороны, если представить ξ_0 и ξ_L в виде

$$\xi_0 = \pi^{\frac{2}{3}} \frac{\mathcal{E}}{F} \left(\frac{FL}{\varepsilon_1}\right)^{\frac{1}{3}},$$

$$\xi_L = \pi^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{\mathcal{E}}{FL}\right) \left(\frac{FL}{\varepsilon_1}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{12}$$

где $\varepsilon_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$ — первый "пленочный" уровень энергии радиального движения, то для ξ_0 и ξ_L будем иметь

$$\xi_0, \xi_L \gg 1. \tag{13}$$

Воспользовавшись теперь асимптотическим разложением функций Эйри для больших значений аргумента [11], после несложных вычислений для энергетического спектра носителей заряда получаем

$$\mathcal{E}_{n,l} \cong \varepsilon_1 n^2 - \frac{FL}{2} \quad (n = 1, 2, \dots), \tag{14}$$

$$E_{n,l} \cong \varepsilon_1 n^2 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR_1^2} \left(1 + \frac{L}{R_1}\right)^{-1} + \frac{\gamma}{R_1} \left(1 + \frac{L}{R_1}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

И, соответственно, для волновой функции радиального движения

$$\psi_{n,l}(\rho) \cong \sqrt{\frac{2}{L}} (1 + \alpha_{n,l}\rho) \frac{\sin(\beta_{n,l}\rho L)}{\rho + R_1}, \tag{15}$$

где параметры $\alpha_{n,l}$ и $\beta_{n,l}$ задаются выражениями

$$\alpha_{n,l} = \frac{F}{4\mathcal{E}_{n,l}}, \quad \beta_{n,l} = \frac{\pi}{L} \left(\frac{\mathcal{E}_{n,l}}{\varepsilon_1}\right)^{1/2}. \tag{16}$$

Как видим, в рамках рассматриваемой модели энергия носителей в слое представляет собой сумму трех слагаемых, обусловленных соответственно радиальным квантованным движением, орбитальным движением и энергией, сообщаемой частице полем. Причем нетрудно видеть, что при $R_1 \to \infty$ выражения (14)–(15) сводятся к случаю "обычной" пленки (см., например [12]).

2. Межзонные переходы

Рассчитаем теперь в дипольном приближении коэффициент электропоглощения для межзонных оптических переходов в слое.

Предположим, что свет падает вдоль оси x и имеет линейную поляризацию (вдоль оси z). Тогда в дипольном приближении для возмущения, связанного со световой волной, будем иметь

$$\widehat{V} = i\hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c} \left(\cos\vartheta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right), \tag{17}$$

где m_0 — масса свободного электрона, e — его заряд, c — скорость света в вакууме, A_0 — амплитуда падающей волны, ϑ — полярный угол. Полная волновая функция электрона будет представлять собой произведение радиальных функций из (15) и шаровых функций $Y_{l,m}(\vartheta, \varphi)$. Вид последних хорошо известен (см., например, [13]) и выписывать их явный вид мы здесь не будем.

Интегрирование по угловым переменным приводит к следующим правилам отбора: возможны переходы только между состояниями, для которых $m_c = m_v$, $l_c = l_v + 1$, где m_k — азимутальное число, а индексы v, c относятся соответственно к валентной зоне и зоне проводимости. А для матричного элемента межзонных переходов получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} M_{c,v} = \hbar \frac{2|e|A_0}{m_0 c} \frac{2}{L} \sqrt{\frac{(l_v+1)^2 - m_v^2}{(2l_v+3)(2l_v+1)}} \\ \times \left\{ \frac{1}{2R_1}(1 + l_v - \alpha_v R_1) f_1(\beta_c, \beta_v) + \beta_v(\alpha_c + \alpha_v) \right. \\ \left. \times \left(\frac{L}{2} f_3(\beta_c, \beta_v) - f_2(\beta_c, \beta_v)\right) - \beta_v f_4(\beta_c, \beta_v) \right\}, \end{aligned} \tag{18}$$

где функции $f_i(\beta_c, \beta_v)$ следующие:

$$f_1(\beta_c, \beta_v) = \frac{\sin(\beta_c - \beta_v)L}{\beta_c - \beta_v} - \frac{\sin(\beta_c + \beta_v)L}{\beta_c + \beta_v},$$

$$f_2(\beta_c, \beta_v) = \frac{\sin(\beta_c + \beta_v)L}{(\beta_c + \beta_v)^2} - \frac{\sin(\beta_c - \beta_v)L}{(\beta_c - \beta_v)},$$

$$f_3(\beta_c, \beta_v) = \frac{\cos(\beta_c + \beta_v)L}{\beta_c + \beta_v} - \frac{\cos(\beta_c - \beta_v)L}{\beta_c - \beta_v},$$

$$f_4(\beta_c, \beta_v) = \frac{\sin^2 \frac{1}{2}(\beta_c + \beta_v)L}{\beta_c + \beta_v} + \frac{\sin^2 \frac{1}{2}(\beta_c - \beta_v)L}{\beta_c - \beta_v}. \tag{19}$$

Из определения величин α_i, β_i следует, что основной вклад в (18) вносит последнее слагаемое (первые два слагаемых — суть поправки 1-го порядка малости по отношению к $\beta_v f_4(\beta_c, \beta_v)$). Для коэффициента поглощения $K(\omega)$ соответственно получаем

$$K(\omega) = \frac{16\pi^2}{V} \frac{e^2\hbar^2}{\nu m_0^2 c L^2 \omega}$$

$$\times \sum_{n_c, n_v} \sum_{l_v, m_v} \frac{(l_v+1)^2 - m_v^2}{(2l_v+3)(2l_v+1)} \delta(\hbar\omega - E_g - E_{n_c, l_c} - E_{n_v, l_v})$$

$$\times \left| \frac{1}{2R_1} (1 + l_v - \alpha_v R_1) f_1(\beta_c, \beta_v) + \beta_v(\alpha_c + \alpha_v) \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{L}{2} f_3(\beta_c, \beta_v) - f_2(\beta_c, \beta_v) - \beta_v f_4(\beta_c, \beta_v) \right) \right|^2, \quad (20)$$

где ω — частота падающего света, ν — показатель преломления, V — объем системы, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, E_g — ширина запрещенной зоны массивного полупроводника, а начало отсчета энергии ведется от середины запрещенной зоны массивного же образца.

3. Обсуждение результатов

В рамках предложенной модели получаем следующую картину для межзонных оптических переходов.

1. Под действием радиального электрического поля происходит эффективное уширение запрещенной зоны, вследствие чего край поглощения смещается в коротковолновую область на величину

$$\Delta = \frac{2\gamma}{R_1} \left(1 + \frac{L}{R_1} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

2. Вследствие строгой дискретности энергетического спектра носителей поглощение носит резонансный характер относительно частоты падающего света.

3. По состояниям орбитального движения возможны переходы только между состояниями $l_v \to l_c = l_v + 1$ и с одинаковыми азимутальными числами $m_c = m_v$, причем с ростом l_v наблюдается быстрый спад кривой поглощения.

4. Наличие электрического поля приводит к отсутствию каких-либо правил отбора по радиальному квантовому числу $n_{c,v}$, и при поглощении возможны переходы между любыми состояниями размерного квантования радиального движения. Наличие поля приводит также к явной зависимости коэффициента поглощения от эффективной массы носителей (через параметр $\beta_{c,v}$).

5. Анализ "доминантного" слагаемого $\beta_v f_4(\beta_c, \beta_v)$ показывает, что при данной резонансной частоте ω_{cv} коэффициент поглощения имеет осциллирующую зависимость от величины электрического поля. Причем с ростом поля наблюдается медленный рост ($\propto (1+x)^{1/2}$ при $x \ll 1$) огибающей амплитуд осцилляций для "парциального" коэффициента поглощения переходов между подзонами размерного квантования. А в предельном случае отсутствия поля (при $R_1 \to \infty$) величина $\beta_v f_4(\beta_c \beta_v)$ переходит попросту в характерный для пленочного поглощения множитель $n_c m n_v / n_c^2 - n_v^2$.

Список литературы

[1] J.W. Haus, H.S. Zhou, I. Honma, H. Komiyama. Phys. Rev. B, **47**, 1359 (1993).
[2] D. Schooss, A. Mews, A. Eychuller, H. Wollex. Phys. Rev. B, **49**, 17 072 (1994).
[3] A. Mews, A.V. Kadavanich, U. Banin, A.P. Alivisateos. Phys. Rev. B, **53**, R13242 (1996).
[4] Н.В. Ткач. ФТТ, **39**, 1109 (1997).
[5] Н.В. Ткач, В.А. Головацкий, О.Н. Вайцеховская. ФТП, **34**, 602 (2000).
[6] В.А. Синяк. ЖТФ, **65**, 195 (1995).
[7] E. Cassado, C. Trallero-Giner. Phys. St. Sol. B, **196**, 335 (1996).
[8] D. Ahn, S.L. Chang. Phys. Rev. B, **35**, 4199 (1987).
[9] В.А. Арутюнян, С.Л. Арутюнян, А.А. Дживанян, Г.О. Демирчян. Изв. НАН РА. Физика, **30**, 245 (1995).
[10] В.А. Арутюнян, С.Л. Арутюнян, С.А. Мкртчян. Изв. НАН РА. Физика, **31**, 158 (1996).
[11] *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовиц, И. Стиган (М., Наука, 1979).
[12] Б.А. Тавгер, В.Я. Демиховский. УФН, **96**, 61 (1968).
[13] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика*, т. III. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М., Наука, 1974).

Редактор Л.В. Беляков

The effect of radial electric field on absorption in a quantum spherical layer

V.A. Arutunyan

State Armenian Engineering University
377503 Gyumree, Republic Armenia