

# Звуковое излучение, вызванное срывом и остановкой краевых дислокаций в изотропной среде

© А.А. Скворцов, О.В. Литвиненко

Ульяновский государственный университет,  
432700 Ульяновск, Россия

E-mail: scvor@sv.uven.ru

(Поступила в Редакцию 16 июля 2001 г.

В окончательной редакции 15 октября 2001 г.)

Проведено теоретическое исследование звукового излучения при движении краевой дислокации в изотропном кристалле. Показано, что спектр акустической эмиссии при срыве и остановке дислокации совпадает с аналогичным спектром при аннигиляции двух дислокаций. Периодичность срывов и остановок в движении линейного дефекта ведет к появлению в спектре дополнительных экстремумов, причем частоты максимумов спектра оказываются кратными характерной частоте перескоков дислокаций из одного минимума потенциального рельефа в другой. Рассмотрены случаи больших и малых расстояний от системы дислокаций до точки регистрации звука. Для последнего случая приведена экспериментальная иллюстрация на примере электростимулированного движения краевых дислокаций в кремнии.

Дислокации в кристаллах способны перемещаться под влиянием различных внешних воздействий, таких как механические напряжения [1], а также электрические [2] и магнитные [3] поля. Срыв и перемещение дислокаций, как и другие пластические эффекты [4], сопровождаются излучением звуковых волн различного типа и спектрального состава, так называемой акустической эмиссией (АЭ).

Несмотря на большое количество экспериментальных данных по наблюдению АЭ, интерпретация полученных сигналов встречает серьезные трудности. Кроме того, регистрация акустических импульсов, генерируемых отдельными дислокациями, в настоящее время возможна лишь в исключительных случаях [5]. Поэтому для непосредственного сопоставления экспериментальных спектров с теоретическими зависимостями удобнее перейти на построение акустических образов элементарных актов пластической деформации, реализующихся ансамблями линейных дефектов. С другой стороны, если все дислокации движутся однообразно и спектры излучения каждой из них в общих чертах совпадают, качественный анализ результирующего экспериментального спектра АЭ можно провести и по расчетам, полученным для единственной дислокации.

В данной работе рассматривается звуковое излучение, вызванное как однократными, так и периодическими срывами и остановками прямолинейных параллельных краевых дислокаций в изотропной среде.

## 1. Упругие поля излучения прямолинейных параллельных краевых дислокаций

Излучение, создаваемое системой произвольно движущихся дислокаций, описывается в теории кристаллоакустики системой [6], состоящей из динамического волнового уравнения и модифицированного закона Гука

с учетом зависящих от времени возмущений, вносимых искажающими кристаллическую решетку дислокациями,

$$\rho \frac{\partial^2 v_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \lambda_{iklm} \nabla_k \nabla_l v_m(\mathbf{r}, t) = \lambda_{iklm} \nabla_k j_{lm}(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

$$\sigma_{ik}(\mathbf{r}, t) = \lambda_{iklm} \int \left[ \nabla_l v_m(\mathbf{r}, t') + j_{lm}(\mathbf{r}, t') \right] dt', \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность среды,  $v_i(\mathbf{r}, t)$  — колебательная скорость элементов среды,  $\sigma_{ik}(\mathbf{r}, t)$  — тензор напряжений,  $\lambda_{iklm}$  — тензор упругих модулей,  $j_{lm}$  — тензор плотности потока дислокаций.

Пусть имеется ограниченная в пространстве система прямолинейных, параллельных дислокаций, движущихся в одной из плоскостей скольжения, определяемой внешними силами. Направим ось  $Z$  прямоугольной системы координат вдоль дислокационных линий, ось  $X$  выберем таким образом, чтобы она лежала в указанной плоскости скольжения. Тогда для краевых дислокаций направление скольжения и вектора Бюргера будут параллельны на оси  $X$ . Для случая изотропной бесконечной среды задача (1), (2) была решена методом функции Грина в работе [4]. После преобразования Фурье по времени решение для спектральных компонент колебательной скорости имеет вид

$$\begin{aligned} v_i^\omega(\mathbf{R}) = & \frac{ic_t^2}{2} \nabla_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx'dy'}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^2} j_{km}^{s\omega}(\mathbf{R}') \\ & \times \left\{ \left[ (2N_i N_k - \delta_{ik}) \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} H_0^{(2)} \left( \frac{\omega |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}{c_l} \right) \right. \right. \\ & + \left. \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^2}{c_l^2} (N_i N_k - \delta_{ik}) H_0^{(2)} \left( \frac{\omega |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}{c_l} \right) \right] \\ & + \left[ (\delta_{ik} - 2N_i N_k) \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} H_0^{(2)} \left( \frac{\omega |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}{c_t} \right) \right. \\ & \left. \left. - \frac{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^2}{c_t^2} N_i N_k H_0^{(2)} \left( \frac{\omega |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}{c_t} \right) \right] \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{R}$  — проекция радиус-вектора на плоскость  $XY$ ,  $N_i = (\mathbf{R} - \mathbf{R}')/|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|$ ,  $H_0^{(2)}$  — функция Ханкеля нулевого порядка второго рода,  $c_l$  и  $c_t$  — скорости продольных и поперечных звуковых волн в среде,

$$v_i^\omega(\mathbf{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} v_i(\mathbf{R}, t) e^{-i\omega t} d\omega,$$

$$j_{ik}^{s\omega}(\mathbf{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} j_{ik}^s(\mathbf{R}, t) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (4)$$

где индекс  $s$  обозначает симметричную часть тензора. Штрихованные координаты определяют область локализации дислокационного ансамбля, а нештрихованные — точку регистрации АЭ.

Для больших расстояний от системы дислокаций можно получить приближение выражения (3) в волновой зоне, т.е. при  $(\omega|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|/c_\alpha \gg 1$ , где  $\alpha = t, l$ . В этом случае используется асимптотическое значение функции Ханкеля с большим аргументом, а  $|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|$  полагается приблизительно равным  $|\mathbf{R}| = R$ ; тогда согласно [4]

$$v_i^\omega(\mathbf{R}) = c_t^2 \left( \frac{|\omega|}{2\pi R} \right)^{1/2} \sum_{\alpha=l,t} \frac{\Phi_{ikm}^{(\alpha)}(\mathbf{n})}{c_\alpha^{5/2}} \times \exp \left[ -i \left( \frac{\omega R}{c_\alpha} - \frac{\pi}{4} \text{sign } \omega \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} j_{km}^{s\omega}(\mathbf{R}') dx' dy', \quad (5)$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор вдоль  $\mathbf{R}$ ,  $\Phi_{ikm}^{(l)}(\mathbf{n}) = n_i n_k n_m$ ,  $\Phi_{ikm}^{(t)}(\mathbf{n}) = (\delta_{ik} - n_i n_k) n_m$ .

Фурье-образ асимптотического приближения тензора напряжений находится подстановкой (5) в (2), с учетом равенство нулю вне системы дислокаций тензора  $j_{ik}(\mathbf{R}, t)$  и, следовательно, обращения второго слагаемого в (2) в нуль. Интегрирование по времени заменяется делением на  $i\omega$  согласно свойствам интегральных преобразований [7]. Тензор упругих модулей для изотропной среды имеет вид [4]

$$\lambda_{iklm} = \rho(c_l^2 - 2c_t^2)\delta_{ik}\delta_{lm} + \rho c_t^2(\delta_{il}\delta_{km} + \delta_{im}\delta_{kl}).$$

В результате получается

$$\sigma_{il}^\omega(\mathbf{R}) = -\rho c_t^2 \left( \frac{|\omega|}{2\pi R} \right)^{1/2} \sum_{\alpha=l,t} \frac{\Psi_{iklm}^{(\alpha)}(\mathbf{n})}{c_\alpha^{7/2}} \times \exp \left[ -i \left( \frac{\omega R}{c_\alpha} - \frac{\pi}{4} \text{sign } \omega \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} j_{km}^{s\omega}(\mathbf{R}') dx' dy', \quad (6)$$

где

$$\Psi_{iklm}^{(l)}(\mathbf{n}) = [c_l^2 \delta_{ik} + 2c_t^2(n_i n_k - \delta_{ik})] n_l n_m,$$

$$\Psi_{iklm}^{(t)}(\mathbf{n}) = c_t^2 n_l (\delta_{im} n_k + \delta_{km} n_i - 2n_i n_k n_m).$$

Данное решение справедливо для всех частот  $\omega$ , удовлетворяющих условию  $\omega R/c_\alpha \gg 1$ . Расстояния от системы дислокаций до точки наблюдения хоть и велики, но не бесконечны. Поэтому при близких к нулю значениях частоты приближение волновой зоны не пригодно.

Найдем теперь решение для малых значений  $\omega|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|/c_\alpha$ . Для этого воспользуемся разложением функции Ханкеля в степенной ряд. Наибольшими при  $\omega \rightarrow 0$  будут члены, содержащие логарифм аргумента

$$H_0^{(2)}(z) = -\frac{2i}{\pi} \ln \frac{z}{2} + \frac{iz^2}{2\pi} \ln \frac{z}{2} - \dots$$

Для вычисления второй производной от  $H_0^{(2)}$  в (3) ограничимся первыми двумя, а для самой функции — одним. После дифференцирования пренебрегаем постоянными слагаемыми по сравнению с содержащими логарифм частоты и получаем для колебательной скорости элементов среды

$$v_i^\omega(\mathbf{R}) = -\frac{(\gamma^2 + 1)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_m}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|} j_{im}^{s\omega}(\mathbf{R}') dx' dy', \quad (7)$$

где  $\gamma = c_l/c_t$ .

Чтобы найти тензор напряжений, подставляем (7) в (2) аналогично предыдущему случаю. Дополнительно учтем, что при движении дислокаций в своей плоскости скольжения  $j_{ii}(\mathbf{R}) = 0$  и получим

$$\sigma_{ik}^\omega(\mathbf{R}) = \frac{i\rho c_l^2}{\pi\omega} (1 - \gamma^4) \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^2} \left\{ (1 - 2\gamma^2) \delta_{ik} j_{lm}^{s\omega}(\mathbf{R}') N_l N_m - j_{ik}^{s\omega}(\mathbf{R}') + N_m [j_{km}^{s\omega}(\mathbf{R}') N_i + j_{im}^{s\omega}(\mathbf{R}') N_k] \right\} dx' dy'. \quad (8)$$

Если заменить в (7) и (8) разность  $\mathbf{R} - \mathbf{R}'$  на  $\mathbf{R}$ , то получим приближение для больших расстояний. Отметим еще, что упругие поля в (7) и (8) для произвольного вида тензора потока дислокаций не являются волнами. Действительно, функция тогда представляет собой волну, когда ее аргумент имеет вид  $t - R/c_\alpha$ . Фурье-образ таких функций согласно теореме запаздывания [7] должен содержать множитель  $\exp(-i\omega R/c_\alpha)$ , а полученные решения его не содержат в отличие от (5) и (6), представляющих из себя суперпозицию продольных и поперечных волн. Это объясняется тем, что условие малости частот  $\omega|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|/c_\alpha \ll 1$  предполагает малость характерного расстояния от системы дислокаций, где возникает возмущение, до точки регистрации упругих полей по сравнению с длиной волны излучения. Поэтому в таком приближении волновые свойства упругих полей не проявляются.

## 2. Звуковое излучение, вызванное срывом или остановкой краевой дислокации

2.1. Волновое приближение. Исследуем теперь поля излучения, порождаемого срывом ранее покоящейся краевой дислокации с места, на больших расстояниях от системы дислокаций, когда  $\omega R/c_\alpha \gg 1$ .

В [4] показано, что звуковое излучение появляется только при нестационарном движении дислокаций. АЭ при срыве дислокации будет иметь две составляющие: одну, связанную с фактом начала перемещения, т.е. появления дислокационного потока  $j_{ik}$ , и другую, обусловленную дальнейшим неравномерным движением. Поскольку в условиях, обычно реализующихся при пластической деформации, наибольший вклад в АЭ вносит не ускоренное движение дислокаций, а процессы, связанные с появлением или исчезновением их потока [8], рассмотрим только первую из перечисленных составляющих излучения. Поэтому далее будем считать скорость движущейся дислокации постоянной.

Начнем отсчет времени с момента начала движения. Скольжение краевой дислокации в силу начального выбора системы координат происходит в плоскости  $XZ$  в направлении  $X$ . Тогда тензор плотности потока будет иметь только две отличных от нуля компоненты

$$j_{xy}(\mathbf{R}, t) = j_{yx}(\mathbf{R}, t) = bv\theta(t)\delta(y)\delta(x - vt). \quad (9)$$

Здесь  $b$  — абсолютная величина вектора Бюргера дислокации,  $v$  — скорость движения после отрыва,  $\theta(t)$  — функция Хевисайда,  $\delta(y)$  — дельта-функция. Фурье-образ этого выражения имеет вид

$$j_{xy}^\omega(\mathbf{R}) = b\delta(y)\theta(x) e^{-i\omega x/v}. \quad (10)$$

Подставив (10) в (5) и (6), определим спектральные компоненты упругих полей, для ненулевых значений которых введем единое обозначение  $\Sigma_\mu(\mathbf{R}, t)$  ( $\mu = 1-5$ ), где  $\Sigma_1 = \sigma_{xx}$ ,  $\Sigma_2 = \sigma_{xy}$ ,  $\Sigma_3 = \sigma_{yy}$ ,  $\Sigma_4 = v_x$ ,  $\Sigma_5 = v_y$ . При интегрировании по  $\mathbf{R}'$  учтено, что на бесконечных расстояниях плотность потока дислокаций обращается в нуль. Исходя из цилиндрической симметрии задачи, окончательное выражение удобнее записать в цилиндрических координатах, когда полярный радиус  $R$  и полярный угол  $\varphi$  вводятся в плоскости  $XY$ . В этом случае  $n_x = \cos \varphi$ ,  $n_y = \sin \varphi$ , а компоненты упругих полей имеют вид

$$\Sigma_\mu^\omega(\varphi) = \text{sign } \omega \frac{\rho b c_\alpha^2 v}{\sqrt{4\pi R |\omega|}} \times \sum_{\alpha=l,t} \frac{\Lambda_\mu^{(\alpha)}(\varphi)}{c_\alpha^{3/2}} \exp \left[ -i \left( \frac{\omega R}{c_\alpha} + \frac{\pi}{4} \text{sign } \omega \right) \right], \quad (11)$$

где функции  $\Lambda_\mu^{(\omega)}$  определяют угловую зависимость упругих полей [4].

Аналогично можно показать, что решение для случая остановки равномерно движущейся дислокации будет точно таким же. Кроме того, выражение (11) для полей излучения начавшей движение дислокации совпадает с полученной в работе [4] формулой, описывающей поля при аннигиляции двух краевых дислокаций, до этого движущихся навстречу друг другу, если вместо  $v$  подставить разность их скоростей  $v_2 - v_1$ . Действительно, задачу об аннигиляции легко можно свести к нашей выбором системы координат, равномерно перемещающейся вместе с одной из дислокаций. Тогда скорость последней в этой системе будет равна  $v_2 - v_1$ , а неподвижная дислокация на излучение никак не повлияет.

Зная спектральные компоненты упругих полей (11) можно найти Фурье-образ плотности потока звуковой энергии [6]

$$P_i = -\sigma_{ik} v_k.$$

Согласно теореме умножения [7], произведение двух функций преобразуется в свертку их Фурье-образов

$$P_i^\omega = -\sigma_{ik}^\omega(\mathbf{R}) * v_k^\omega(\mathbf{R}) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{ik}^\omega(\mathbf{R}, \beta) v_k^\omega(\mathbf{R}, \omega - \beta) d\beta. \quad (12)$$

Нормировочный коэффициент здесь выбран в соответствии с нормировкой самого преобразования Фурье (4).

Объемная плотность энергии излучения  $\mathcal{E}$  связана с плотностью потока уравнением непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \text{div} P_i = 0. \quad (13)$$

Для нахождения спектра энергии заменяем здесь дифференцирование по времени умножением на  $i\omega$  и интегрируем (13) по объему. Второе слагаемое преобразуем по теореме Гаусса в интеграл по боковой поверхности коаксиального оси  $Z$  цилиндра, так как нормаль к его основаниям перпендикулярна вектору плотности потока энергии  $P_k$ , лежащему в плоскости  $XY$ . Отсюда находим спектр дифференциальной энергии излучения в элементарный угол наблюдения  $d\varphi$ , отнесенной к единице длины дислокации,

$$dE^\omega(\varphi) = -P_i^\omega n_i R dz d\varphi.$$

Подставив сюда (11) и (12), получаем окончательное выражение

$$dE^\omega(\varphi) = \frac{\rho b^2 v^2}{8\pi\omega} \times \left( e^{-i\omega R/c_l} \gamma^4 \sin^2 2\varphi + e^{-i\omega R/c_t} \cos^2 2\varphi \right) d\varphi. \quad (14)$$

Видно, что интенсивность АЭ уменьшается с ростом частоты. Спадающий характер этой зависимости обычно наблюдается и в экспериментальных спектрах звукового

излучения движущихся дислокаций [3]. Но при близких к нулю значениях  $\omega$  энергия (14) устремляется к бесконечности, что физически недопустимо. Это подтверждает, как было отмечено выше, что волновое приближение не работает для малых значений частоты.

Рассмотрим тогда модификацию этого приближения для малых частот. Подставив Фурье-образ компонент плотности потока дислокаций (10) в (7) и (8) после замены  $\mathbf{R} - \mathbf{R}'$  на  $\mathbf{R}$ , получаем, что образы компонент вектора колебательной скорости среды пропорциональны  $1/\omega$ , а образы компонент тензора деформаций  $\sim 1/\omega^2$ . Свертка этих функций  $\sim 1/\omega^2$ , следовательно, энергия излучения  $dE^\omega$ , пропорциональная этой свертке, деленной на  $i\omega$ , будет  $\sim 1/\omega^3$ . В этом приближении интенсивность при малых частотах стремится к бесконечности. Здесь мы не приводим полных расчетов, так как их результат лишь подтверждает неприменимость линейной теории упругости для описания упругих полей вблизи ядра дислокации.

2.2. Приближение малых расстояний от системы дислокаций. В случае  $(\omega|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|/c_a) \ll 1$  Фурье-образ колебательной скорости элементов среды находим подстановкой (10) в (7). Аналитическое интегрирование по штрихованным координатам приводит к выражению, содержащему интегральные синус и косинус аргумента  $\pm(i\omega/v)(x \pm iy)$ . Поскольку дальнейшая работа с этими функциями затруднительна, будем искать решение в виде степенного ряда, Разложив экспоненту в ряд Маклорена, после интегрирования получим

$$v_x^\omega(\mathbf{R}) = \frac{i(\gamma^2 + 1)b}{4\pi} e^{-i\omega x/v} \times \left( e^{-\omega y/v} \left[ \ln \frac{i\omega R}{v} e^{-i\omega} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{i\omega R}{v}\right)^k e^{-i\omega k}}{kk!} \right] - e^{\omega y/v} \left[ \ln \frac{i\omega R}{v} e^{i\omega} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{i\omega R}{v}\right)^k e^{i\omega k}}{kk!} \right] \right). \quad (15)$$

Далее будем считать скорость движения дислокации настолько малой, что  $\omega R/v \gg 1$ . Поскольку степенная функция растет быстрее логарифмической, первым слагаемым в квадратных скобках пренебрегаем, из оставшихся выберем наибольшее. Для этого рассмотрим функцию  $q^k/kk!$ , где  $q$  велико. При малых  $k$  она растет с ростом  $k$ , а при  $k \rightarrow \infty$  стремится к нулю. Используя для больших  $k$  формулу Стирлинга, можно показать, что максимального значения эта функция достигает при  $k \approx q$ . Оно равно  $e^q/(\sqrt{2\pi q}^{3/2})$ . Оставив в обеих суммах (15) только одно максимальное слагаемое, в результате элементарных преобразований получим асимптотическое выражение для колебательной скорости среды при малых скоростях движения дислокаций

$$v_x^\omega(\mathbf{R}) = \sqrt{ib}(\gamma^2 + 1) \left( \frac{v}{2\pi\omega R} \right)^{3/2} \sin \frac{3\varphi}{2}. \quad (16)$$

Аналогично

$$v_y^\omega(\mathbf{R}) = \sqrt{ib}(\gamma^2 + 1) \left( \frac{v}{2\pi\omega R} \right)^{3/2} \cos \frac{3\varphi}{2}. \quad (16a)$$

Тензор напряжений также находим асимптотически. После подстановки (10) в (8), почленного интегрирования суммы степенного ряда и отыскания максимального слагаемого определяем ненулевые компоненты тензора  $\sigma_{ik}^\omega$

$$\sigma_{xx}^\omega(\mathbf{R}) = \sigma_{yy}^\omega(\mathbf{R}) = \frac{2\rho c_T^2(1 - \gamma^4)b}{\sqrt{i}(2\pi)^{3/2}} \left( \frac{v}{\omega R} \right)^{5/2} \sin \frac{5\varphi}{2}. \quad (17)$$

Чтобы найти Фурье-образ плотности потока звуковой энергии, удобнее сначала определить образ ее третьей производной по времени

$$\left( \frac{\partial^3}{\partial t^3} P \right)_i^\omega = (i\omega)^3 \sigma_{ik}^\omega * v_k^\omega + 3(i\omega)^2 \sigma_{ik}^\omega * (i\omega) v_k^\omega + 3(i\omega) \sigma_{ik}^\omega * (i\omega)^2 v_k^\omega + \sigma_{ik}^\omega * (i\omega)^3 v_k^\omega,$$

так как для младших производных и самой функции получается неопределенность типа  $\infty - \infty$ . Результат требуется разделить на  $(i\omega)^3$  и подставить в (13), откуда, как и в предыдущем случае, получаем спектр дифференциальной энергии АЭ

$$dE^\omega(\varphi) = \frac{2\rho c_T^2(1 + \gamma^2)(1 - \gamma^2)b^2 v^4}{\pi^2 R^3 \omega^4} \sin^2 \frac{5\varphi}{2} d\varphi. \quad (18)$$

### 3. АЭ при периодическом перемещении краевой дислокации из одного положения равновесия в другое

Изучим теперь влияние на спектр АЭ периодичности срывов и остановок дислокации. Пусть краевая дислокация с постоянной скоростью  $v$  перемещается из одного минимума рельефа Пайерлса в другой на равное периоду рельефа расстояние  $a$ , а затем, после пребывания некоторое время в состоянии покоя, процесс повторяется во времени с периодом  $T$  большое число  $N$  раз (рис. 1). В этом случае тензор плотности потока дислокаций будет иметь вид

$$j_{xy}(\mathbf{R}, t) = j_{yx}(\mathbf{R}, t) = bv\delta(y)\delta(x - vt) \times \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \theta(t - kT) - \theta\left(t - \frac{a}{v} - kT\right) \right\}, \quad (19)$$

а после преобразования Фурье

$$j_{xy}^\omega(\mathbf{R}, t) = b\delta(y)e^{-i\omega x/v} \times \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \theta\left(\frac{x}{v} - kT\right) - \theta\left(\frac{x}{v} - \frac{a}{v} - kT\right) \right\}. \quad (20)$$

3.1. Волновое приближение. Подставив (20) в (5) и (6), получаем спектральные компоненты упругих полей

$$\begin{aligned} \Sigma_{\mu}^{\omega}(\varphi) = & \operatorname{sign} \omega \frac{\rho b c_t^2 v}{\sqrt{4\pi R |\omega|}} \\ & \times \sum_{\alpha=l,t} \frac{\Lambda_{\mu}^{(\alpha)}(\varphi)}{c_{\alpha}^{3/2}} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \exp \left[ -i \left( \frac{\omega R}{c_{\alpha}} + \omega k T + \frac{\pi}{4} \operatorname{sign} \omega \right) \right] \right. \\ & \left. - \exp \left[ -i \left( \frac{\omega R}{c_{\alpha}} + \omega k T + \frac{\omega a}{v} + \frac{\pi}{4} \operatorname{sign} \omega \right) \right] \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

Эта формула отличается от (11) только количеством слагаемых, описывающих элементарный акт срыва или остановки дислокации с учетом запаздывания по времени каждого из них.

При вычислении свертки  $v_k$  и  $\sigma_{ik}$  удобнее после перемножения соответствующих компонент (21) раскрыть квадратные скобки и интегрировать каждое слагаемое в отдельности. Окончательный результат повторяет (14), но с появлением дополнительного множителя  $\sum_{k=0}^{N-1} e^{-i\omega k T} (1 + e^{-i\omega a/v})$ , который преобразуем по формуле для суммы  $N$  первых членов геометрической прогрессии. Получаем

$$\begin{aligned} \frac{dE^{\omega}(\varphi)}{d\varphi} = & \frac{\rho b^2 v^2}{8\pi \omega} \left( e^{-i\omega R/c_l} \gamma^4 \sin^2 2\varphi + e^{-i\omega R/c_t} \cos^2 2\varphi \right) \\ & \times \frac{1 - e^{-i\omega T N}}{1 - e^{-i\omega T}} (1 + e^{-i\omega a/v}). \quad (22) \end{aligned}$$

Поскольку при обработке экспериментальных данных обычно рассчитывается модуль спектральной плотности, найдем его величину

$$\begin{aligned} \left| \frac{dE^{\omega}(\varphi)}{d\varphi} \right| = & \frac{\rho b^2 v^2}{4\pi |\omega|} \\ & \times \sqrt{(\gamma^4 - 1) \sin^2 2\varphi + 1 + \frac{\gamma^4}{2} \sin^2 4\varphi \cos \left( \frac{\omega R}{c_t} - \frac{\omega R}{c_l} \right)} \\ & \times \frac{|\sin \omega T N / 2| |\cos \omega a / 2v|}{|\sin \omega T / 2|}. \quad (23) \end{aligned}$$

Здесь выражение под корнем отражает суперпозицию продольной и поперечной волн, вызванных срывом или закреплением дислокации, и вносит в спектр  $|dE^{\omega}(\varphi)/d\varphi|$  осцилляции энергии с периодом  $\Delta\varphi = (2\pi c_l c_t)/R(c_l - c_t)$ . Поскольку  $\omega R/c_{\alpha} \ll 1$ , этот период довольно мал. Однако соответствующим выбором угла наблюдения ( $\varphi = 0$  либо  $\pi/2$ ) можно свести подкоренное выражение к константе.

Сомножитель  $|\sin \omega T N / 2|$  при больших  $N$  представляет собой ограниченную, быстро осциллирующую функцию  $\varphi$  с неопределенным значением, поэтому заменим его средним за период значением модуля синуса, равным  $2/\pi$ .

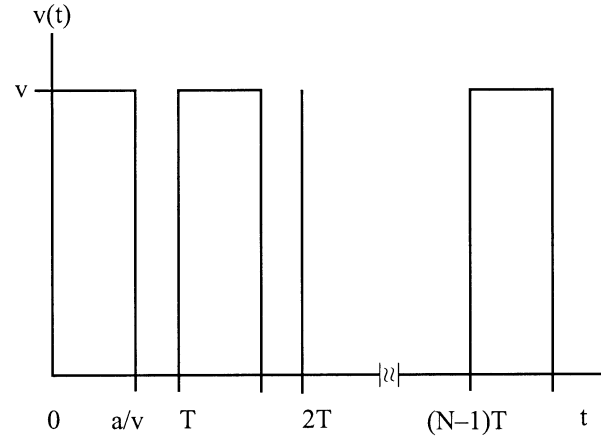


Рис. 1. Временная зависимость скорости краевой дислокации.

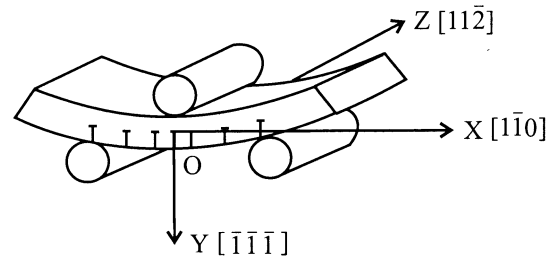


Рис. 2. Схема нагружения кремниевых пластин для ввода краевых дислокаций.

Энергия излучения принимает нулевые значения при  $\omega = (\pi v/a) + (2\pi v/a)k$ , когда  $|\cos \omega a/2v|$  обращается в нуль. По этим минимумам в спектре энергии можно было бы определить время перехода дислокации из одного положения равновесия в другое  $a/v$ , но в реальном эксперименте, особенно при невысоких температурах и уровнях воздействий внешних сил на дислокацию, время перескока  $a/v$  оказывается значительно меньше времени „оседлой жизни“  $T - a/v$ . Поэтому косинус в числителе (23) изменяется гораздо быстрее синуса в знаменателе и также может быть заменен усредненным за период значением.

Отметим еще, что  $|\cos(\omega a/2v)|$  становится медленно меняющейся функцией при очень малых временах оседлой жизни  $a/v$ , когда скачкообразное движение линейного дефекта начинает переходить в непрерывное. Оценим критическую частоту  $f_c$ , начиная с которой процесс движения дислокации теряет периодичность. Средняя за период  $T$  (рис. 2) скорость движения дислокаций равна  $\langle v \rangle = a/T = af$ . При переходе к безостановочному движению она приближается по значению к скорости перескока  $v$ . Поскольку  $v$  не может превышать скорости звука в данном материале, максимальное значение  $\langle v \rangle = c_a$ . Тогда  $f_c = c_a/a$ . Период рельефа Пайерлса кристалла является величиной, сравнимой с его параметром решетки, т.е.  $\sim 5 \text{ \AA}$ . Скорость звука в

твердых телах  $\sim 5$  km/s. Отсюда находим оценку для  $f_c \sim 10^{13}$  Hz. Следовательно, дальнейшие рассуждения ведем для диапазона частот, значительно меньших этой.

Таким образом, получаем окончательный вид спектра АЭ при периодических перескоках краевой дислокации

$$\left| \frac{dE^\omega(\varphi)}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \frac{\rho b^2 v^2}{\pi^3 |\omega|} \times \sqrt{(\gamma^4 - 1) \sin^2 2\varphi + 1 + \frac{\gamma^4}{2} \sin^2 4\varphi \cos\left(\frac{\omega R}{c_t} - \frac{\omega R}{c_l}\right)} \times \frac{1}{\left| \sin \frac{\omega T}{2} \right|}. \quad (24)$$

Это выражение при  $\omega = (2\pi/T)k$ , где  $k$  — целое, т.е. частотах, кратных циклической частоте перескоков дислокации, принимает бесконечные значения. Реально это указывает лишь на всплески интенсивности АЭ для означенных частот, как, например, в случае резонансных явлений в диссипативных средах по сравнению с аналогичными в недиссипативных. Ведь поглощение энергии в нашей модели не учитывается.

3.2. Приближение малых расстояний от системы дислокаций. Можно показать, что, как и в приближении волновой зоны (раздел 3.1.), выражение для Фурье-образа дифференциальной энергии АЭ дислокации, периодически перескакивающей из одного положения равновесия в другое, совпадает со спектром звукового излучения однажды сорвавшейся с места дислокации (18) с точностью до дополнительного гармонического множителя, такого же как в разделе 3.1. Модуль спектра АЭ в этом приближении имеет вид

$$\left| \frac{dE^\omega(\varphi)}{d\varphi} \right| = \frac{\rho c_l^2 (1 + \gamma^2) |1 - \gamma^2| b^2 v^4 \sin^2 \frac{5\varphi}{2}}{\pi^3 R^3 \omega^4 \left| \sin \frac{\omega T}{2} \right|}. \quad (25)$$

Видно, что, имея аналогичный экспериментальный спектр АЭ, по положению максимумов, особенно наиболее ярко выраженного первого, в обоих случаях можно определить частоту перескоков дислокации  $2\pi/T$ .

Вся зависимость в целом по-прежнему имеет спадающий с частотой характер.

В случае нескольких перемещающихся с той же (рис. 1) скоростью параллельных дислокаций интенсивность результирующей АЭ будет аддитивно складываться из энергий излучения каждой из них. Если известна плотность дислокаций, (24) или (25) можно домножить на нее и проинтегрировать по координатам  $R$  и  $\varphi$ . Таким образом исключается координатная зависимость интенсивности, а частотная сохраняется. Следовательно, вид спектра не изменится, возрастет только интенсивность излучения.

Если частоты перескоков различных дислокаций будут несколько отличаться, будет наблюдаться расплывание максимумов спектра. В этом случае можно говорить о характерной частоте перескоков.

#### 4. Экспериментальный спектр звуковой эмиссии при движении краевых дислокаций в кремнии

В подтверждение изложенного выше приведем в качестве иллюстрации экспериментальный спектр АЭ дислокационной кремниевой пластины, ориентации (111). Движение дислокаций в ней вызывалось постоянным электрическим током плотностью  $1.3 \cdot 10^5$  A/m<sup>2</sup>, протекающим в направлении  $[1\bar{1}0]$  (рис. 2), при температуре 370 К. Подготовка образцов и методика проведения опытов детально описаны в [9,10]. Обсудим теперь применимость приведенного теоретического решения к данному эксперименту.

Все рассуждения велись для изотропной среды. Известно, что кремний является слабоанизотропным кристаллом, а пластины всех алмазоподобных полупроводников ориентации (111) изотропны относительно упругих свойств [11].

Выбор приближения близких или далеких расстояний от системы дислокаций до регистрирующего устройства определялся сравнением величины  $\omega h/c_\alpha$  с единицей, здесь  $h$  — полутолщина пластины. Наибольшая интенсивность экспериментального сигнала достигается для диапазона частот 0–2 Hz, т.е. гораздо меньших  $f_c$ ,  $h = 200$   $\mu$ m, скорость поперечных звуковых волн в кремнии около 5 km/s, а продольных  $\sim 9$  km/s [12]. Тогда  $\omega h/c_\alpha \sim 10^{-8} \ll 1$ , следовательно, пригодно приближение близких расстояний (25). Помимо этого, среда считалась неограниченной в пространстве. Ограничение

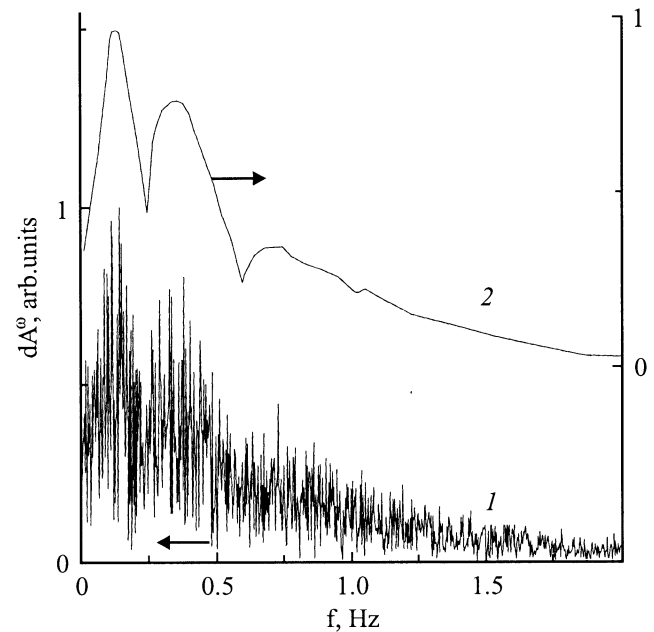


Рис. 3. Фурье-образ экспериментального сигнала  $dA^\omega$  акустической эмиссии (1), снятого при электроотжиге дислокационных пластин кремния (средняя плотность дислокаций в образце  $5 \cdot 10^6$  cm<sup>-2</sup>), при плотности тока  $j = 5 \cdot 10^5$  A/m<sup>2</sup> и  $T = 303$  К. 2 — огибающая спектра АЭ.

среды поверхностью приводит к появлению переходного излучения при выходе на нее дислокации. Но в нашем случае электрическим током вынуждается скольжение в плоскости (111) в направлении  $[1\bar{1}0]$ , поэтому считаем, что на верхнюю и нижнюю поверхности дислокации не выходят. При таких токовых нагрузках их средняя скорость не превышает нескольких микрометров в сутки [12], и за время регистрации сигнала АЭ ( $\sim 7$  min) дислокации не выйдут и на боковые поверхности, так как края пластины линейных дефектов не содержат (рис. 2). Поэтому переходное излучение в данном случае можно не учитывать.

Действительно, вид экспериментального спектра (рис. 3) соответствует теоретическим предположениям за исключением отсутствующего всплеска на участке малых частот, который является следствием несовершенства математической модели. Спектр имеет спадающий с частотой характер, и, если отбросить его быстрые осцилляции (кривая 2 на рис. 3), отчетливо просматриваются первые 3 максимума, кратные характерной частоте перескоков дислокаций.

Таким образом, настоящее исследование спектральных характеристик звукового излучения, возникающего при однократных, либо периодических срывах и остановках прямолинейных краевых дислокаций, показало, что с ростом частоты интенсивность излучения резко уменьшается и в приближении волновой зоны, и в приближении малых расстояний от системы дислокаций до точки регистрации звука. Также в обоих приближениях периодичность движения линейных дефектов привносит в спектр дополнительные максимумы, частоты которых являются кратными характерной частоте перескоков дислокаций. Попытка сопоставления итогов теоретического рассмотрения с экспериментом на монокристаллах кремния дала качественное согласование результатов, что указывает на возможность анализа частотных и временных характеристик движения дислокаций по спектрам АЭ материала.

## Список литературы

- [1] В.С. Бойко, Л.Ф. Кривенко. ЖЭТФ **80**, 1, 225 (1981).
- [2] В.А. Калитенко, И.Я. Кучеров, В.М. Перга. ФТП **2**, 4, 578 (1988).
- [3] В.И. Альшиц, Е.В. Даринская. Письма в ЖЭТФ **70**, 11–12, 749 (1999).
- [4] В.Д. Нацик, К.А. Чишко. ФТТ **14**, 11, 3126 (1972).
- [5] S. Mil'shtein. Phys. Stat. Sol. (a) **171**, 371 (1999).
- [6] В.А. Красильников, В.В. Крылов. Введение в физическую акустику. Наука, М. (1984). 400 с.
- [7] М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. Наука, М. (1973). 736 с.
- [8] К.А. Чишко. ФТТ **31**, 1, 223 (1989).
- [9] А.А. Скворцов, А.М. Орлов, К.Е. Никитин, О.В. Литвиненко. Письма в ЖЭТФ **26**, 21, 82 (2000).
- [10] А.А. Скворцов, А.М. Орлов, А.А. Соловьев. ФТТ **43**, 4, 616 (2001).

- [11] Ю.А. Концевой, Ю.М. Литвинов, Э.А. Фаттахов. Пластичность и прочность полупроводниковых материалов и структур. Радио и связь, М. (1982). 240 с.
- [12] Физические величины: справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. Энергоатомиздат, М. (1988). 1232 с.