

Частотные зависимости диэлектрических свойств композитов типа металл–диэлектрик

© В.В. Новиков, К.В. Wojciechowski*

Одесский государственный политехнический университет,
65044 Одесса, Украина

* Institute of Molecular Physics, Polish Academy of Sciences,
60-179 Poznan, Poland

E-mail: novikov@Te.Net.Ua

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 11 марта 2002 г.)

На основе фрактальной модели неоднородной среды с хаотической структурой и итерационного метода осреднения определены частотные зависимости диэлектрических свойств композита типа металл–диэлектрик. Показано, что в низкочастотном пределе рассмотренные методы исследования двухкомпонентных сред позволяют получить детальную информацию о переходе металл–диэлектрик.

Теоретические исследования диэлектрических свойств неоднородных сред берут свое начало от работ [1–3]. На основании этих работ был разработан метод эффективной среды [4], суть которого заключается в том, что неоднородная среда, состоящая из двух композитов с проводимостями σ_1, σ_2 , заменялась непрерывной средой с эффективной проводимостью σ . Нужно отметить, что такое приближение применимо только для случая, когда длина электромагнитной волны, взаимодействующей со средой, много больше размеров и расстояний между неоднородностями.

Метод эффективной среды достаточно широко использовался при описании физических свойств неоднородных сред [4], однако он не позволил предсказать поведение системы при переходе металл–диэлектрик вблизи порога протекания [5–9].

Для случая, когда отношение проводимостей фаз σ_2/σ_1 стремится к нулю, в рамках теории перколяции для эффективной проводимости σ на постоянном токе получены скейлинговые зависимости (см. [5,6]), которые отражают поведение проводимости вблизи геометрического фазового перехода (вблизи перехода металл–диэлектрик), когда несвязная область проводящей фазы переходит в связную область

$$\sigma \sim \Delta p^{-s}, \quad \Delta p = p - p_c < 0, \quad (1)$$

$$\sigma \sim \Delta p^T, \quad \Delta p > 0, \quad (2)$$

где $T = s \approx 1.1$ для двумерных систем ($d = 2$) и $T \approx 1.6, s \approx 1$ для трехмерных систем ($d = 3$); p_c — порог протекания.

Если принять, что для локальных областей напряженность электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ при распространении электромагнитного поля меняется периодически с частотой ω

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega) \exp(i\omega t), \quad (3)$$

то закон Ома можно записать в виде [10]

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \sigma^*(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (4)$$

где $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega)$ — плотность тока, $\sigma^*(\mathbf{r}, \omega)$ — комплексный коэффициент проводимости,

$$\sigma^*(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\mathbf{r}, \omega) + i\omega\varepsilon(\mathbf{r}, \omega). \quad (5)$$

Для неоднородной среды с хаотической структурой диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$ и проводимость $\sigma(\mathbf{r}, \omega)$ являются случайными (стохастическими) функциями координат \mathbf{r} .

Отметим, что из (5) можно определить скейлинговые выражения для проводимости решетки сопротивлений конечных размеров l , которые впервые были получены в [11,12],

$$\sigma = \sigma_1 \xi^{-t/v} G_+(\sigma_1/\sigma_2 \xi^{(t+s)/v}, \xi/l), \quad \Delta p > 0, \quad (6)$$

$$\sigma = \sigma_2 \xi^{s/v} G_-(\sigma_2/\sigma_1 \xi^{(t+s)/v}, \xi/l), \quad \Delta p < 0, \quad (7)$$

где $G_+(x, y), G_-(x, y)$ — функции двух переменных, которые описывают частотные и масштабные зависимости проводимости функции выше и ниже порога перколяции.

В последнее время большое внимание уделяется анализу зависимостей свойств композитов типа металл–диэлектрик от частоты [11–31], что связано с трудностями описания аномального поведения диэлектрических свойств в низкочастотном пределе. Природу аномального поведения частотных зависимостей диэлектрических свойств можно выяснить, если рассмотреть модельную среду, состоящую из малых сферических металлических частиц, которые описываются диэлектрической функцией Друде

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega(\omega + i/\tau_1)} \quad (8)$$

и погружены в диэлектрическую матрицу с диэлектрической постоянной, равной единице ($\varepsilon_2 = 1$). В (8) ω_{p1} — плазменная частота, τ_1 — время релаксации металлической фазы.

Если такая среда подвергается воздействию электрического поля (3), с учетом того, что решение электростатической задачи для сферического включения в однородной среде дает зависимость для электрического

поля E_1 внутри сферической металлической частицы в виде

$$E_1 = 3E_0/(\epsilon_1 + 2), \quad (9)$$

получим, что электрическое поле E_1 стремится к бесконечности при частотах в области

$$\omega \cong \omega_{p1}/\sqrt{3}. \quad (10)$$

На таких частотах приложенное поле находится в резонансе с модой малой металлической частицы; в результате появляется сильное поглощение на этой частоте, т.е. в окрестности частоты $\omega_p/\sqrt{3}$ сильно возрастает мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости среды [11,12].

Для неоднородных сред типа металл–диэлектрик с хаотической структурой картина еще больше усложняется.

В большинстве численных расчетов аномального частотного поведения композита металл–диэлектрик (в частности, вблизи порога перколяции p_c) при воздействии переменного тока использовались решеточные (дискретные) модели, которые исследовались методом трансфер-матрицы [11,12] и с помощью алгоритма Франка–Лобба [13]. Выполненные численные расчеты и теоретический анализ свойств композитов типа металл–диэлектрик [11–31] позволили продвинуться в понимании данного явления, однако в литературе практически не рассматривались диэлектрические свойства композитов типа металл–диэлектрик с фрактальной структурой.

Далее приведены результаты расчета диэлектрических свойств композитов типа металл–диэлектрик с хаотической, иерархической, самоподобной структурой на основе фрактальной модели во всей области концентраций неоднородностей при различных частотах внешнего поля. В работе использовался итерационный метод осреднения [24,32–36].

1. Модель структуры

Моделирование хаотической структуры неоднородной среды проведено на базе решетки со случайным распределением ее параметров. Узлы решетки моделировали микрон неоднородности (компоненты системы) в пространстве, а связи между узлами — их контакты с соседями [32,35,36].

Основное множество связей Ω было получено с помощью итерационного процесса, когда на начальном шаге ($k = 0$) рассматривается конечная решетка в пространстве $d = 3$ с вероятностью p_0 того, что связь между соседними узлами решетки целая („окрашена“ в определенный цвет). Окрашенные в один цвет связи обладают одинаковыми свойствами. На следующем шаге ($k = 1, 2, \dots, n$) каждая связь в решетке заменяется решеткой, полученной на предыдущем шаге (рис. 1). Итерационный процесс заканчивается, когда свойства решетки перестают зависеть от номера итерации k .

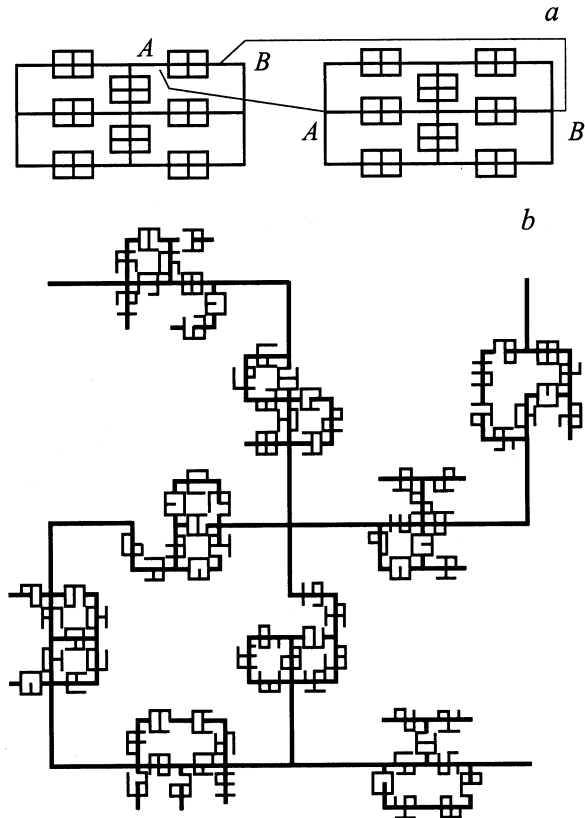


Рис. 1. Иллюстрация получения множества $\Omega_n(l_0, p_0)$ для $l_0 = 2$. $p_0 = 1$ (a) и 0.75 (b) на четвертом итерационном шаге ($k = 4$).

Полученное с помощью итерационной процедуры множество связей $\Omega_n(l_0, p_0)$ зависит от размера начальной решетки l_0 и вероятности p_0 .

Вероятность образования соединяющего две противоположные грани решетки множества связей одного цвета (СМ) $Y(l_0, p_0)$ вычислялась как отношение числа СМ к числу всех возможных конфигураций из связей одного цвета (σ_1^*) при заданных p_0, l_0 [32].

На первом итерационном этапе длина ребра решетки равна $l_1 = l_0^2$, а плотность связей одного цвета, например черного (σ_1^*), равна $p_1 = Y(l_0, p_0)$. На втором итерационном этапе длина ребра решетки равна $l_2 = l_1^2$, а плотность связей черного цвета

$$p_2 = Y(l_1, p_1), \dots, p_k = Y(l_{k-1}, p_{k-1}).$$

Здесь $p_k = Y(l_{k-1}, p_{k-1})$ — плотность СМ на k -м итерационном шаге.

Рост хаотического фрактального множества $\Omega_n(l_0, p_0)$ заканчивается на n -м этапе в неподвижной точке 0 или 1 для функции $p_n = Y(l_{n-1}, p_{n-1})$:

$$p_n = \begin{cases} 1, & p_0 > p_c, \\ 0, & p_0 < p_c. \end{cases}$$

Функции $Y(l_0, p_0)$ для различных прямоугольных решеток были вычислены методом Монте-Карло в [32].

Неустойчивая критическая точка p_c (порог протекания) определялась из равенства $p_c = Y(l_0, p_c)$.

В дальнейшем функция вероятности p_k того, что множество связей на k -м итерационном шаге есть СМ, определялась по формуле [37]

$$p_k = p_{k-1}^2(4 + 8p_{k-1} - 14p_{k-1}^2 - 40p_{k-1}^3 + 16p_{k-1}^4 + 288p_{k-1}^5 + 655p_{k-1}^6 + 672p_{k-1}^7 - 376p_{k-1}^8 + 112p_{k-1}^9 - 14p_{k-1}^{10}), \quad (11)$$

которая хорошо согласуется с численными расчетами [32].

Порог протекания p_c в соответствии с [11] равен 0.2084626828..., т.е. несоединяющее множество (НСМ) переходит в СМ при $p_c \approx 0.208462$.

Каждая k -я связь в множестве $\Omega_n(l_0, p_0)$ обладает комплексным сопротивлением (импедансом) $Z_k(\omega)$, которое состоит из активного сопротивления R_k , индуктивности L_k и емкости C_k :

$$Z_k^{-1}(\omega) = (R_k + i\omega L_k)^{-1} + i\omega C_k. \quad (12)$$

В дальнейшем каждая связь будет характеризоваться комплексной электропроводностью σ_k^* с учетом того, что выполняется равенство

$$\sigma_k^* = Z_k^{-1}(\omega). \quad (13)$$

Рассмотрим двухфазную систему с функцией распределения

$$P_0(\sigma^*) = (1 - p_0)\delta(\sigma^* - \sigma_2^{*(0)}) + p_0\delta(\sigma^* - \sigma_1^{*(0)}), \quad (14)$$

где $\delta(x)$ — функция Дирака, p_0 — вероятность того, что данная локальная область обладает свойством $\sigma_1^{*(0)} = \sigma_1^*$, $1 - p_0$ — вероятность того, что эта область обладает свойством $\sigma_2^{*(0)} = \sigma_2^*$.

В этом случае после k итерационных шагов преобразований функция плотности принимает вид

$$P_k(\sigma^*) = (1 - p_k)\delta(\sigma^* - \sigma_2^{*(k)}) + p_k\delta(\sigma^* - \sigma_1^{*(k)}). \quad (15)$$

В дальнейшем будем различать два вида множеств конфигураций связей: соединяющие (СМ) и несоединяющие множества (НСМ).

Для определения диэлектрических свойств СМ и НСМ использовалась ячейка „куб в кубе“ (рис. 2), т.е. на каждом шаге итерационного процесса вычисления свойств структуры СМ и НСМ моделировались ячейкой „куб в кубе“: СМ — непрерывный массив из хорошо проводящей фазы с включением куба из плохо проводящей фазы (рис. 2,а); НСМ — непрерывный массив из плохо проводящей фазы с включением куба из хорошо проводящей фазы (рис. 2,б).

Проводимость на постоянном токе ячейки „куб в кубе“ (рис. 2) была определена в [7,38]. Полученные

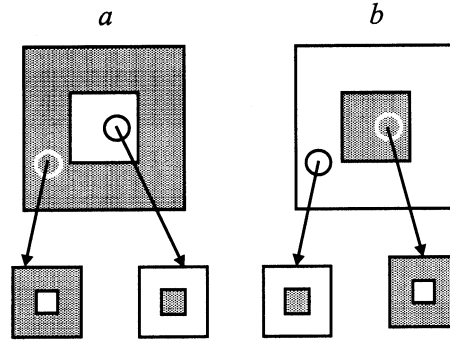


Рис. 2. Иллюстрация моделирования СМ (а) и НСМ (б).

в [7,38] результаты для ячейки, в которой куб с проводимостью σ_2 находится в середине куба с проводимостью σ_1 , можно записать в виде

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{2} (\psi_1 + \psi_2), \quad (16)$$

где

$$\psi_1 = \frac{\sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)(1 - p)^{2/3}}{\sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)(1 - p)^{2/3} [1 - (1 - p)^{1/3}]}, \quad (17)$$

$$\psi_2 = \frac{\sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2)(1 - p)^{1/3} [1 - (1 - p)^{2/3}]}{\sigma_2 + (\sigma_1 - \sigma_2)(1 - p)^{1/3}}. \quad (18)$$

Здесь p — объемная концентрация фазы с проводимостью σ_1 .

Согласно (4), (5), в квазистационарном приближении задача об определении эффективных характеристик среды отличается от статического случая только заменой электропроводности σ (проводимость на постоянном токе) на комплексную проводимость σ^* .

С учетом (16)–(18) комплексная проводимость СМ на k -м этапе расчетов определялась по формулам

$$\sigma_c^{*(k)} = \frac{\sigma_c^{*(k-1)}}{2} (\psi_1^{(k-1)} + \psi_2^{(k-1)}), \quad (19)$$

где

$$\psi_1^{(k-1)} = \frac{\sigma_c^{*(k-1)} + (\sigma_n^{*(k-1)} - \sigma_c^{*(k-1)})(1 - p_{k-1})^{2/3}}{\sigma_c^{*(k-1)} + (\sigma_n^{*(k-1)} - \sigma_c^{*(k-1)}) \times (1 - p_{k-1})^{2/3} [1 - (1 - p_{k-1})^{1/3}]}, \quad (20)$$

$$\psi_2^{(k-1)} = \frac{\sigma_c^{*(k-1)} + (\sigma_c^{*(k-1)} - \sigma_n^{*(k-1)}) \times (1 - p_{k-1})^{1/3} [1 - (1 - p_{k-1})^{2/3}]}{\sigma_n^{*(k-1)} + (\sigma_c^{*(k-1)} - \sigma_n^{*(k-1)})(1 - p_{k-1})^{1/3}}, \quad (21)$$

$\sigma_c^{*(0)} = \sigma_1^*$, $\sigma_n^{*(0)} = \sigma_2^*$, $p_0 = p$. Значения p_k определялись по формуле (11).

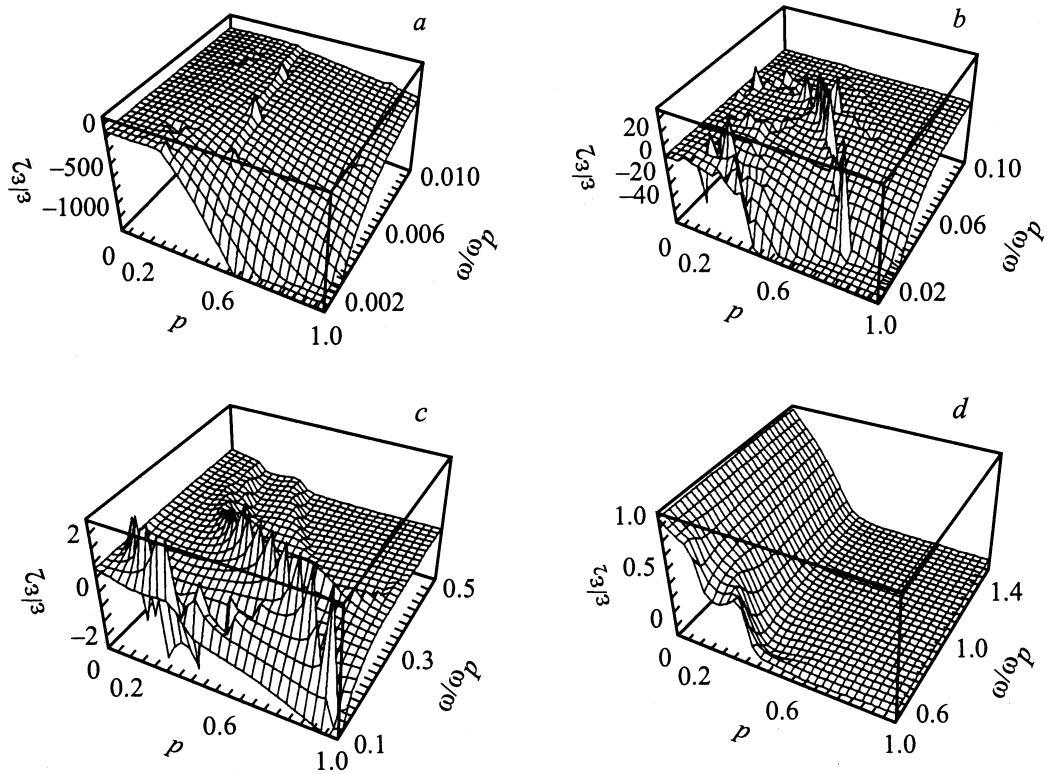


Рис. 3. Зависимость диэлектрической проницаемости ϵ''/ϵ_2 композита типа металл-диэлектрик от концентрации металлической фазы p и частоты ω/ω_p .

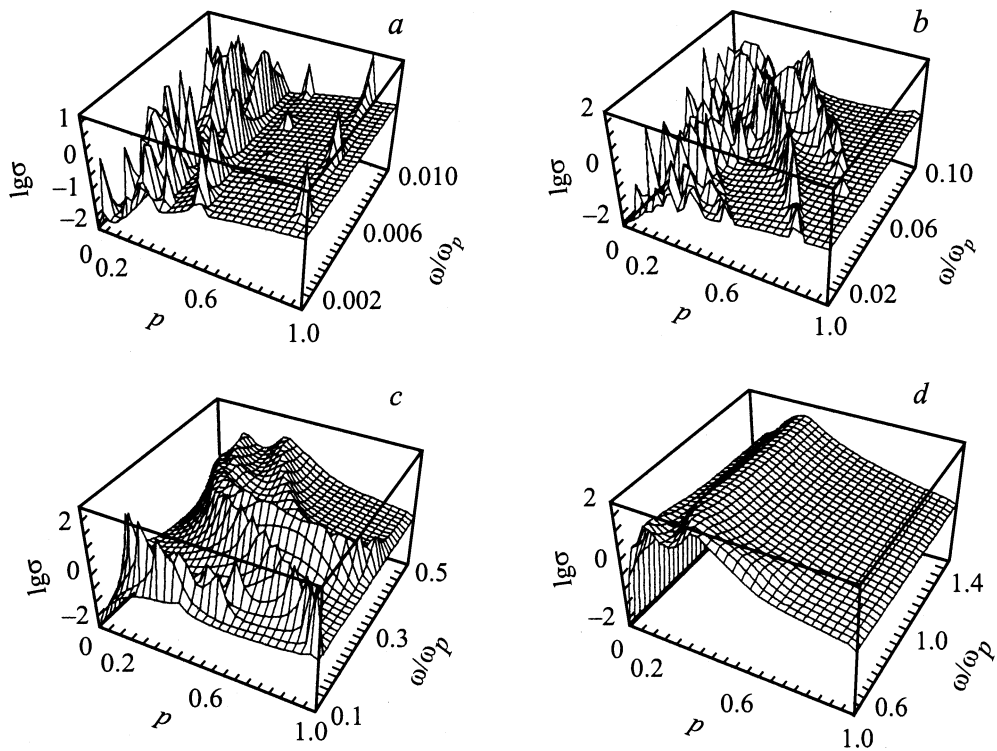


Рис. 4. Зависимость логарифма проводимости $\lg \sigma$ композита типа металл-диэлектрик от концентрации металлической фазы p и частоты ω/ω_p .

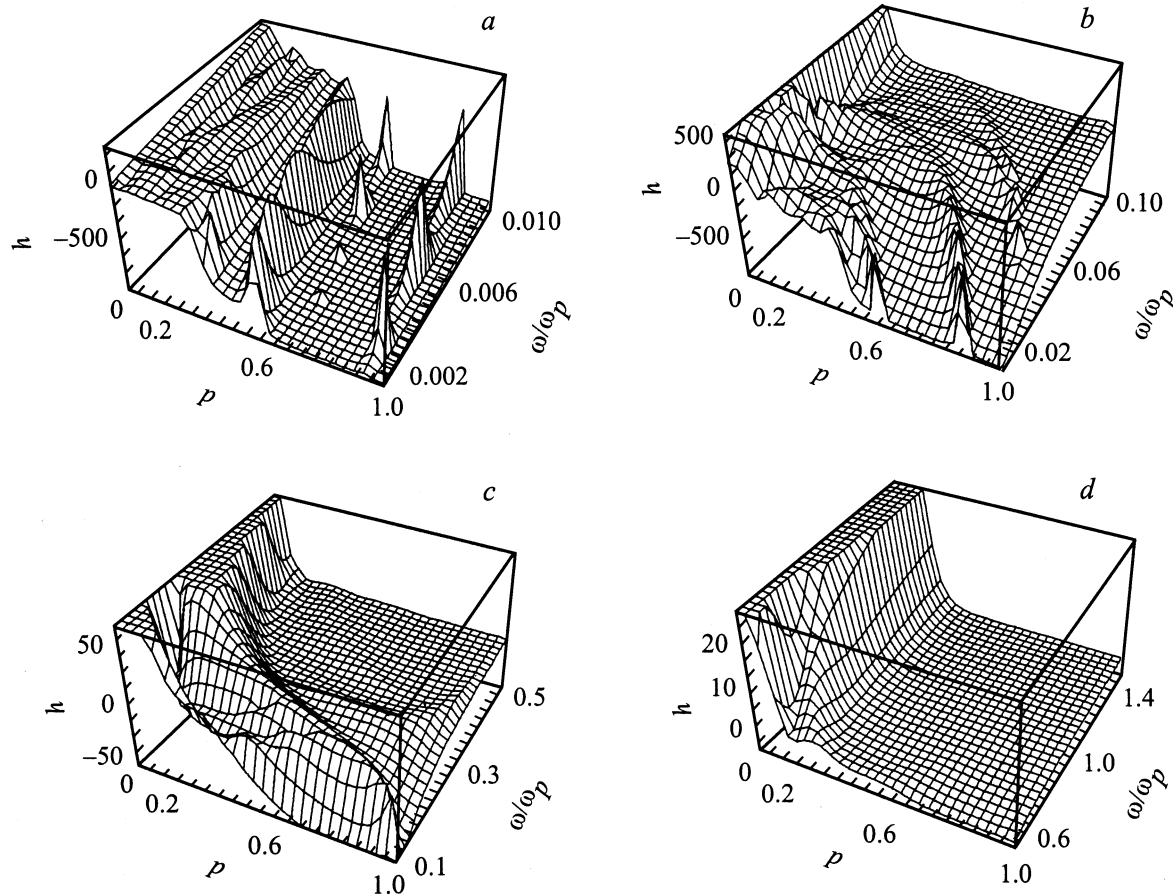


Рис. 5. Зависимость отношения емкостной проводимости к активной проводимости $h = |\varepsilon\omega/\sigma|$ композита типа металл–диэлектрик от концентрации металлической фазы p и частоты ω/ω_p .

В (19)–(21) нижние индексы n, c означают, что данная величина относится к НСМ и СМ соответственно; индекс k указывает номер итерационного шага.

Для определения комплексной проводимости НСМ $\sigma_n^{*(k)}$ необходимо в (19)–(21) поменять индексы $n \leftrightarrow c$, $1 \leftrightarrow 2$, а также заменить $(1 - p) \leftrightarrow p$.

2. Результаты расчетов

Расчеты проводились для двухфазной (двухкомпонентной) среды.

Расчеты диэлектрических свойств неоднородных сред при различных частотах и концентрациях фаз по формулам (11), (19)–(21) показали, что итерационный процесс сходится, т.е.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_c^{*(k)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_n^{*(k)} = \sigma^*. \quad (22)$$

Комплексная локальная проводимость для металлической фазы с учетом диэлектрической функции Друде (8) определялась как

$$\sigma_1^*(\omega) = \sigma_1 + i\omega \left(\varepsilon_1 - \frac{1}{x^2 + \gamma^2} \right), \quad (23)$$

где

$$x = \omega/\omega_{p1}, \quad \gamma = 1/\omega_{p1}\tau_1.$$

Комплексная локальная проводимость диэлектрической фазы определялась в виде

$$\sigma_2^*(\omega) = \sigma_2 + i\omega\varepsilon_2. \quad (24)$$

В расчетах было принято

$$\varepsilon_1 = 1; \quad \varepsilon_2 = 10; \quad \gamma = \frac{1}{30}, \quad \omega_{p1}\tau_1 = 30;$$

$$\sigma_2/\sigma_1 = 10^{-2}; \quad \tau_1 = 1; \quad 0.001 \leq \omega/\omega_p \leq 1.5.$$

На рис. 3,4 приведены зависимости эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \text{Im}(\sigma^*)/\omega$ и эффективной проводимости $\sigma = \text{Re}(\sigma^*)$ от концентрации металлической фазы p и относительной частоты ω/ω_p . Нули эффективной диэлектрической проницаемости ε определяют плазменные частоты системы, т.е. переход металл–диэлектрик.

Из расчетов (рис. 3, 4) следует, что на низких частотах возникает расходимость эффективной диэлектрической проницаемости и эффективной проводимости (резкое возрастание потерь). Это объясняется тем, что в системе образуются конечные кластеры из металлической фазы, которые разделены тонкими диэлектрическими прослойками. Такие структуры образуют иерархическую,

самоподобную, хаотическую емкостную сеть, которая и порождает систему резонансных частот.

Кроме того, на частотные зависимости эффективных свойств оказывают влияние конфигурации конечных кластеров [39]. Проиллюстрировать это можно, если рассмотреть пару включений, имеющих форму круга, с которыми связан набор дискретных частот

$$\begin{aligned}\omega_{1m}^2 &= \omega_p^2 \operatorname{th}(m\xi_0), \\ \omega_{2m}^2 &= \omega_p^2 \operatorname{cth}(m\xi_0), \quad m = 1, 2, \dots,\end{aligned}\quad (25)$$

где

$$\xi_0 = \ln \left| \frac{\rho + (\rho^2 - 4R)^{1/2}}{2R} \right|,$$

ρ — расстояние между центрами кругов; R — радиус кругов.

Таким образом, если такие области образуются в композите, то они создают контуры с резонансными частотами.

Из (25) также следует, что при $\rho \rightarrow 2R$ $\xi_0 \rightarrow 0$ и частоты (25) образуют квазинепрерывный спектр [39].

В [11,12] было показано, что кольцевые структуры (кольцевые кластеры) порождают двойные пики на зависимости проводимости от частоты. Такие кольцевые структуры в исследуемой системе располагаются хаотически, иерархически, самоподобно и также приводят к появлению пиков проводимости.

На рис. 5 представлены зависимости модуля отношения емкостной проводимости к активной проводимости $h = |\varepsilon\omega/\sigma|$ от p и ω/ω_p . Расчеты показывают, что ток смещения в области малых частот $\omega/\omega_p < 1$ имеет немонотонный характер. В области высоких частот $\omega/\omega_p > 1$ и при концентрации металлической фазы ниже порога перколяции $p < p_c$ ток смещения превышает ток по активным проводникам ($h \gg 1$), а поверхность диэлектрических свойств становится гладкой. При $p > p_c$ ток по активным проводникам превышает ток смещения ($h \ll 1$).

Остановимся на одном из возможных приложений рассмотренных выше модельных представлений о диэлектрических свойствах фрактальных систем.

Оптические свойства коллоидных систем до последнего времени не находили объяснения в рамках классической теории (например, теории Ми [40–42]). Так, в рамках этой теории изменение окраски золь объяснялось появлением в растворе разноразмерных частиц металла (серебра), что связывалось с зависимостью резонансной (плазменной) частоты от радиуса частицы. Однако экспериментальные исследования показали, что спектральные зависимости коллоидов не коррелируют со статистической функцией распределения частиц по размерам, т.е. роль фактора размера частиц была признана несущественной [43]. Появление длинноволнового крыла в спектре коллоида можно объяснить агрегацией частиц во фрактальные структуры.

Так, например, малая частица серебра имеет частоту плазменных колебаний с длиной волны $\lambda = 2\pi c/\omega_p =$

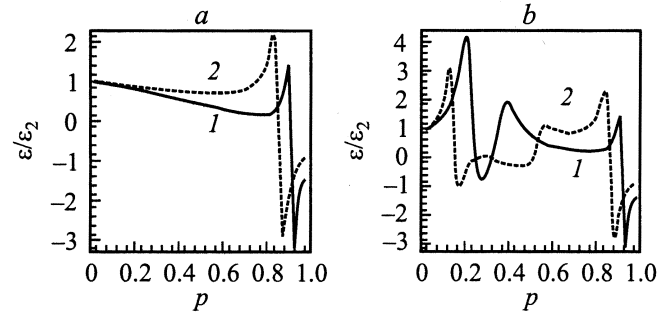


Рис. 6. Зависимость диэлектрической проницаемости $\varepsilon/\varepsilon_2$ коллоида типа металл–диэлектрик от концентрации металлической фазы (серебра) p при $\omega/\omega_p = 0.25$ (1) и 0.3 (2). *a* — расчет на основании модели Лоренца, *b* — расчет на основании фрактальной модели.

$= 140$ nm. Классическая теория (Лоренца) [40–42] для объяснения пика при 650 nm требует присутствия в коллоиде серебра с объемной концентрацией, равной $p \cong 0.86$ (рис. 6, *a*), а эксперимент дает значения p , намного меньшие [44], что согласуется с нашими расчетами (рис. 6, *b*). Таким образом, смещение пика в коллоидных растворах в область малых концентраций металла можно объяснить образованием в них фрактальных структур.

Укажем еще несколько объектов, которые имеют фрактальные структуры. Например, при режимах напыления, которые соответствуют модели диффузионной агрегации [5], можно получить тонкие пленки из металлических фрактальных кластеров. Перколяционный кластер вблизи порога протекания, структуры бинарных растворов и полимеров также имеют фрактальные структуры. Диэлектрические свойства всех этих объектов можно прогнозировать с помощью рассмотренной выше фрактальной модели.

Итак, проведены расчеты зависимостей проводимости и диэлектрической проницаемости хаотической, иерархической, самоподобной структуры композита типа металл–диэлектрик на основе фрактальной модели во всей области концентраций неоднородностей при различных частотах внешнего поля. Показано, что переход металл–диэлектрик происходит не только вблизи порога протекания, он зависит также от концентрации металлической фазы и частоты внешнего поля.

Список литературы

- [1] J.C. Maxwell, A. Treatise on Electricity and Magnetism. Oxford (1873). 365 p. [Reprint: Dover, N.Y. (1973). P. 501].
- [2] J.C. Maxwell-Garnett. J.C. Phil. Trans. R. Soc. **203**, 385 (1904).
- [3] D.A.G. Bruggeman. Ann. Phys. **24**, 636 (1935).
- [4] R. Landauer. 1 st Conf. on the Electrical Transport and Optical Properties of Inhomogeneous Media / Ed. J.C. Garland, D.B. Tanner. Ohio State University (1997); AIP Conf. Proc. AIP, N.Y. (1978). N 40. P. 2.

- [5] D. Stauffer. Introduction to the Percolation Theory. London–Philadelphia (1985).
- [6] M. Sahimi. Applications of Percolation Theory. Taylor and Francis, London (1994).
- [7] V.P. Privalko, V.V. Novikov. The Science of Heterogeneous Polymers: Structure and Thermophysical Properties J. Wiley (1995). 235 p.
- [8] I. Webman, J. Jortner. Phys. Rev. **B11**, 8, 2885 (1975).
- [9] I. Webman, J. Jortner. Phys. Rev. **B13**, 2, 713 (1976).
- [10] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii. Electrodynamics of Continuous Media. 1st ed. Pergamon, Oxford (1984).
- [11] X. Zeng, P. Hui, D. Stroud. Phys. Rev. **B39**, 2, 1063 (1989).
- [12] X.C. Zeng, P.M. Hui, D.J. Bergman, J.D. Stroud. Phys. Rev. **B39**, 18, 13 224 (1989).
- [13] D.J. Frank, C.J. Lobb. Phys. Rev. **B37**, 1, 302 (1988).
- [14] J. Abel, A.A. Kornyshev. Phys. Rev. **B54**, 9, 6276 (1996).
- [15] D. Bergman, Y. Imry. Phys. Rev. Lett. **39**, 19, 1222 (1977).
- [16] A. Bug, G. Grest, M. Cohen, I. Webman. J. Phys. **A19**, 1, 323 (1986)
- [17] A. Bug, G. Grest, M. Cohen, I. Webman. Phys. Rev. **B36**, 7 3675 (1987).
- [18] T.W. Noh, P.H. Song. Phys. Rev. **B46**, 7, 4212 (1992).
- [19] T.B. Schroder, J.C. Dyre. Phys. Rev. Lett. **84**, 2, 310 (2000).
- [20] X.L. Lei, J. Qzhang. J. Phys. C: Solid State Phys. **19**, L73 (1986).
- [21] R. Koss, D. Stroud. Phys. Rev. **B35**, 17, 9004 (1987).
- [22] D. Stroud, P. Hui. The Physics and Chemistry of Small Clusters. Plenum, N.Y. (1987). P. 547–565.
- [23] A. Jonscher. Dielectric relaxation in solids. Chalsea Dielectric Press, London (1983).
- [24] V.V. Novikov, O.P. Poznansky, V.P. Privalko. Sci. Eng. Comp. Mater. **4**, 1, 49 (1995).
- [25] V. Raicu. Phys. Rev. **E60**, 4, 4677 (1999).
- [26] В.Е. Дубров, М.Е. Левинштейн, М.С. Шур. ЖЭТФ **70**, 5, 2014 (1976).
- [27] Y. Yagil, P. Gadenne, C. Julin, G. Deutscher. Phys. Rev. **B46**, 4, 2503 (1992).
- [28] F. Brouers. Phys. Rev. **B47**, 2, 666 (1993).
- [29] A.K. Sarychev, D.J. Bergman, J. Yagil. Phys. Rev. **B51**, 8, 5366 (1995).
- [30] F. Brouers, S. Blacher, A.N. Lagrkov, A.K. Sarychev, P. Gadenne, V.M. Shalaev. Phys. Rev. **B55**, 19, 13 234 (1997).
- [31] V.M. Shalaev, A.K. Sarychev. Phys. Rev. **B57**, 20, 13 265 (1998).
- [32] В.В. Новиков, В.П. Белов. ЖЭТФ **106**, 3(9), 780 (1994).
- [33] В.В. Новиков. Теплофизика высоких температур **34**, 5, 688 (1996).
- [34] В.В. Новиков ФММ **83**, 4, 349 (1997).
- [35] В.В. Новиков, K.W. Wojciechowski. ФГТ **41**, 12, 2147 (1999).
- [36] V.V. Novikov, K.W. Wojciechowski, V.P. Privalko, D.V. Belov. Phys. Rev. **E63**, 036 120 (2001).
- [37] J. Bernasconi. Phys. Rev. **B18**, 5, 2185 (1978).
- [38] S.R. Coriell, J.L. Jackson. J. Appl. Phys. **39**, 10, 4733 (1968).
- [39] Б.Я. Балагуров. ЖЭТФ **88**, 15, 1664 (1985).
- [40] X. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. ИЛ, М. (1961).
- [41] К. Борен, Д. Хафмен. Поглощение и рассеяние света малыми частицами Мир, М. (1986).
- [42] Ю.И. Петров. Кластеры и малые частицы. Наука, М. (1986).
- [43] S.H. Heard, F. Grierzer, G.G. Barrachough, J.V. Sanders. J. Colloid. Interface Sci. **93**, 3, 545 (1983).
- [44] В.И. Емельянов, И.И. Коротеев. УФН **135**, 2, 345 (1981).