

Нелинейное экранирование иона легирующей примеси на металлической стороне фазового перехода Мотта в полупроводниках

© Н.А. Поклонский, С.А. Вырко

Белорусский государственный университет,
220050 Минск, Белоруссия

E-mail: poklonski@bsu.by

(Поступила в Редакцию 30 июля 2001 г.)

Дан анализ нелинейного экранирования ионизованного донора вырожденным газом электронов проводимости кристаллического полупроводника. При нелинейном экранировании плотность заряда экранирующего ион электронного облака не пропорциональна суммарному электростатическому потенциалу иона и облака. В результате потенциал слабее спадает с расстоянием от иона, чем в линейном приближении, и величина энергии электростатической корреляции иона с экранирующим облаком меньше.

Работа поддержана грантом Белорусского государственного университета.

Явление экранирования заключается в том, что ион „собирает“ вокруг себя неравномерно заряженное, в среднем сферически симметричное облако из подвижных зарядов противоположного знака [1,2]. Заряд облака равен по величине и противоположен по знаку заряду иона, и совместно они создают электростатический (средний по времени) потенциал $\varphi(\mathbf{r})$, где \mathbf{r} — радиус-вектор, направленный от центра иона к экранирующему облаку.

Для описания экранирования ионов в вырожденном электронном газе полупроводника используют модель Томаса–Ферми [3–8], в которой зависимость энергии электрона E от квазиволнового вектора \mathbf{k} на расстоянии r от иона имеет вид $E = (\hbar k)^2/2m - e\varphi(\mathbf{r})$, где e и m — модуль заряда и эффективная масса электрона.¹ В приближении линейного экранирования полагается, что по абсолютной величине потенциальная энергия „среднего“ электрона $|e\varphi(\mathbf{r})|$ мала по сравнению с энергией Ферми E_F и плотность заряда экранирующего облака пропорциональна $\varphi(r)$. Тогда суммарный электростатический потенциал иона с зарядом Ze и экранирующих его электронов c -зоны описывается выражением [1–8]

$$\varphi(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon r} \exp\left(\frac{-r}{\lambda}\right), \quad (1)$$

где $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ — диэлектрическая проницаемость полупроводника, обусловленная электронами v -зоны, ϵ_0 — электрическая постоянная, λ — длина (радиус) экранирования кулоновского потенциала.

Цель работы — описать нелинейное экранирование иона с зарядом $Ze > 0$ в полупроводнике n -типа, т. е. случай, когда энергия электрона $|e\varphi(\mathbf{r})|$ в поле иона не мала по сравнению с энергией Ферми E_F и плотность заряда экранирующего облака не пропорциональна $\varphi(\mathbf{r})$. Далее сопоставлены энергии корреляционного взаимодействия

¹ В [4] учитывалось изменение квадратичной зависимости $E(\mathbf{k})$ от квазиимпульса $\hbar\mathbf{k}$ при заполнении v -зоны дырками.

иона с экранирующим его облаком электронов в приближениях линейного и нелинейного экранирования.

1. Рассмотрим нелинейное экранирование ионизованного донора вырожденным газом электронов проводимости в электронейтральном кристаллическом полупроводнике, исходя из уравнения Пуассона [5–8]

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{\epsilon_0} \left[\frac{\rho_s(\mathbf{r})}{\epsilon_r} + Ze\delta(\mathbf{r}) \right] = \frac{e}{\epsilon_0} \left[\frac{n(\mathbf{r}) - n}{\epsilon_r} - Z\delta(\mathbf{r}) \right], \quad (2)$$

где $\delta(\mathbf{r})$ — трехмерная дельта-функция Дирака, $\rho_s(\mathbf{r})$ — плотность экранирующего заряда, $n(\mathbf{r}) - n$ — отклонение от среднего значения n концентрации электронов c -зоны на расстоянии r от иона.

В свою очередь в окрестности иона концентрацию электронов проводимости, соответствующую электростатическому потенциалу $\varphi(\mathbf{r})$, слабо меняющемуся на длине волны „среднего“ электрона, можно записать в виде [9]

$$\begin{aligned} n(\mathbf{r}) &= \int_0^{+\infty} g(E_{\text{kin}}) f(E_{\text{kin}} - e\varphi(\mathbf{r}) - E_F) dE_{\text{kin}} \\ &= \int_0^{+\infty} g(E + e\varphi(\mathbf{r})) f(E - E_F) dE, \end{aligned} \quad (3)$$

где $E = E_{\text{kin}} - e\varphi(\mathbf{r})$ — полная энергия электрона, равная сумме кинетической E_{kin} и потенциальной $-e\varphi(\mathbf{r})$; $g(E_{\text{kin}})$ — плотность состояний электронов в c -зоне, $f(E - E_F) = \left(1 + \exp((E - E_F)/k_B T)\right)^{-1}$ — функция Ферми–Дирака, E_F — уровень (энергия) Ферми, $k_B T$ — тепловая энергия.

В формуле (3) за начало отсчета энергии выбрано дно c -зоны ($E = 0$) и учтено то обстоятельство, что энергия электрона проводимости, не захваченного на связывающую орбиталь ионом, не может принимать отрицательные значения (рис. 1). Если электроны могут

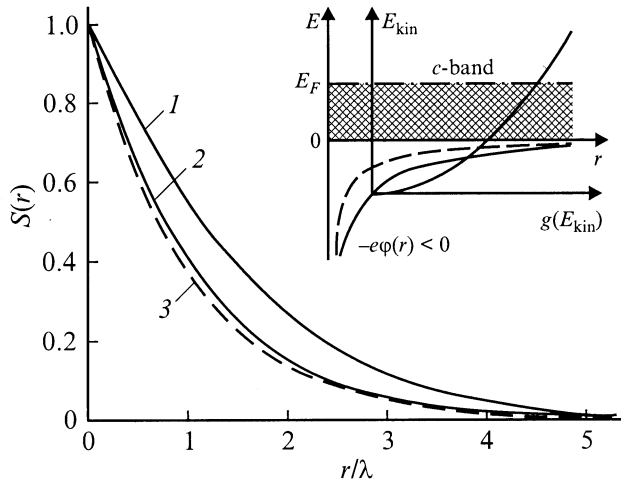


Рис. 1. Функция экранирования $S(r)$ ионизованного донора в n -Si (1) и n -GaAs (2) при $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ и $T \rightarrow 0 \text{ K}$, 3 — $S(r) = \exp(-r/\lambda)$. На вставке — заполнение зоны проводимости электронами (затененная область) при экранировании иона; $-e\varphi(r) < 0$ — потенциальная энергия электрона на расстоянии r от иона, штриховая линия — приближение линейного экранирования, $g(E_{\text{kin}}) \propto \sqrt{E_{\text{kin}}}$ — зависимость плотности состояний электронов c -зоны от кинетической энергии.

занимать состояния ниже дна c -зоны, что имеет место при экранировании ядра сверхатома — селективно легированной донорами наноразмерной области в собственном полупроводнике [10], — то нижний предел интегрирования в (3) следует заменить на $-e\varphi(r) < 0$.

Плотность состояний электронов в c -зоне полагаем равной плотности состояний в нелегированном полупроводнике [3,7]

$$g(E_{\text{kin}}) = \frac{2^{1/2} m^{3/2} \nu}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_{\text{kin}}}, \quad (4)$$

где m — эффективная масса плотности состояний электронов в одной долине, ν — число эквивалентных энергетических долин (минимумов кинетической энергии) в c -зоне, \hbar — постоянная Планка.

Итак, уравнение (2) с учетом (3) и (4) дает согласованное описание рассматриваемой задачи нелинейного экранирования иона примеси с зарядом $Ze > 0$ без учета флуктуаций потенциальной энергии электронов c -зоны в кристаллическом полупроводнике.

Отметим, что по [11] в кристаллическом полупроводнике относительная диэлектрическая проницаемость ϵ_r зависит от расстояния до экранируемого иона примеси, находящегося в узле (или междоузлии) кристаллической решетки. Согласно расчетам для кристаллов кремния [12] и германия [13], проницаемость ϵ_r , обусловленная электронами валентной зоны, изменяется от $\epsilon_r = 1$ вблизи иона до $\epsilon_r = 11.47$ (Si) и 15.40 (Ge) на расстояниях порядка постоянной решетки a . Поэтому уравнение (2) применимо на расстоянии от иона $r > a$, когда диэлектрическая проницаемость кристаллической решетки равна $\epsilon_r \epsilon_0$.

В работах [14,15] подстановка в уравнение Пуассона (2) точного выражения (3) вызывает возражения. Дело в том, что если в уравнении (2) под $\varphi(\mathbf{r})$ понимать среднее во времени значение потенциала в точке с радиус-вектором \mathbf{r} , то в правой части (2) с учетом (3) среднее значение функции ρ_s заменяется функцией от среднего значения, что допустимо только для линейных функций от $\varphi(\mathbf{r})$. Поэтому при наличии значительных флуктуаций потенциальной энергии электронов имеет смысл только линейризованное уравнение Пуассона $\Delta\varphi = \lambda^{-2}\varphi$ и соответствующее ему решение (1).

Одноэлектронная плотность состояний (4) применима для описания экранирования стороннего иона в кристаллическом металле, когда вырожденный электронный газ существует на фоне регулярно расположенных ионных остовов и отсутствуют флуктуации потенциальной энергии электронов проводимости. В полупроводнике n -типа большая концентрация электронов проводимости является следствием большой концентрации ионов легирующей примеси (доноров). Поскольку расположение ионов примеси в решетке кристалла случайное, возникают пространственные флуктуации потенциальной энергии электрона с дисперсией, которую обозначим W^2 . Однако, если энергетические уровни примесных атомов располагаются в зоне разрешенных энергий кристаллических полупроводников, возможна ситуация, когда $E_F \gg k_B T$, т.е. электронный газ вырожден, и в то же время $E_F > W$. Например, это имеет место (по меньшей мере при температуре $T \rightarrow 0$) для кристаллов PbTe:Tl [16] и HgSe:Fe [17]. В частности, атомы Fe в HgSe являются донорами, уровни которых расположены в c -зоне на расстоянии примерно 220 meV от ее дна. При концентрации железа $N < 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ все ионы Fe^{2+} автоионизируются, превращаясь в ионы Fe^{3+} . При этом концентрация электронов проводимости n равна концентрации ионизованных доноров N . При дальнейшем увеличении концентрации атомов железа (доноров) только часть их оказывается ионизованной. В этом случае уровень Ферми стабилизируется в окрестности донорного уровня. Корреляция в расположении доноров Fe^{3+} возникает вследствие их кулоновского отталкивания, которое стремится расположить положительные заряды на тех атомах железа, которые как можно дальше отстоят друг от друга. Ясно, что если все хаотически расположенные доноры ионизованы, то их упорядочения не возникает [18], поскольку положения доноров фиксированы в пространстве, и тогда условием применимости формулы (4) является неравенство $E_F > W$.

Далее будем рассматривать экранирование кулоновского потенциала иона примеси в таком легированном кристаллическом полупроводнике, для которого плотность состояний электронов имеет вид (4).

Для случая линейного экранирования иона, т.е. при $e|\varphi| \ll E_F$ (в вырожденном электронном газе) и при $e|\varphi| \ll k_B T$ (в невырожденном газе), уравнение (2) с

учетом (3) и (4) сводится к линейному уравнению [19]

$$\Delta\varphi = -\frac{\partial\rho_s}{\partial\varphi}\Big|_{\varphi=0} \cdot \frac{\varphi}{\varepsilon} = \frac{\varphi}{\lambda^2}, \quad (5)$$

решением которого является (1) с длиной экранирования

$$\lambda^{-2} = \frac{e^2}{\varepsilon} \frac{\partial n}{\partial E_F}\Big|_{\varphi=0} = \frac{e^2}{\varepsilon} \frac{2^{1/2} m^{3/2} \nu}{\pi^2 \hbar^3 k_B T} \int_0^\infty \sqrt{E} f(1-f) dE. \quad (6)$$

В вырожденном полупроводнике, когда $f(1-f) \rightarrow k_B T \delta(E - E_F)$, где $\delta(E - E_F)$ — дельта-функция Дирака, из (6) следует длина экранирования Томаса–Ферми

$$\lambda = \left(\frac{2\varepsilon E_F}{3e^2 n} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Для случая нелинейного экранирования в работах [20,21] доказано, что уравнение (2) с учетом (3) и (4) в термодинамическом равновесии при $\partial\rho_s/\partial\varphi < 0$ имеет единственное устойчивое решение, которое в трехмерном пространстве можно представить в виде [6]

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon r} S(r), \quad (8)$$

где $S(r)$ — функция экранирования кулоновского потенциала, удовлетворяющая граничным условиям

$$\lim_{r \rightarrow 0} S(r) = 1, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} S(r) = 0;$$

линейному приближению соответствует $S(r) = \exp(-r/\lambda)$.

Лапласиан от потенциала (8) в сферической системе координат есть

$$\Delta\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon r} \frac{d^2 S(r)}{dr^2}, \quad (9)$$

так что из (2) следует плотность заряда экранирующего ион электронного облака

$$\rho_s = -\frac{Ze}{4\pi r} \frac{d^2 S}{dr^2} = -e(n(\mathbf{r}) - n), \quad (10)$$

где $n(\mathbf{r})$ дается формулой (3).

Уравнение (2) с учетом (3)–(10) относительно функции экранирования $S(r)$ иона принимает вид

$$\frac{d^2 S}{dr^2} = 4\pi r \frac{2^{1/2} m^{3/2} \nu}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \left(\sqrt{E + \frac{Ze^2 S}{4\pi\varepsilon r}} - \sqrt{E} \right) f dE. \quad (11)$$

Если экранирование иона примеси осуществляется вырожденным электронным газом ($E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 n}{\nu} \right)^{2/3} \gg \gg k_B T$), тогда $f \rightarrow \theta(E_F - E)$, где $\theta(E_F - E)$ — функция

Хевисайда, то уравнение (11) упрощается

$$\frac{d^2 S}{dr^2} = \frac{2^{7/2} m^{3/2} \nu}{3\pi \hbar^3 \sqrt{r}} \left(\left(\frac{Ze^2 S}{4\pi\varepsilon} + E_F r \right)^{3/2} - \left(\frac{Ze^2 S}{4\pi\varepsilon} \right)^{3/2} - (E_F r)^{3/2} \right) \quad (12)$$

и при $\nu = 1$, $\varepsilon_r = 1$ сводится к уравнению работы [6].

Анализ решения уравнения (12) проведем для $Z = +1$; уровень Ферми E_F нормируем на $\nu^{2/3} E_B$, где $E_B = e^2/8\pi\varepsilon a_B$; $a_B = 4\pi\varepsilon \hbar^2/e^2 m$ — боровские энергия и радиус для электрона в одной долине c -зоны. (Чтобы получить решение для $Z > 1$, в $S(r)$ для $Z = 1$ необходимо произвести следующие замены: $r \rightarrow rZ$, $E_F \rightarrow E_F/Z^2$, $k_B T \rightarrow k_B T/Z^2$).

На рис. 1 представлены зависимости $S(r)$, численно рассчитанные по нелинейному уравнению (12) для n -Si и n -GaAs с концентрацией электронов $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ при температуре $T = 0$. При этой концентрации электронов проводимости и n -Si, и n -GaAs находятся на металлической стороне перехода изолятор–металл по Мотту. (Соответствующие переходу Мотта значения концентрации водородоподобных примесей для слабо компенсированных полупроводников собраны в [22]). При расчете для n -Si (кривая 1) принималось $m \approx 0.33m_0$, $\nu = 6$, $\varepsilon_r \approx 11.5$, $E_B \nu^{2/3} \approx 112 \text{ meV}$, $E_F \approx 16 \text{ meV}$, $\lambda = 0.8 \text{ nm}$; для n -GaAs (кривая 2) $m \approx 0.067m_0$, $\nu = 1$, $\varepsilon_r \approx 12.4$, $E_B \approx 5.9 \text{ meV}$, $E_F \approx 260 \text{ meV}$, $\lambda = 3.45 \text{ nm}$. Видно, что чем больше энергия Ферми E_F , тем сильнее нелинейное экранирование и тем $S(r)$ по (12) ближе к линейному приближению $S(r) = \exp(-r/\lambda)$ с длиной экранирования по (7).

2. Для описания электростатических корреляций [1,2] в электронной (дырочной) или электронно-дырочной плазме возникает необходимость расчета энергии взаимодействия экранируемого заряда с экранирующим облаком электронов $E_1 < 0$ и электронов облака между собой E_2 . При линейном экранировании энергия корреляции $E^{(\text{cor})} = -(E_1 + E_2)$ найдена в [9,23–27]

$$E^{(\text{cor})} = -(E_1 + E_2) = -\frac{3}{4} E_1 = \frac{3e^2}{16\pi\varepsilon\lambda}, \quad (13)$$

где длина экранирования λ иона вырожденным электронным газом определяется (7).

В случае нелинейного экранирования энергия кулоновского взаимодействия иона с зарядом $+e$ и экранирующего облака электронов с плотностью $\rho_s(\mathbf{r})$ в виде (10) есть

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{e}{4\pi\varepsilon} \int \frac{\rho_s(\mathbf{r})}{r} d^3\mathbf{r} = -\frac{e}{4\pi\varepsilon} \int_0^\infty 4\pi r^2 \frac{e}{4\pi r^2} \frac{d^2 S}{dr^2} dr \\ &= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon} \left. \frac{dS}{dr} \right|_{r=0} < 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Энергию взаимодействия электронов сферически-симметричного экранирующего облака между собой с учетом формулы (10) можно представить в виде

$$E_2 = \frac{1}{2\varepsilon} \int \rho_s(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_s(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' > 0. \quad (15)$$

При взятии интеграла в (15) по $d^3\mathbf{r}' = -2\pi r'^2 dr' d(\cos\theta)$ полярную ось направляем вдоль \mathbf{r} , так что $\cos\theta = \cos(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Это дает

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_s(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' &= \frac{1}{2} \left(\int_0^r \int_{-1}^1 \frac{r'^2 \rho_s(r')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dr' d(\cos\theta) \right. \\ &\quad \left. + \int_r^{+\infty} \int_{-1}^1 \frac{r'^2 \rho_s(r')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dr' d(\cos\theta) \right). \quad (16) \end{aligned}$$

Используя соотношение [28,29]

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \begin{cases} \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^l P_l(\cos\theta) & \text{для } r' < r, \\ \frac{1}{r'} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r}{r'}\right)^l P_l(\cos\theta) & \text{для } r' > r, \end{cases}$$

где $P_l(\cos\theta)$ — функции Лежандра, и интегрируя (16) по $\cos\theta$, получаем

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_s(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' = \int_0^r \frac{r'^2}{r} \rho_s(r') dr' + \int_r^{+\infty} r' \rho_s(r') dr'. \quad (17)$$

Из (17) с учетом (10) имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_s(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' &= \frac{e}{4\pi} \left(\int_0^r \frac{r'}{r} \frac{d^2 S(r')}{dr'^2} dr' \right. \\ &\quad \left. + \int_r^{+\infty} \frac{d^2 S(r')}{dr'^2} dr' \right) = \frac{e}{4\pi r} (1 - S(r)), \end{aligned}$$

так что интегрирование в (15) по \mathbf{r} дает

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^{+\infty} 4\pi r^2 \left(\frac{e}{4\pi r}\right)^2 \frac{d^2 S}{dr^2} (1 - S(r)) dr \\ &= \frac{e^2}{8\pi\varepsilon} \int_0^{+\infty} \left(\frac{dS}{dr}\right)^2 dr. \quad (18) \end{aligned}$$

Суммарная корреляционная энергия, обусловленная нелинейным экранированием иона примеси электронами проводимости, по (14) и (18) есть

$$E^{(\text{cor})} = -(E_1 + E_2) = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon} \left(\left| \frac{dS}{dr} \right|_{r=0} - \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \left(\frac{dS}{dr}\right)^2 dr \right). \quad (19)$$

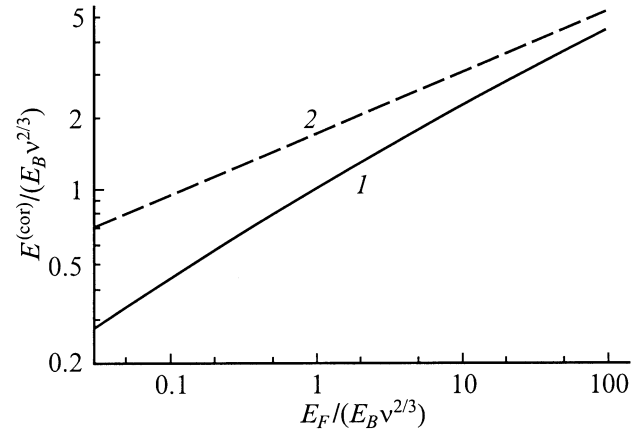


Рис. 2. Нормированная на боровскую энергию E_B и число долин в зоне проводимости ν зависимость по (19) с учетом (12) корреляционной энергии $E^{(\text{cor})}$ от уровня Ферми E_F при $T \rightarrow 0$ (1); 2 — приближение линейного экранирования (13).

В приближении линейного экранирования, когда $S(r) = \exp(-r/\lambda)$, из (19) следует (13).

Энергии $E^{(\text{cor})}$ при экранировании иона, рассчитанные по (19) и (13), в зависимости от E_F при $T \rightarrow 0$ приведены на рис. 2, где энергии нормированы на $\nu^{2/3} E_B$; концентрация электронов в одной долине c -зоны равна n/ν . Видно, что корреляционная энергия $E^{(\text{cor})}$, численно рассчитанная по (19) с использованием точной функции экранирования $S(r)$ из уравнения (12), стремится к значению $E^{(\text{cor})}$ в линейном приближении (13) с ростом энергии Ферми.

Отметим, что на величину $E^{(\text{cor})}$ уменьшается энергия термической ионизации водородоподобных атомов примеси по сравнению со случаем изолированных (уединенных) примесей [24]. Энергия $E^{(\text{cor})}$ также вносит основной вклад в величину сужения запрещенной зоны кристаллических полупроводников при сильном легировании [9].

Согласно моделям [9,27,30], сужение запрещенной зоны кристаллического полупроводника, определяемое методом фотолюминесценции, равно сумме уменьшения энергии неравновесной дырки² за счет экранирования ее электронами c -зоны и уменьшения энергии электронов за счет их обменного взаимодействия

$$\Delta E_g \equiv E_{g0} - E_g = \Delta E_g^{(\text{cor})} + \Delta E_g^{(\text{exc})} > 0, \quad (20)$$

где E_{g0}, E_g — ширины запрещенных зон нелегированного и легированного кристаллов соответственно $\Delta E_g^{(\text{cor})} = E^{(\text{cor})} > 0$ — электростатическая энергия корреляции дырки с электронами из экранирующего ее облака, $\Delta E_g^{(\text{exc})} = E^{(\text{exc})} > 0$ — уменьшение энергии электрона в результате обменного взаимодействия с другими электронами c -зоны.

² До акта рекомбинации дырка в вырожденном газе электронов c -зоны успевает собрать вокруг себя экранирующее облако и образовывать электронейтральную квазичастицу — „плазменный“ экситон [9].

Обменная энергия $E_{WS}^{(exc)}$ по Вигнеру–Зейтцу [31], приходящаяся на один электрон, в 2 раза меньше одночастичной обменной энергии $E_S^{(exc)}$ по Слэтеру [32]. Согласно [9,27,30], обменная энергия, приходящаяся на один электрон, при $T \rightarrow 0$ равна

$$E^{(exc)} = E_{WS}^{(exc)} = \frac{1}{2} E_S^{(exc)} = \frac{3e^2}{16\pi^2\epsilon} k_F, \quad (21)$$

где $\hbar k_F = \sqrt{2mE_F}$ — квазиимпульс Ферми, $n = v(2mE_F)^{3/2}/3\pi^2\hbar^3$ — концентрация электронов в v долинах c -зоны.

Итак, в работе по модели Томаса–Ферми дано описание нелинейного экранирования положительно заряженного иона примеси вырожденным электронным газом. Проведен расчет энергии корреляционного взаимодействия иона с экранирующими его электронами для случая, когда они не образуют связанных состояний.

Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Ч. 1. Наука, М. (1976). С. 264.
- [2] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Статистическая физика. Ч. 2. Теория конденсированного состояния. Наука, М. (1978). С. 414.
- [3] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. Электронные свойства легированных полупроводников. Наука, М. (1979). 416 с.
- [4] L.R. Logan, J.L. Egle. Phys. Rev. **B47**, 19, 12 532 (1993).
- [5] Н. Марч. В сб.: Теория неоднородного электронного газа / Под ред. С. Лундквиста, Н. Марча. Мир, М. (1987). С. 9.
- [6] М.И. Чибисов. Физика плазмы **14**, 2, 181 (1988).
- [7] Н.Б. Брандт, С.М. Чудинов. Электроны и фононы в металлах. МГУ, М. (1990). 335 с.
- [8] А.В. Никифоров, В.Г. Новиков, В.Б. Уваров. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы и методы расчета росселандовых пробегов и уравнений состояния. Физ.-мат. лит., М. (2000). 400 с.
- [9] Н.А. Поклонский, А.И. Сягло. ЖПС **64**, 3, 367 (1997).
- [10] Е.А. Андриюшин, А.П. Силин. ФТТ **33**, 1, 211 (1991).
- [11] K.R. Brownstein. Phys. Rev. **B48**, 3, 1984 (1993).
- [12] P. Csavinszky. Phys. Rev. **B28**, 10, 6076 (1983).
- [13] A. Fleszar. Phys. Rev. **B36**, 11, 5925 (1987).
- [14] Д.А. Франк-Каменецкий. Лекции по физике плазмы. Атомиздат, М. (1968). 286 с.
- [15] Л.П. Кудрин. Статистическая физика плазмы. Атомиздат, М. (1974). 496 с.
- [16] С.А. Немов, Ю.И. Равич. УФН **168**, 8, 817 (1998).
- [17] И.М. Цидильковский. УФН **162**, 2, 63 (1992).
- [18] J. Mucielski. Sol. State Commun. **60**, 2, 165 (1986).
- [19] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. Физика полупроводников. Наука, М. (1990). 688 с.
- [20] А.В. Ефанов, М.В. Энтин. ФТП **20**, 10, 1932 (1986).
- [21] Дж. Уэрмер. Теория потенциала. Мир, М. (1980). 136 с.
- [22] Н.А. Поклонский, А.И. Сягло. ФТТ **40**, 1, 147 (1998).
- [23] Д. тер Хаар. В сб.: Задачи по термодинамике и статистической физике / Под ред. П. Ландсберга. Мир, М. (1974). С. 380.
- [24] Н.А. Поклонский, А.И. Сягло, Г. Бискупски. ФТП **33**, 4, 415 (1999).
- [25] H.P.D. Lanyon, R.A. Tuft. IEEE Trans. Electron. Dev. **ED-26**, 7, 1014 (1979).
- [26] P.T. Landsberg, A. Neugroschel, F.A. Lindholm, C.T. Sah. Phys. Stat. Sol. (b) **130**, 1, 255 (1985).
- [27] Д.Н. Бычковский, О.В. Константинов, Б.В. Царенков. ФТП **29**, 1, 152 (1995).
- [28] Г. Арфкен. Математические методы в физике. Атомиздат, М. (1970). 712 с.
- [29] Ц.-Д. Ли. Математические методы в физике. Мир, М. (1965). 296 с.
- [30] О.В. Константинов, О.И. Оболенский, Б.В. Царенков. ФТП **31**, 5, 571 (1997).
- [31] Ф. Зейтц. Современная теория твердого тела. ГИТТЛ, М.–Л. (1949). 736 с.
- [32] Дж. Слэтер. Диэлектрики, полупроводники, металлы. Мир, М. (1969). 648 с.