

Поляризационная зависимость спонтанного излучения горячих электронов

© В.М. Бондар, О.Г. Сарбей, П.М. Томчук

Институт физики Национальной академии наук Украины,
03028 Киев, Украина

E-mail: sarbey@iop.kiev.ua

(Поступила в Редакцию 9 июня 2001 г.)

Исследуется поляризационная зависимость спонтанного излучения горячих электронов, связанная с междолинным перераспределением их в многодолинных полупроводниках.

Показано, что излучение поляризовано в основном перпендикулярно электрическому полю, но может изменять направление поляризации и ее глубину в зависимости от степени перераспределения электронов, их концентрации и величины греющего электрического поля.

Спонтанное излучение носителей заряда из кристаллов в кубической симметрией не обладает поляризацией. Греющее электрическое поле однако нарушает кубическую симметрию распределения электронов в пространстве волновых векторов. Нарушение симметрии может быть обусловлено различными механизмами, некоторые из них в связи с поляризацией излучения и анизотропией поглощения рассматривались в литературе [1,2].

В настоящей работе исследуется поляризационная зависимость спонтанного излучения горячих электронов, связанная с междолинным перераспределением их в многодолинных полупроводниках. Как хорошо известно, поглощение и излучение свободных электронов возможно только в присутствии „третьего тела“. В обычных условиях таким третьим телом являются фононы и примеси, участие которых и обеспечивает закон сохранения квазиимпульса. В многодолинных полупроводниках (германий, кремний и т.п.) рассеяние как на фононах, так и на примесях существенно анизотропно. Это и является причиной возникновения поляризационных зависимостей при неравномерном заселении долин.

1. Постановка задачи. Акустическое рассеяние

Рассмотрим сначала анизотропное рассеяние электрона на акустических колебаниях решетки в многодолинных полупроводниках. Будем исходить из интеграла столкновений электронов с акустическими фононами, в котором учтено влияние поля высокочастотной электромагнитной волны на акт столкновения

$$\begin{aligned} \hat{I}f = & \sum_{(s)} \sum_q \sum_{l=-\infty}^{\infty} W^{(s)}(\mathbf{q}) I_l^2 \left(\frac{e\mathbf{v}}{m\omega c} \right) \\ & \times [f(\mathbf{p}\mathbf{t} + \hbar\mathbf{q})(N_{\mathbf{q}}^{(s)} \pm 1) - f(\mathbf{p})N_{\mathbf{q}}^{(s)}] \\ & \times \delta[\varepsilon_{\mathbf{p}\mathbf{t} + \hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}}^{(s)} - l\hbar\omega] + f(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{q})N_{\mathbf{q}}^{(s)} \\ & - f(\mathbf{p})(N_{\mathbf{q}}^{(s)} + 1)\delta[\varepsilon_{\mathbf{p} - \hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}^{(s)} - l\hbar\omega], \quad (1) \end{aligned}$$

где $f(\mathbf{p})$ — функция распределения электронов по импульсам (\mathbf{p}), $N^{(s)}$ — функция распределения фононов

s -й ветки, $\hbar\omega_{\mathbf{q}}^{(s)}$ — энергия фононов, $\hbar\omega$ — квант света, $W^{(s)}(\mathbf{q})$ — вероятность рассеяния, I_l — функция Бесселя l -го порядка, m_{\perp} — поперечная масса электрона, c — скорость света, а величина γ определяется формулой

$$\gamma = \mathbf{A}\mathbf{q} + \left(\frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} - 1 \right) (\mathbf{A}\mathbf{l}_0)(\mathbf{q}\mathbf{l}_0), \quad (2)$$

\mathbf{l}_0 — орт в направлении оси вращения эллипсоида масс i -й долины, \mathbf{A} — вектор-потенциал электромагнитной волны.

Считая рассеяние, как обычно, квазиупругим, примем, что

$$N_{\mathbf{q}}^{(s)} + 1 \approx N_{\mathbf{q}}^{(s)} \approx \frac{\theta}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}^{(s)}},$$

где θ — температура решетки в энергетических единицах.

Суммарная вероятность рассеяния электронов на всех трех акустических ветвях есть

$$\begin{aligned} W(\mathbf{q}) = & \sum_{s=1}^3 W^{(s)}(\mathbf{q}) = \frac{2\pi\theta}{\rho V \hbar} \frac{1}{s_{\parallel}^2} \left[\Sigma_d + \Sigma_u \left(\frac{\mathbf{l}_0\mathbf{q}}{q} \right)^2 \right]^2 \\ & + \frac{\Sigma_u^2}{s_{\perp}^2} \left[1 - \left(\frac{\mathbf{l}_0\mathbf{q}}{q} \right)^2 \right] \left(\frac{\mathbf{l}_0\mathbf{q}}{q} \right)^2, \quad (3) \end{aligned}$$

s_{\parallel} — продольная скорость звука, а s_{\perp} — поперечная. V — объем, ρ — плотность вещества, Σ_d и Σ_u — константы деформационного потенциала.

В соответствии с (1) энергия, которую электроны передают решетке в единицу времени в присутствии электромагнитной волны, описывается выражением

$$\begin{aligned} P = & \int \varepsilon(\mathbf{p}) \hat{I}f(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = P_0 - \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \hbar\omega \\ & \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} l \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' W(\mathbf{q}) I_l^2 \left(\frac{e\mathbf{v}}{m_{\perp}\omega c} \right) \\ & \times \delta[\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - l\hbar\omega], \quad (4) \end{aligned}$$

где P_0 — передаваемая энергия в отсутствие волны, $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{q}$.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением только одноквантовых процессов (т.е. $l = \pm 1$).

Как показывают оценки, аргумент в функции Бесселя практически для всех частот в световом диапазоне значительно меньше единицы. С учетом этого для добавки к передаваемой решетке энергии, обусловленной присутствием поля электромагнитной волны, получим выражение

$$\begin{aligned} \Delta P^{(\pm)} = P - P_0 = \mp \frac{V \hbar \omega}{(2\pi \hbar)^3} \\ \times \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' W(\mathbf{q}) \left(\frac{e\gamma}{2m_{\perp} \omega c} \right)^2 \\ \times \delta[\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} \mp \hbar \omega]. \end{aligned} \quad (5)$$

Энергия электрона после перехода равна $\varepsilon_{\mathbf{p}'} = \varepsilon_{\mathbf{p}} \pm \hbar \omega$. Из этого следует, что $\Delta P^{(+)}$ описывает процессы, связанные с поглощением, а $\Delta P^{(-)}$ — с излучением кванта света.

Выражение (5) примем за основу для расчета обусловленного полем волны поглощения и индуцированного им же излучения. Интересующее нас спонтанное излучение легко может быть получено, как показано далее, из выражения для индуцированного полем излучения.

Интегрирование в (5) удобно осуществлять в деформированных координатах, в которых исходные эллипсоидальные изоэнергетические поверхности становятся сферическими

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{\perp} = \mathbf{p}_{\perp}^*, \quad p_{\parallel} = \left(\frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} \right)^{1/2} p_{\parallel}^*, \\ \mathbf{q}_{\perp} = \mathbf{q}_{\perp}^*, \quad q_{\parallel} = \left(\frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} \right)^{1/2} q_{\parallel}^*, \\ \varepsilon_{\mathbf{p}} = \frac{p_{\perp}^2}{2m_{\perp}} + \frac{p_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} = \frac{p^{*2}}{2m_{\perp}}. \end{aligned} \quad (6)$$

В этих переменных δ -функция принимает вид

$$\begin{aligned} \delta[\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} \mp \hbar \omega] \\ = \delta \left[\frac{(\hbar q^*)^2}{2m_{\perp}} + \frac{\hbar}{m_{\perp}} p^* q^* \cos \nu^* \mp \hbar \omega \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где ν^* — угол между p^* и q^* .

Используя δ -функцию, легко в (5) проинтегрировать по ν^* . При этом

$$\begin{aligned} \cos \nu^* = \left[\pm \hbar \omega - \frac{(\hbar q^*)^2}{2m_{\perp}} \right] / \frac{\hbar q^* p^*}{m_{\perp}}, \\ |\cos \nu^*| \leq 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Выражение (8) и условие $|\cos \nu^*| \leq 1$ определяют пределы по q^* . В результате имеем

$$\begin{aligned} \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' W(\mathbf{q}) \gamma^2 \delta[\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \hbar \omega] \\ = \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} \hbar^3 \int d\mathbf{p}^* f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}^*}) \int d\mathbf{q}^* W(\mathbf{q}^*) \gamma^2 \delta \\ \times \left[\frac{(\hbar q^*)^2}{2m_{\perp}} + \frac{\hbar}{m_{\perp}} p^* q^* \cos \nu^* - \hbar \omega \right] = 2\pi \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} \hbar^3 \frac{m_{\perp}}{\hbar} \\ \times \int_0^{\infty} dp^* p^* f_0(\varepsilon_{p^*}) \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} dq^* q^* \int d\Omega_{q^*} W(\mathbf{q}^*) \gamma^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $d\Omega_{q^*}$ — телесный угол в пространстве q^* , а величины q_{\min} и q_{\max} определяются из условия (8) и для случая поглощения равны

$$\begin{aligned} \hbar q_{\max} = p^* + \sqrt{p^{*2} + 2m_{\perp} \hbar \omega} \\ \hbar q_{\min} = -p^* + \sqrt{p^{*2} + 2m_{\perp} \hbar \omega}. \end{aligned} \quad (10)$$

В (9) вместо функции $f(\mathbf{p})$ использована симметричная функция $f_0(\varepsilon)$.

Из (3) следует, что

$$\begin{aligned} W(\bar{\mathbf{q}}) = W(\nu^*) = \frac{2\pi\theta}{\rho V \hbar} \left\{ \frac{1}{s_{\parallel}^2} [\Sigma_d + \cos^2 \nu^*]^2 \right. \\ \left. + \frac{\Sigma_u^2}{s_{\perp}^2} [1 - \cos^2 \nu^*]^2 \cos^2 \nu^* \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь ν^* — угол между вектором \mathbf{q}^* и ортом $\bar{\mathbf{I}}_0$. Поскольку W не зависит от модуля q^* , а величина γ^2 (как видно из (2)) пропорциональна q^{*2} , то интегрирование легко выполняется как по dq^* , так и по $d\Omega_{q^*} = \cos \nu^* d\nu^* d\varphi^2$. Остающийся по p^* интеграл есть

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dp^* p^{*2} (\hbar \omega + \varepsilon)^{1/2} (\hbar \omega + 2\varepsilon) f_0(\varepsilon) = \frac{n_i}{2} \left(\frac{\theta_i}{\pi} \right)^{3/2} \\ \times \int_0^{\infty} dx \left\{ x \left(\frac{\hbar \omega}{\theta_i} + x \right) \right\}^{1/2} \left(\frac{\hbar \omega}{\theta_i} + 2x \right) e^{-x}. \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) в качестве $f_0(\varepsilon)$ взята максвелловская функция с эффективной электронной температурой в i -й долине θ_i , n_i — концентрация электронов в i -й долине.

Интегралы типа (12) можно выразить через функцию Бесселя мнимого аргумента $K_1(a)$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dx e^{-x} x^n (x^2 + 2ax)^{g-1/2} \\ = (-1)^n \frac{2^g}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left(g + \frac{1}{2} \right) \frac{d^n}{da^n} \{ a^{-g} e^a K_g(a) \}, \end{aligned} \quad (13)$$

Γ — гамма-функция.

При вычислении излучения вместо пределов (10) следует писать

$$\begin{aligned} \hbar q_{\max} &= p^* + \sqrt{p^{*2} - 2m_{\perp} \hbar \omega}, \\ \hbar q_{\min} &= p^* - \sqrt{p^{*2} - 2m_{\perp} \hbar \omega}, \end{aligned} \quad (14)$$

а интегрирование по p^* следует вести в пределах

$$\sqrt{2m_{\perp} \hbar \omega} \leq p^* \leq \infty.$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \Delta P_i^{(+)} &= e^2 \left(\frac{A_{\perp}^2}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \frac{A_{\parallel}^2}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} \right) \\ &\times \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \frac{n_i \theta_i^{3/2}}{\sqrt{\theta}} \frac{1}{c^2 \hbar \omega} \left\{ a_i^3 e^{a_i} \frac{d}{da_i} \left(\frac{K_1(a_i)}{a_i} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_i^{(-)} &= -\exp\left(\frac{\hbar \omega}{\theta_i}\right) \Delta P_i^{(+)}, \\ a_i &= \frac{\hbar \omega}{2\theta_i}. \end{aligned} \quad (16)$$

В (15) $\tau_{\perp}^{(0)}$ и $\tau_{\parallel}^{(0)}$ — соответственно поперечная и продольная компоненты тензора времени релаксации при $\varepsilon = \theta$, обусловленной рассеянием электронов на акустических фононах.

Используя (15) и (16), легко получить общее выражение для коэффициента поглощения, связанного с акустическим рассеянием

$$K = \frac{\sum_i (\Delta P_i^{(+)} + \Delta P_i^{(-)})}{\Pi}, \quad (17)$$

где Π — падающий на полупроводник поток, равный

$$\Pi = \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi} E^2 = \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{A_0^2}{2}, \quad (18)$$

ε_0 — статическая диэлектрическая проницаемость, E — электрическое поле волны, A_0 — амплитуда вектор-потенциала

$$\mathbf{A} = \mathbf{q}_0 A_0 \cos(\omega t - xz), \quad (19)$$

\mathbf{q}_0 — единичный орт, характеризующий поляризацию волны, x — волновой вектор.

Учтем, что входящий в (15) множитель, зависящий от поляризации, приводится к виду

$$\begin{aligned} &\frac{A_{\perp}^2}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \frac{A_{\parallel}^2}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} \\ &= A_0^2 \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Теперь из (17) с учетом (15), (16) и (18) получаем общее выражение для коэффициента поглощения

$$\begin{aligned} K &= \frac{16\sqrt{\pi}}{3} \frac{e^2}{c\hbar} \\ &\times \sum_{(i)} \frac{n_i \theta_i^{3/2}}{\sqrt{\theta} \omega} \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\} \\ &\times \left(1 - \exp\left(\frac{-\hbar \omega}{\theta_i}\right) \right) \left\{ a_i^3 e^{a_i} \frac{d}{da_i} \left(\frac{K_1(a_i)}{a_i} \right) \right\}, \\ a_i &= \frac{\hbar \omega}{2\theta_i}. \end{aligned} \quad (21)$$

Формула (21) справедлива как в классическом пределе ($\theta_i \gg \hbar \omega$), так и в квантовом ($\theta_i \ll \hbar \omega$). В указанных предельных случаях общая формула существенно упрощается и мы получаем

$$\begin{aligned} K &= \frac{32\sqrt{\pi}}{3} \frac{e^2}{\sqrt{\varepsilon} c \omega^2} \sum_{(i)} n_i \sqrt{\frac{\theta_i}{\theta}} \\ &\times \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

при ($\theta_i \gg \hbar \omega$);

$$\begin{aligned} K &= \frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{\sqrt{\varepsilon_0} c} \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{\hbar \omega}{\theta} \right)^{1/2} \\ &\times \sum_{(i)} n_i \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

при ($\theta_i \ll \hbar \omega$).

Видно, что в общем случае, когда заселенности долин n_i не равны между собой или электронные температуры в разных долинах θ_i отличаются друг от друга, коэффициент поглощения зависит от поляризации волны. Различное заселение долин может быть связано как с различным разогревом электронов в долинах, так и с одноосными деформациями образца.

В случае изотропного акустического рассеяния время релаксации $\tau(\varepsilon)$ является скалярной величиной и имеет известный вид

$$\frac{1}{\tau(\varepsilon)} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m^{3/2} \theta \Sigma_d^2}{\rho s^2 \hbar^4} \sqrt{\varepsilon}. \quad (24)$$

В этом случае вместо (22) имеем

$$K \simeq \frac{32\sqrt{\pi}}{3\sqrt{\varepsilon} c} \frac{e^2 n}{m \tau(\theta) \omega^2}. \quad (25)$$

Формула (25) на множитель $\frac{8}{3\sqrt{\pi}}$ отличается от классической формулы Друде. Это незначительное отличие связано с тем, что в классической теории Друде не

учитывалась энергетическая зависимость времени релаксации. В квантовом пределе при азотропном рассеянии вместо (23) получим

$$K \simeq \frac{4\pi n}{3mc\sqrt{\varepsilon_0}\omega^2} \frac{1}{\tau(\hbar\omega)}. \quad (26)$$

Во избежание недоразумений напомним, что в (25) и (26) n — полная концентрация, в то время как в (22) и (23) n_i — концентрация электронов в i -й долине ($n = \sum n_i$).

Выражение (16) определяет индуцированное полем волны излучение. Интересующее нас спонтанное излучение горячих электронов нетрудно формально получить, используя выражение (16). С этой целью нормируем вектор-потенциал волны (19) таким образом, чтобы в объеме V находилось N_{ph} фононов, т.е. используем условие

$$\frac{1}{V} N_{ph} \hbar\omega = \frac{\mathbf{E}^2}{4\pi}, \quad (26a)$$

из которого следует, что

$$A_0 = c \left(\frac{2\pi\hbar}{v\omega} N_{ph} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Подставляя теперь (27) в (16), полагая $N_{ph} = 1$ и домножая полученное выражение на плотность конечного состояния поля, получим интересующую нас формулу для спонтанного излучения.

Плотность конечных состояний поля в единичном интервале частот и телесном угле $d\Omega$ равна

$$d\rho(\omega) = \frac{V k^2 dk d\Omega}{(2\pi\hbar)^3 d\omega} = \frac{V}{(2\pi c)^3} \omega^2 d\Omega. \quad (28)$$

Прделав указанные выше преобразования, получим для вклада в спонтанное излучение горячих электронов от i -й долины выражение

$$\begin{aligned} W^{(-)} = & - \frac{V e^2}{6\pi^{5/2}} \frac{n_i \theta_i^{3/2}}{\sqrt{\theta} c^3} \\ & \times \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\} \\ & \times \left\{ a_i^3 e^{a_i} \frac{d}{da_i} \left(\frac{K_1(a_i)}{a_i} \right) \right\} d\Omega, \\ & a_i = \frac{\hbar\omega}{2\theta_i}. \end{aligned} \quad (29)$$

Формула (29) — для квантовой области частот, т.е. частот, для которых $a_i = \frac{\hbar\omega}{2\theta_i} \gg 1$ принимает совсем простой вид

$$\begin{aligned} W^{(-)} \simeq & \frac{V}{24\pi^2} \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\} \\ & \times \frac{e^2 n_i (\hbar\omega)^{3/2}}{\sqrt{\theta} c^3} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) d\Omega. \end{aligned} \quad (30)$$

Как видно, в этой области частот излучение зависит экспоненциально от температуры электронов. Совсем иная ситуация в классической области частот ($a_i \ll 1$). В последнем случае имеем

$$\begin{aligned} W^{(-)} \simeq & \frac{V}{3\pi^{5/2}} \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \left[\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right] (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \right\} \\ & \times \frac{e^2 n_i \theta^{3/2}}{\sqrt{\theta} c^3} d\Omega. \end{aligned} \quad (31)$$

2. Примесное рассеяние

В случае примесного рассеяния поглощаемая или излучаемая электронами мощность, индуцированная полем электромагнитной волны, опять будет иметь вид (5) с тем лишь отличием, что вероятность рассеяния $W(\mathbf{q})$ вместо формулы (3) будет теперь определяться выражением

$$W(\mathbf{q}) = \frac{(2\pi\hbar)^3}{V} \frac{4e^4 N}{x_0^2} \left\{ (\hbar q)^2 + \left(\frac{\hbar}{r_0} \right)^2 \right\}^{-2}. \quad (32)$$

Здесь N — концентрация ионизированных примесей, r_0 — радиус экранирования, x_0 — статистическая диэлектрическая проницаемость. Вероятность (32) рассчитана для случая рассеяния электрона на заэкранированном кулоновском потенциале.

Вкратце остановимся на процедуре вычисления необходимых нам интегралов (см. выражение (5)). Начнем с вычисления интеграла (9) для рассматриваемого здесь случая примесного рассеяния. Интеграл (9) соответствовал случаю поглощения кванта $\hbar\omega$. Теперь рассмотрим случай излучения кванта $\hbar\omega$.

Учитывая (6) и (7), по аналогии с (9) получим

$$\begin{aligned} & \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' W(\mathbf{q}) \gamma^2 \delta\{\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \hbar\omega\} \\ & = 2\pi\hbar^2 m_{\parallel} m_{\perp} \int_{\hbar\omega}^{\infty} d\varepsilon f(\varepsilon) \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} dq^* q^* \int d\Omega_{q^*} W(\mathbf{q}^*) \gamma^2. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь учтено, что излучать кванты могут только электроны с энергиями $\varepsilon \geq \hbar\omega$. Кроме того, q_{\max} и q_{\min} в (32) для излучения определяются выражениями (14). При вычислении интегралов (9) для акустического рассеяния мы интегрировали по модулю q^* .

Это было удобно, поскольку вероятность рассеяния $W(\mathbf{q}^*)$ не зависела от модуля вектора \mathbf{q}^* , а зависела только от углов. Теперь, как следует из (32), вероятность зависит от модуля передаваемого импульса. Поэтому, в качестве $f(\varepsilon)$ примем максвелловскую функцию i -й долины с температурой θ_i и концентрацией n_i

$$f(\varepsilon) = \frac{n_i}{(2\pi\theta_i)^{3/2} m_{\perp} \sqrt{m_{\parallel}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\theta_i}\right). \quad (34)$$

Пределы интегрирования в (33) сдвинем по энергии ($\varepsilon = \varepsilon' + \hbar\omega$) и возьмем интеграл по частям по переменной ε' . В результате из (33) получим

$$\begin{aligned} & \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' W(\mathbf{q}) \gamma^2 \delta\{\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \hbar\omega\} \\ &= \frac{n_i \theta_i m_{\perp} \exp\left(\frac{-\hbar\omega}{\theta_i}\right)}{(2\pi\theta_i)^{3/2} \sqrt{m_{\parallel}}} \int_0^{\infty} d\varepsilon' \exp\left(-\frac{\varepsilon'}{\theta_i}\right) \\ & \times q^* \int [d\Omega_{q^*} W(\mathbf{q}^*) \gamma^2]_{q^*=q'_{\max}} \frac{dq'_{\max}}{d\varepsilon'} \\ & - \left[q^* \int d\Omega_{q^*} W(\mathbf{q}^*) \gamma^2 \right]_{q^*=q'_{\min}} \frac{dq'_{\min}}{d\varepsilon'}. \quad (35) \end{aligned}$$

Здесь q'_{\max} и q'_{\min} совпадают (благодаря сдвигу по энергии) с выражением (10). Отсюда ясно, что случай излучения отличается от случая поглощения всего лишь наличием множителя $e^{\frac{-\hbar\omega}{\theta_i}}$. Поэтому соотношение (16) остается в силе и для примесного рассеяния.

Вычисление интегралов по углам $\int d\Omega_{q^*} W(\mathbf{q}^*) \gamma^2$ никаких трудностей не представляет и мы легко получаем

$$\begin{aligned} \int d\Omega_{q^*} W(\mathbf{q}^*) \gamma^2 &= \frac{(2\pi\hbar)^3}{V} \frac{4e^4}{x_0^2} \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}}\right)^2 \frac{\pi N}{(\hbar q^*)^2} \\ & \times \left\{ A_0^2 B_1(q^*) + A_{\parallel}^2 \left[-B_1(q^*) + 2 \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} B_2(q^*) \right] \right\}. \quad (36) \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} B_1(q^*) &= \frac{1}{b^2} + \frac{1-b^2}{b^3} \arctan \frac{1}{b}, \\ B_2(q^*) &= -\frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{b} \arctan \frac{1}{b}, \\ b^2 &= \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}} \left(1 + \frac{1}{(r_0 q^*)^2} \right). \quad (37) \end{aligned}$$

Перейдем теперь в (35) к безразмерным переменным $x = \frac{\varepsilon'}{\theta_i}$ и подставим туда выражение (36). При этом учтем, что в новых переменных

$$\begin{aligned} q'_{\max} &= \frac{(2m_{\perp}\theta_i)^{1/2}}{\hbar} \left\{ x^{1/2} + \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)^{1/2} \right\}, \\ q'_{\min} &= \frac{(2m_{\perp}\theta_i)^{1/2}}{\hbar} \left\{ -x^{1/2} + \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)^{1/2} \right\}. \quad (38) \end{aligned}$$

В результате из (35) получаем

$$\begin{aligned} & \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \int d\mathbf{p}' W(\mathbf{q}) \gamma^2 \delta\{\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \hbar\omega\} \\ &= \frac{(2\pi\hbar)^3}{V} \frac{e^4 N n_i}{x_0^2} \left(\frac{2\pi m_{\parallel}}{\theta_i}\right)^{1/2} \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}}\right)^2 \\ & \times A_0^2 \int \frac{dx e^{-x} \{\Psi(q'_{\max}) + \Psi(q'_{\min})\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}}. \quad (39) \end{aligned}$$

Здесь обозначено

$$\Psi(q^*) = B_1(q^*) + (\mathbf{q}_0 \mathbf{l}_0)^2 \left[-B_1(q^*) + 2 \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} B_2(q^*) \right]. \quad (40)$$

Напомним, что \mathbf{q}_0 — орт, характеризующий поляризацию волны, \mathbf{l}_0 — орт, направленный вдоль оси вращения эллипсоида масс i -й долины.

С помощью (39) легко находим добавки к мощности, передаваемой (отбираемой) электронной подсистеме, обусловленные воздействием электромагнитной волны.

В соответствии с (5) и (39) находим

$$\begin{aligned} \Delta P_i^{(+)} &= -\frac{e^6 N n_i \hbar \left(\frac{2\pi m_{\parallel}}{\theta_i}\right)^{1/2}}{4x_0^2 c^2 \omega (m_{\parallel} - m_{\perp})^2} A_0^2 \\ & \times \int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \{\Psi(q'_{\max}) + \Psi(q'_{\min})\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}}, \\ \Delta P_i^{(-)} &= -\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) \Delta P_i^{(+)}. \quad (41) \end{aligned}$$

С помощью (41) получаем общий вид коэффициента поглощения света свободными электронами при доминирующей роли анизотропного примесного рассеяния в многодолинных полупроводниках. Используя (17) и (41), получаем

$$\begin{aligned} K &= (2\pi)^{3/2} - \frac{e^6 N m_{\parallel}^{1/2} \hbar}{x_0^{5/2} c (m_{\parallel} - m_{\perp})^2 \omega^3} \\ & \times \sum \frac{n_i}{\sqrt{\theta_i}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) \right) \\ & \times \int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \{\Psi(q'_{\max}) + \Psi(q'_{\min})\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}}. \quad (42) \end{aligned}$$

Выражение (42) можно существенно упростить в различных предельных случаях. Например, при $\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \gg 1$ под интегралом в (42) можно положить

$$q'_{\max} \approx q'_{\min} \approx \left(\frac{2m_{\perp}\omega}{\hbar}\right)^{1/2} \cong q'.$$

Тогда

$$\int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \{\Psi(q'_{\max}) + \Psi(q'_{\min})\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}} \approx 2\sqrt{\pi} \Psi(q') \sqrt{\frac{\theta_i}{\hbar\omega}}.$$

Выпишем общее выражение для излучения горячих электронов i -й долины в случае примесного рассеяния. Используя (41) и повторяя те же процедуры, которые

были проделаны при получении (29), легко находим

$$W^{(-)} = \frac{e^6 N n_i \sqrt{m_{\parallel}} \hbar^2 d\Omega}{4(2\pi)^{3/2} x_0^2 c^3 \sqrt{\theta_i} (m_{\parallel} - m_{\perp})^2} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) \times \int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \{\Psi(q'_{\max}) + \Psi(q'_{\min})\}}{\sqrt{x} \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right)}. \quad (43)$$

3. Обсуждение результатов

Формулы (29) и (43) описывают электромагнитное излучение электронами одной долины. Структура этих формул такова, что обе они и их сумма могут быть записаны в виде

$$W^{(-)} = R + Q^2(\mathbf{q}_0, \mathbf{i}_0). \quad (44)$$

Для многодолинного полупроводника необходимо провести суммирование излучения по всем эквивалентным долинам

$$W_s^{(-)} = \sum_i [R_i + Q_i \{\mathbf{q}_0, \mathbf{i}_0\}], \quad (44a)$$

где R_i и Q_i зависят от температуры решетки, концентрации примесей, температур и концентраций электронов в долинах. В качестве примера рассмотрим германий, излучение горячих электронов из которого исследовалось в ряде работ [3–5]. Пусть электрическое поле направлено вдоль оси [111] кристалла. Как известно, в этом случае все долины могут быть разбиты на две группы с различными электронными температурами и концентрациями электронов в долинах: первая содержит одну долину, расположенную на оси [111], вторую группу образуют три долины, расположенные на осях $[\bar{1}, 11]$, $[1, \bar{1}, 1]$ и $[1, 1, \bar{1}]$.

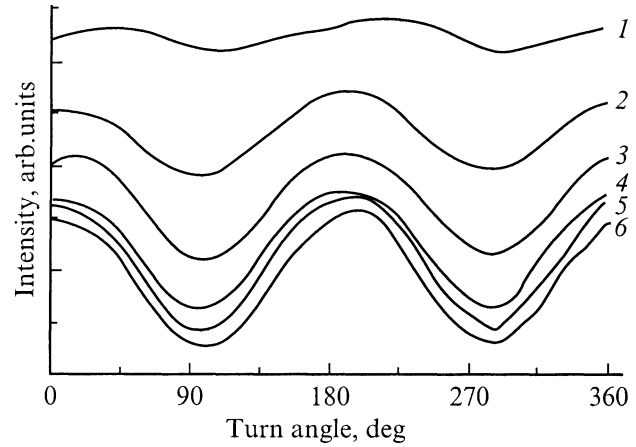
Выполняя суммирование в формуле (44a), получим для рассматриваемого случая

$$W_s^{(-)} = R_1 + 3R_2 + \frac{Q_1}{3} + Q_2 + \frac{2}{3}(q_{0x}q_{0y} + q_{0y}q_{0z} + q_{0x}q_{0z})(Q_1 - Q_2). \quad (45)$$

Нетрудно показать, что экстремальные значения анизотропной части достигаются при $q_{0x} = q_{0y} = q_{0z} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и при условии $q_{0x} + q_{0y} + q_{0z} = 0$, т.е. в направлении [111] и в плоскости, перпендикулярной этому направлению, что, впрочем, следует и из соображений симметрии.

Для определенности будем считать, что волновой вектор излучения направлен по $[\bar{1}10]$ и, следовательно, вектор поляризации лежит в плоскости $(\bar{1}10)$. Его направление в этой плоскости можно характеризовать, например, углом α , образуемым этим направлением с [111] осью. Тогда после несложных преобразований формула (45) приводится к виду

$$W_s^{(-)} = R_1 + 3R_2 + \frac{4}{3}Q_2 + (Q_1 - Q_2)\cos^2(\alpha), \quad (45a)$$



Зависимость интенсивности излучения n -Ge от угла поворота поляризатора. Одноосное давление, P , kbar/cm²: 1 — 0, 2 — 1.0, 3 — 2.0, 4 — 3.0, 5 — 4.0, 6 — 6.0.

а степень поляризации дается формулой

$$P = \frac{W_s^{(-)}|_{\alpha=0} - W_s^{(-)}|_{\alpha=\pi/2}}{W_s^{(-)}|_{\alpha=0} + W_s^{(-)}|_{\alpha=\pi/2}} = \frac{Q_1 - Q_2}{2(R_1 + 3R_2) + Q_1 + \frac{5}{3}Q_2}. \quad (46)$$

Отметим, что как следует из выражений (29) и (43), для германия, у которого $\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} \approx 0.05$, $R > 0$, $Q < 0$ и $|R| \approx |Q|$. С учетом этого из (46) следует, что поляризация излучения достигает максимальной величины, близкой к 100%, а вектор поляризации направлен преимущественно перпендикулярно электрическому полю при $Q_2 \ll Q_1$. Это означает, что если электронами заселена одна долина [111], то излучаются в основном электромагнитные волны с поляризацией вдоль малой оси эллипсоида энергии независимо от длины волны излучения, напряженности электрического поля и механизма рассеяния электронов. При $Q_1 = Q_2$, т.е. при равных температурах и концентрациях электронов в долинах обеих групп, поляризация отсутствует, а при $Q_2 > Q_1$ излучение преимущественно поляризовано по электрическому полю и степень поляризации достигает максимальной величины около 25% при $Q_2 \gg Q_1$. При неравном частичном заселении обеих групп долин поляризация излучения зависит от электрического поля, длины волны, степени легирования кристаллов и т.п.

На рисунке в качестве примера показаны результаты измерений поляризации излучения, проведенных одним из нас (В.М. Бондарем¹) на кристаллах германия, легированных сурьмой с концентрацией 10^{15} см⁻³, при температуре около 5 К в электрическом поле напряженностью 50 В/см в области длин волн 80–120 мкм. Нуль на этом рисунке соответствует конфигурации поляризатора

¹ Подробное описание методики эксперимента и экспериментальных данных будет опубликовано позже.

и образца, когда штрихи поляризации направлены вдоль электрического поля. Разные кривые получены при разных одноосных давлениях, приложенных параллельно электрическому полю, направленному вдоль [111] оси. Как в греющем поле, так и при наложении давления в этом случае электроны преимущественно заселяют долину [111]. При максимальном давлении (около 7 tn/cm^2) практически все они находятся в этой долине.

Из рисунка видно, что при всех давлениях излучение поляризовано перпендикулярно электрическому полю и в соответствии с развитой теорией степень поляризации растёт с ростом давления, т.е. при переселении электронов в долину [111]. Однако максимальное значение степени поляризации (около 25%) значительно меньше предсказываемого теорией. Кроме того, она зависит от величины греющего поля. Можно назвать несколько причин этого несоответствия теории и эксперимента. Прежде всего, некоторое уменьшение измерений степени поляризации связано с неидеальностью применявшегося анализатора поляризации. С другой стороны, некоторая деполяризация происходит при выходе излучения из кристалла. И, наконец, одна из главных причин, по-видимому, заключается в существовании при низких температурах кристалла конкурирующего механизма поляризации с преимущественным направлением ее вдоль электрического поля. Как известно, при низких температурах асимметричная часть функции распределения остановится немалой и сравнимой с симметричной частью. Учет этого обстоятельства может привести к лучшему согласию теории и имеющихся экспериментальных данных. С другой стороны, желательно провести измерения поляризации излучения горячих электронов при более высоких температурах решетки (например, при $T = 77 \text{ K}$), где приближения теории хорошо выполняются.

Список литературы

- [1] Ф.Т. Васько. ФТП **24**, 4, 682 (1990).
- [2] В.П. Малевич. ФТП **16**, 8, 2035 (1982).
- [3] В.М. Бондар, А.В. Кузнецов, П.М. Томчук. УФЖ **36**, 4, 517 (1991).
- [4] I. Ferretti, A. Abramo, R. Brunetti, C. Jacoboni. Phys. Stat. Sol. (b) **204**, 1, 538 (1997).
- [5] В.М. Бондар, А.В. Кузнецов, А.С. Ханенко. УФЖ **36**, 3, 344 (1991).
- [6] В.М. Бондар, А.В. Кузнецов, П.М. Томчук, А.С. Ханенко. УФЖ **36**, 6, 824 (1991).