Бездисперсионные поляритоны на симметрично ориентированных поверхностях двуосных кристаллов

© *В.И. Альшиц, В.Н. Любимов*

Институт кристаллографии Российской академии наук,
117333 Москва, Россия

E-mail: alshits@ns.crys.ras.ru

(Поступила в Редакцию 17 декабря 2001 г.)

Получена система дисперсионных уравнений, описывающих поверхностные поляритоны в оптически двуосных кристаллах на поверхностях, параллельных плоскостям симметрии тензора диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\varepsilon}$. Анализируются области существования, величина и ориентация секторов направлений распространения бездисперсионных поверхностных поляритонов, возникающих при положительных значениях компонент тензора $\boldsymbol{\varepsilon}$. Для слабо анизотропных кристаллов выявлены три непересекающиеся области значений параметров диэлектрической анизотропии, в которых возможны бездисперсионные поляритоны. Каждая область отвечает существованию поляритонов на двух различных взаимно ортогональных поверхностях кристалла. В противоположность оптически одноосным средам в оптически двуосных кристаллах поляритоны существуют не только в оптически положительных, но и в оптически отрицательных кристаллах. Прослежена эволюция конфигурации оптических осей при изменении параметров анизотропии в областях существования поляритонов.

Поверхностные поляритоны (поверхностные электромагнитные волны) в кристаллах бывают двух видов. Во-первых, это дисперсионные поляритоны, существующие при отрицательных значениях компонент тензора диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\varepsilon}$ [1–7], что имеет место вблизи резонансных частот. Во-вторых, поляритоны могут возникать благодаря диэлектрической анизотропии кристалла при положительных значениях компонент $\boldsymbol{\varepsilon}$, когда частотная дисперсия несущественна. Такие поляритоны, называемые бездисперсионными, рассматривались ранее только в оптически одноосных кристаллах [8–10].

В настоящей работе изучаются бездисперсионные поляритоны в оптически двуосных кристаллах на поверхностях, параллельных плоскостям симметрии тензора диэлектрической проницаемости кристалла $\boldsymbol{\varepsilon}$. Далее получена общая система уравнений, описывающих поверхностные электромагнитные волны, и на этой основе проведен анализ условий существования поляритонов в приближении малой диэлектрической анизотропии.

1. Исходные соотношения

Рассмотрим границу раздела между двуосным кристаллом с тензором диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\varepsilon}$ и прилегающей изотропной средой с диэлектрической проницаемостью ε_0. Систему координат выберем таким образом, чтобы ось z была направлена по нормали к поверхности (рис. 1). В самом общем случае магнитная компонента волнового поля поляритона, локализованного вблизи рассматриваемой поверхности xy, записывается в виде

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(z)\exp\left[i\,\frac{\omega}{c}\,(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r} - ct)\right],$$
$$\mathbf{n} - n(\cos\varphi, \sin\varphi, 0). \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор текущей точки, t — время, ω — частота, c — скорость света в вакууме, $\mathbf{n} = (c/\omega)\mathbf{k}$ — вектор рефракции поляритона ($\mathbf{k}$ — волновой вектор, параллельный поверхности). Абсолютная величина вектора рефракции n определяет фазовую скорость поляритона $v = c/n$. Угол φ задает направление распространения поляритона вдоль поверхности. Электрическая компонента $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ волнового поля записывается аналогично (1).

В кристалле ($z \geq 0$) волновое поле рассматриваемого поляритона представляет собой двупарциальную поверхностную волну, что соответствует векторной амплитуде (1) следующего вида:

$$\mathbf{H}(z) = a_+\mathbf{H}_+\exp\left(-\frac{\omega}{c}\,p_+z\right) + a_-\mathbf{H}_-\exp\left(-\frac{\omega}{c}\,p_-z\right). \qquad (2)$$

В прилегающей к кристаллу изотропной среде ($z \leq 0$) для амплитуды волнового поля имеем

$$\mathbf{H}(z) = a\mathbf{H}\exp\left(\frac{\omega}{c}\,pz\right). \qquad (3)$$

В (2), (3) $\mathbf{H}_\pm$ и $\mathbf{H}$ — векторы поляризации, $p_\pm$ и p — параметры локализации волнового поля вблизи границы

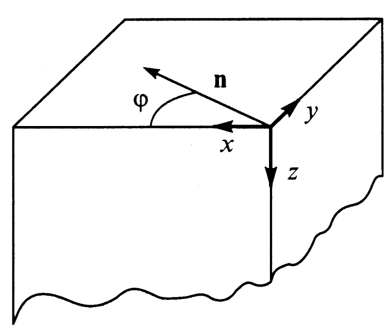

Рис. 1. Система координат и ориентация вектора рефракции $\mathbf{n}$ поляритона на поверхности кристалла.

кристалла и изотропной среды, $a_\pm$ и a — амплитудные коэффициенты, соотношения между которыми определяются из граничных условий. Эти условия сводятся к требованию непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе.

Векторы поляризации в кристалле $\mathbf{H}_\pm$ и $\mathbf{E}_\pm$, параметры $p_\pm$ и компоненты $\mathbf{n}$ удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\mathbf{E}_\pm = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{H}_\pm \times \mathbf{n}_\pm), \quad \mathbf{H}_\pm = \mathbf{n}_\pm \times \mathbf{E}_\pm,$$
$$\mathbf{n}_\pm = \mathbf{n} + i p_\pm \mathbf{q}, \quad \mathbf{q} = (0, 0, 1). \tag{4}$$

Здесь $\boldsymbol{\eta}$ — тензор диэлектрической непроницаемости кристалла, обратный тензору $\boldsymbol{\varepsilon}$. Использование вместо $\boldsymbol{\varepsilon}$ обратного тензора $\boldsymbol{\eta}=\boldsymbol{\varepsilon}^{-1}$ упрощает дальнейший алгебраический анализ и оказывается предпочтительным (см., например, [11,12]). Плоскости симметрии этих двух тензоров и направления их собственных векторов одинаковы. Если оси координат направить вдоль собственных векторов тензора $\boldsymbol{\eta}$, то его можно представить в следующем виде, явно выделив шаровую и анизотропную части:

$$\boldsymbol{\eta} = \eta \mathbf{I} + \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{I}$ — единичный тензор. Взяв тензор $\boldsymbol{\eta}$ в виде (5), мы останавливаемся на том случае, когда поверхность кристалла xy параллельна одной из плоскостей симметрии тензора $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Уравнения Максвелла для граничащей с кристаллом изотропной среды сводятся к соотношениям, аналогичным формулам (4),

$$\mathbf{E} = \varepsilon_0^{-1}(\mathbf{H} \times \mathbf{n}_0), \quad \mathbf{H} = \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}, \quad \mathbf{n}_0 = \mathbf{n} - i p \mathbf{q}. \tag{6}$$

2. Дисперсионные уравнения

Соотношения (4) позволяют связать компоненты вектора рефракции $\mathbf{n}$ (1) с параметрами локализации волнового поля в кристалле $p_\pm$

$$n^2 - p_\pm^2 + \frac{1}{\eta}\left\{1 - \frac{1}{2}\left[\delta_3 n_1^2 + (\delta_1 + \delta_3) n_2^2 - \delta_1 p_\pm^2 \pm \mu_\pm\right]\right\} = 0, \tag{7}$$

где выбираются либо верхние, либо нижние знаки и введены параметры

$$\mu_\pm \equiv R(p_\pm) R(-p_\pm)$$
$$= \sqrt{\left[\delta_3 n_1^2 + (\delta_3 - \delta_1) n_2^2 + \delta_1 p_\pm^2\right]^2 - 4\delta_1 \delta_3 n_1^2 p_\pm^2}, \tag{8}$$

$$R(p_\pm) = \sqrt{\left(\sqrt{\delta_3} n_1 - \sqrt{\delta_1} p_\pm\right)^2 + (\delta_3 - \delta_1) n_2^2}. \tag{9}$$

Из соотношений (6) параметр локализации p волнового поля в прилегающей к кристаллу среде явно выражается через абсолютную величину вектора рефракции n

$$p^2 = n^2 - \varepsilon_0. \tag{10}$$

Для дальнейшего анализа удобно отсчитывать диэлектрическую непроницаемость ε_0^{-1} от шаровой части η тензора $\boldsymbol{\eta}$ (5): $\varepsilon_0^{-1} = \eta + \delta$. При этом система стандартных граничных условий сводится к следующему уравнению, связывающему все параметры локализации $p_\pm$ и p с компонентами вектора рефракции:

$$F_+ F_- (f + g\delta + g_1 \delta_1 + h\delta\delta_1) - G_+ G_-$$
$$\times (\tilde{f} + \tilde{g}\delta + \tilde{g}_1 \delta_1 + \tilde{h}\delta\delta_1) + (p_+ - p_-) n_1$$
$$\times \left[\sqrt{\delta_1/\delta_3} G_+ F_- (\bar{f} + \bar{g}\delta + \bar{g}_1 \delta_1 + \bar{h}\delta\delta_1)\right.$$
$$\left. - \sqrt{\delta_1 \delta_3} F_+ G_- p^2 n^2 (\eta + \delta)\right] = 0. \tag{11}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$F_\pm = R(p_\pm) + R(-p_\pm), \quad G_\pm = R(p_\pm) - R(-p_\pm), \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} f &= (p + p_+)\left[p_- + p(n^2 - p_-^2)\eta\right] n^2 \eta, \\ g &= p\left[p_- + p(n^2 - p_-^2)\eta\right] n^2, \\ g_1 &= p\left[p(n_2^2 - p_-^2) + p_+(n^2 - p_-^2)\right] \\ &\qquad \times n^2 \eta + p_+ p_- (1 + p^2 \eta) n_1^2, \\ h &= p^2\left[(n_2^2 - p_-^2) n^2 + p_+ p_- n_1^2\right]. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

При этом следует иметь в виду, что

$$f \to \tilde{f}, \;\; g \to \tilde{g}, \;\; g_1 \to \tilde{g}_1, \;\; h \to \tilde{h} \text{ при } p_\pm \to p_\mp. \tag{14}$$

Остальные параметры в (11) определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned} \bar{f} &= \left\{p_+ p_- + p\left[(p + p_+ + p_-) n^2 + p p_+ p_-\right]\eta\right\}\eta, \\ \bar{g} &= p^2 (n^2 + p_+ p_-)\eta, \\ \bar{g}_1 &= p(p_+ + p_-) n^2 \eta + (n_2^2 + p_+ p_-)(1 + p^2 \eta), \\ \bar{h} &= p^2 (n_2^2 + p_+ p_-). \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Совокупность сотношений (7), (10) и (11), дополненная выражениями (8), (9), (12)–(15), образует замкнутую систему дисперсионных уравнений, определяющую интересующие нас характеристики поляритонов $(n, p_\pm, p)$ как функции диэлектрических непроницаемостей сред и направления распространения. Эти соотношения универсальны: они могут описывать как дисперсионные, так и бездисперсионные поляритоны и допускают переход к результатам по оптически одноосным средам [9,10] (см. далее). При этом та парциальная волна, характеристики которой мы отмечали знаком плюс, переходит в обыкновенную волну, а парциальная волна, отмеченная знаком минус, — в необыкновенную волну.

Совершенно ясно, что при $\delta_1 = \delta_3 = \delta = 0$ диэлектрические свойства кристалла будут точно такими же, как свойства прилегающей к нему изотропной среды:

граница при этом исчезает. При $\eta > 0$ и малых значениях δ_1, δ_3 и δ (случай слабой диэлектрической анизотропии кристалла) компоненты тензора $\boldsymbol{\eta}$ (5) остаются положительными, что соответствует бездисперсионным поляритонам. При этом после разложения по малым параметрам приведенная система дисперсионных уравнений допускает аналитическое исследование, которое и проведено далее.

3. Поляритоны в слабо анизотропных двуосных кристаллах

3.1. Основные характеристики поляритонов. В рассматриваемом случае поляритоны существуют в узком секторе направлений распространения. В нулевом приближении ориентация этого сектора задается следующим углом:

$$\varphi_0 = \arcsin\sqrt{\delta/\delta_1}. \tag{16}$$

В пределах указанного сектора величины n и p_+ меняются очень слабо и их можно считать постоянными

$$n^2 = 1/\eta, \tag{17a}$$

$$p_+ = \sqrt{\delta_3 - \delta}/\eta \tag{17b}$$

(рис. 2). Обозначим границы сектора

$$\varphi_{1,2} = \varphi_0 \pm \Delta\varphi. \tag{18}$$

Одна из границ сектора определяется условием $p = 0$, отвечающим распространению объемной волны в прилегающей к кристаллу изотропной среде,

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \frac{\delta_1^3}{2(\delta_3 - \delta)\eta^2}\sin^3\varphi_0\cos^3\varphi_0. \tag{19}$$

Для параметра p_- на этой границе имеем

$$p_- = \frac{\delta_1^2}{p_+\eta^3}\sin^2\varphi_0\cos^2\varphi_0. \tag{20}$$

Другая граница сектора $\varphi_2 = \varphi_0 - \Delta\varphi$ отвечает условию $p_- = 0$, соответствующему распространению объемной волны в кристалле. Таким образом, ширина сектора направлений распространения поляритона составляет величину $2|\Delta\varphi|$. Параметр p на второй границе сектора определяется тем же выражением, что и параметр p_- на соседней границе, т. е. формулой (20). Сопоставление выражений для параметров локализации (17b) и (20) показывает, что параметр p_+, с одной стороны, и параметры p и p_-, с другой стороны, — величины разного порядка малости

$$p, p_- \ll p_+ \ll 1. \tag{21}$$

Эти неравенства свидетельствуют о том, что парциальная волна, соответствующая p_+, оказывается значительно более локализованной, чем остальные. Поэтому

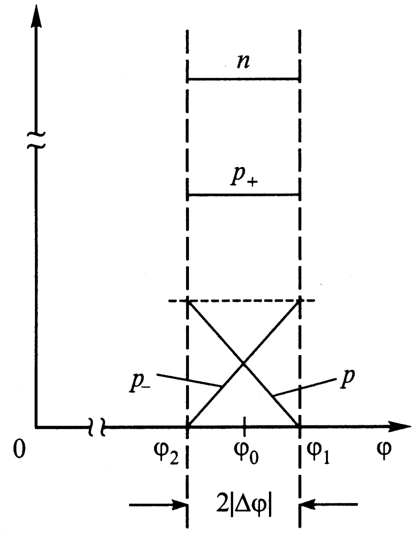

Рис. 2. Основные характеристики поляритонов в слабо анизотропных кристаллах как функции угла φ в секторе существования $|\varphi - \varphi_0| < |\Delta\varphi|$. Представлен случай $\delta_1 > 0$; при $\delta_1 < 0$ следует переобозначить $p \leftrightarrow p_-$, $\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$.

эффективная глубина локализации волнового поля (2), (3) фактически определяется лишь двумя параметрами p и p_-. Впрочем это соображение, как и неравенства (21), справедливы лишь до тех пор, пока разность $\delta_3 - \delta$ не мала по сравнению с δ_3 и δ. При $\delta_3 = \delta$, как видно из (17b), $p_+ = 0$, т. е. парциальная волна, соответствующая p_+, оказывается, напротив, нелокализованной объемной волной.

3.2. Области существования поляритонов. Условия существования рассматриваемых поверхностных поляритонов следуют из соотношений (16), (17b) и выражаются неравенствами, которым должны удовлетворять материальные характеристики сред,

$$0 \le \delta/\delta_1 \le 1, \quad \delta_3 - \delta \ge 0. \tag{22}$$

При $\delta > 0$ область существования поверхностных поляритонов сводится к требованию

$$\delta_1 \ge \delta > 0, \quad \delta_3 \ge \delta > 0. \tag{23}$$

При этом на линии $\delta_1 = \delta_3$, отвечающей биссектрисе квадранта существования, показанного на рис. 3, a в плоскости (δ_1, δ_3), тензор $\boldsymbol{\eta}$ (5) характеризует одноосный кристалл, когда оптическая ось параллельна направлению y. С учетом выбора знаков в (23) это соответствует совпадению направления оптической оси с большой полуосью эллипсоида тензора диэлектрической проницаемости кристалла $\boldsymbol{\varepsilon}$. Такой одноосный кристалл по определению считается оптически положительным (см. [12]). При отходе от биссектрисы $\delta_1 = \delta_3$ кристалл становится двуосным: оптическая ось расщепляется на пару осей, лежащих в плоскости yx или yz (рис. 3, a). При этом кристалл остается оптически

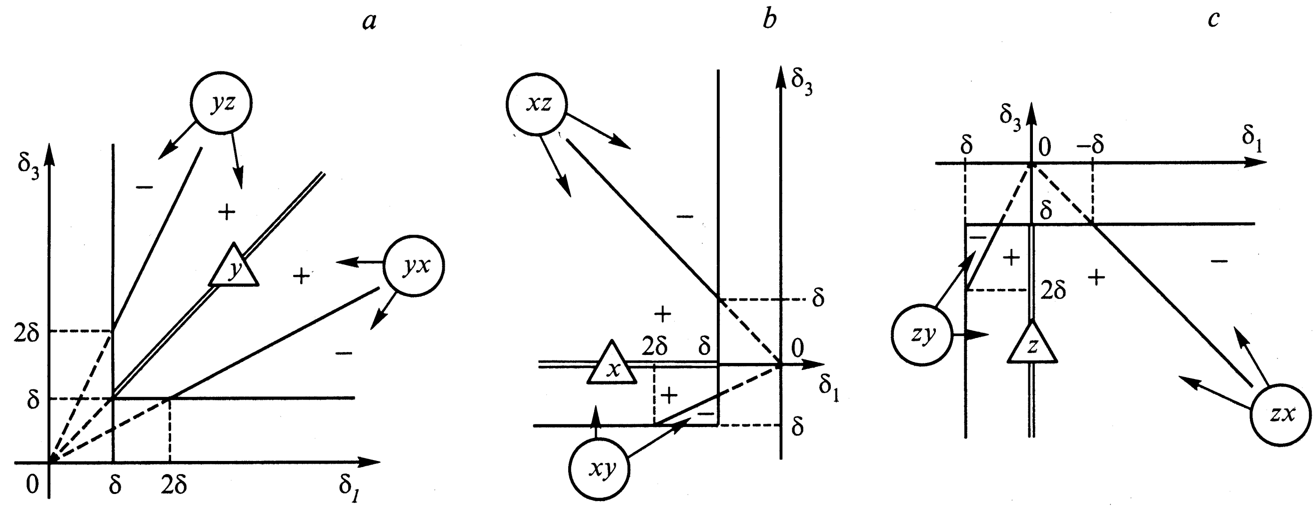

Рис. 3. Области существования поляритонов. „Плюсы“ и „минусы“ отвечают соответственно оптически положительным и оптически отрицательным кристаллам; кружками отмечены плоскости, в которых лежат оптические оси. Двойные линии соответствуют одноосным средам, а треугольниками отмечены направления оптических осей. *a* — области существования поляритонов на поверхностях xy и yz, когда $\delta > 0$, а биссектриса между оптическими осями совпадает с направлением y, *b* — области существования поляритонов на поверхностях xy и zx, когда $\delta < 0$, а биссектриса между оптическими осями совпадает с направлением x, *c* — области существования поляритонов на поверхностях yz и zx, когда $\delta < 0$, а биссектриса между оптическими осями совпадает с направлением z.

положительным лишь до тех пор, пока угол между оптическими осями не превысит 90°. Нетрудно убедиться, что смена оптического знака кристалла происходит на линиях $\delta_3 = \delta_1/2$ и $\delta_3 = 2\delta_1$. Известно [9,10], что существование поверхностных поляритонов в оптически отрицательных одноосных кристаллах запрещено. Как следует из нашего рассмотрения, с переходом к двуосным кристаллам этот запрет снимается.

При $\delta < 0$ область существования (22) сводится к неравенствам

$$\delta_1 \le \delta \le \delta_3. \tag{24}$$

Соответствующая область в плоскости (δ_1, δ_3) показана на рис. 3, *b*. В этом варианте одноосность кристалла с оптической осью вдоль направления x реализуется на линии $\delta_3 = 0$, принадлежащей сектору оптически положительных кристаллов. На этот раз границы сектора определяются линиями $\delta_3 = \delta_1/2$ и $\delta_3 = -\delta_1$.

В особых случаях, когда $\delta = 0$ или $\delta = \delta_1$, имеем $\Delta\varphi = 0$ — сектор стягивается в прямую, параллельную соответственно направлениям x или y. При этом как в изотропной среде, так и в кристалле распространяются объемные волны, поскольку $p = p_- = 0$, а амплитуда парциальной волны, характеризуемой параметром p_+ (17b) обращается в нуль.

4. Поляритоны на различных поверхностях кристалла

Анализ, проведенный для поверхности кристалла xy, может быть использован для рассмотрения поляритонов на других поверхностях, параллельных плоскостям симметрии тензора диэлектрической непроницаемости: yz и zx. Так, для поверхности yz во всех соотношениях следует лишь произвести замену

$$\eta \to \eta + \delta_3, \ \ \delta_1 \to -\delta_3, \ \ \delta_3 \to \delta_1 - \delta_3, \ \ \delta \to \delta - \delta_3, \tag{25}$$

а для поверхности zx необходима замена

$$\eta \to \eta + \delta_1, \ \ \delta_1 \to \delta_3 - \delta_1, \ \ \delta_3 \to -\delta_1, \ \ \delta \to \delta - \delta_1. \tag{26}$$

При этом области существования поляритонов на поверхности yz показаны на рис. 3, *a* (при $\delta > 0$) и на рис. 3, *c* (при $\delta < 0$). На поверхности zx поляритоны могут распространяться только при $\delta < 0$, а соответствующие области существования в той же плоскости (δ_1, δ_3) принадлежат квадрантам, изображенным на рис. 3, *b* и *c*. Другими словами, каждая из областей, представленных на рис. 3, *a*–*c*, задает зону изменения параметров, допускающих распространение поляритонов на двух взаимно ортогональных поверхностях кристалла. Заметим, однако, что условия существования не могут быть одновременно выполнены на всех трех взаимно ортогональных плоскостях симметрии.

В заключение подчеркнем, что как само существование рассмотренных бездисперсионных поляритонов, так и все их особенности обусловлены исключительно диэлектрической анизотропией кристаллов. Такая специфика отличает данные поляритоны от дисперсионных поляритонов [1–7], которые могут существовать и в изотропных средах (но лишь вблизи резонансных частот).

Оказалось, что условия существования бездисперсионных поляритонов на различных взаимно ортогональных поверхностях, параллельных плоскостям симметрии тензора ε оптически двуосных кристаллов, скоррелированы друг с другом, так что при одном и том же наборе параметров, принадлежащих одной из трех областей существования (рис. 3), поляритоны могут распространяться вдоль любой из двух определенных взаимно перпендикулярных поверхностей кристалла. При этом в отличие от одноосных кристаллов в случае двуосных кристаллов рассматриваемые поляритоны могут существовать не только в оптически положительных, но и в оптически отрицательных кристаллах.

Список литературы

[1] Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела. Сб. статей / Под ред. В.М. Аграновича и Д.Л. Миллса. Наука, М. (1985). 528 с.
[2] В.Н. Любимов, Д.Г. Санников. ФТТ **14**, *3*, 675 (1972).
[3] В.В. Брыскин, Д.Н. Мирлин, Ю.А. Фирсов. УФН **113**, *1*, 29 (1974).
[4] В.М. Агранович. УФН **115**, *2*, 199 (1975); **126**, *4*, 677 (1978).
[5] G.A. Puchkovskaya, V.L. Strizhevskii, Yu.A. Frolkov, N.M. Chepilko, Yu.N. Yashkir. Phys. Stat. Sol. (b) **89**, *1*, 27 (1978).
[6] В.Н. Любимов. ЖПС **33**, *5*, 913 (1980).
[7] В.И. Альшиц, В.Н. Любимов, Л.А. Шувалов. ФТТ **43**, *7*, 1322 (2001).
[8] Ф.Н. Марчевский, В.Л. Стрижевский, С.В. Стрижевский. ФТТ **26**, *5*, 1501 (1984).
[9] М.И. Дьяконов. ЖЭТФ **94**, *4*, 119 (1988).
[10] В.И. Альшиц, В.Н. Любимов. ФТТ **44**, *2*, 371 (2002).
[11] Ф.И. Федоров. Теория гиротропии. Наука и техника, Минск (1976). 456 с.
[12] Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. Основы кристаллофизики. Наука, М. (1975). 680 с.