

# Нелокальные эффекты при диффузионном распространении тепловых импульсов в системах с центрами захвата неравновесных фононов

© Е.И. Саламатов

Физико-технический институт Уральского отделения Российской академии наук,  
426000 Ижевск, Россия

E-mail: salam@oft.fti.udmurtia.su

(Поступила в Редакцию 26 июня 2001 г.

В окончательной редакции 30 августа 2001 г.)

Теоретически изучен процесс распространения тепловых импульсов в системах с дефектами, являющимися центрами захвата неравновесных фононов. К таким дефектам относятся точечные дефекты, на которых реализуются двухуровневые системы (ДУС) различной природы. Показано, что при определенном соотношении между временами релаксации в подсистемах фононов и ДУС наряду с основным сигналом на болометре может появиться дополнительный сигнал, обусловленный переизлучением энергии неравновесных ДУС. Исследуются температурная и концентрационная зависимости времени прихода сигналов на болометр. Результаты теоретических исследований сравниваются с экспериментальными данными по распространению слабонеравновесных тепловых фононов в твердых растворах редкоземельных иттрий-алюминиевых гранатах  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$ .

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований  $N_0$  (грант № 00-02-17426).

Распространение слабонеравновесных фононов (СНФ), инжектируемых „теплым“ генератором  $S/T \ll 1$  ( $S$  — превышение температуры генератора над температурой термостата  $T$ ), является одним из основных методов изучения структуры систем, в которых реализуется сильное рассеяние фононов на дефектах (смешанных кристаллов, аморфных материалов и керамик [1–4]). Несмотря на то что в настоящее время существует много теоретических работ по распространению СНФ в реальных материалах (см., например, [5–8]), проблема не может считаться решенной, в частности не до конца понятны механизмы аномального замедления слабонеравновесных фононов (до двух порядков) в твердых растворах редкоземельных иттрий-алюминиевых гранатов  $Y_{3-x}R_xAl_5O_{12}$  ( $R = Er, Ho, Tb$ ).

Трудности при теоретическом изучении этого явления обусловлены тем, что распространение короткого теплового импульса является существенно нестационарным процессом, что при наличии в системе низкоэнергетических двухуровневых систем (ДУС) может приводить к ее пространственной неоднородности, связанной с зависимостью состояния ДУС от координаты. Известно, что нестационарный режим обмена энергии с термостатом в системе, состоящей из подсистем с различными временами релаксации, может существенно отличаться от стационарного случая. Так, в работе [9] показано, что процесс охлаждения электронно-дырочной плазмы в полупроводниках в динамическом режиме (после импульсного разогрева плазмы) описывается двумя характерными временами релаксации, значительно отличающимися друг от друга ( $\tau_1 \ll \tau_2$ ). Первое характеризует остывание плазмы и нагрев оптических фононов до выравнивания их эффективных температур, а второе — медленное остывание всей системы. Далее будет по-

казано, что аналогичные процессы могут наблюдаться и при распространении короткого теплового импульса в диэлектриках, содержащих достаточную концентрацию ДУС, что и определяет аномальную зависимость времени распространения фононов в таких системах.

## 1. Основные уравнения

При описании процессов распространения теплового импульса будем исходить из следующих кинетических уравнений, формально совпадающих с уравнениями, использованными в работе [9]:

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + (\Gamma_{iq} + \Gamma_L)n_q = \Gamma_L n_{q0} + \Gamma_{iq} n_{q0}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int \omega_q \Gamma_{iq} (n_q - n_{i0}) d^3q. \quad (2)$$

Здесь  $n_{q0}$ ,  $n_{i0}$  — равновесные числа заполнения фононов при температуре термостата и эффективной температуре ДУС соответственно,  $E$  — энергия ДУС,  $\Gamma_{iq}$  — скорость рассеяния фононов на ДУС,  $\Gamma_L$  — скорость обмена энергии фононов с термостатом. В линейном приближении по отклонению температуры подсистем  $S_q$ ,  $S_i$  от температуры термостата  $T$  ( $S_i = T_i - T$ ) систему уравнений (1), (2) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{\partial S_q}{\partial t} + (N\Gamma + \Gamma_L)S_q = N\Gamma S_{ii}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = \Gamma \frac{c_{ph}}{c_{tfs}} (S_q - S_i), \quad (4)$$

где  $c_{ph} = 4\pi^4 (T/T_D)^3 / 5$  и  $c_{tfs} = (\Delta/T)^2 \exp(-\Delta/T) / (1 + \exp(-\Delta/T))^2$  — теплоемкости фононов и ДУС соот-

ветственно,  $N$  — концентрация,  $\Delta$  — параметр ДУС,  $T_D$  — температура Дебая. При получении выражений (3), (4) авторы пренебрегли зависимостью  $\Gamma_{iq}$  от  $q$  и ограничились линейным по концентрации дефектов  $N$  приближением, полагая, что  $\Gamma_q = N\Gamma$ , где  $\Gamma$  — скорость рассеяния фононов в расчете на один дефект.

## 2. Пространственно-однородный случай

Прежде чем перейти к рассмотрению пространственно-неоднородной задачи, рассмотрим более простой случай. Пусть в пространственно-однородной системе в начальный момент времени вся избыточная энергия содержится в подсистеме ДУС  $S_l(0) = S(0)$ ,  $S_q(0) = 0$ . Такая ситуация может быть реализована экспериментально при накачке энергии в подсистему парамагнитных уровней путем короткого импульса СВЧ [10]. С помощью преобразования Лапласа по временной переменной для эффективной температуры подсистемы ДУС нетрудно получить

$$S_q(t) = S(0) (A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}), \quad (5)$$

где обратные времена релаксации  $-p_1$ ,  $-p_2$  являются решениями квадратного уравнения

$$p^2 + p[N(1 + c_{ph}/Nc_{tls}) + \Gamma_L] + c_{ph}\Gamma\Gamma_L/c_{tls} = 0, \quad (6)$$

а коэффициенты  $A_1$ ,  $A_2$  имеют вид

$$A_1 = 1 - A_2 = \frac{(p_1 + \Gamma_L + \Gamma c_{ph}/c_{tls})}{(p_1 - p_2)}.$$

Удобно проанализировать решение (6) в том случае, когда одно из слагаемых в квадратных скобках много больше (меньше) другого. В этом случае

$$\begin{aligned} -p_1 &= 1/\tau_1 = \Gamma N(1 + c_{ph}/Nc_{tls}) + \Gamma_L, \\ -p_2 &= 1/\tau_2 = \frac{c_{ph}}{c_{tls}} \frac{\Gamma\Gamma_L}{\Gamma N(1 + c_{ph}/Nc_{tls}) + \Gamma_L}. \end{aligned}$$

При быстром теплообмене между фононами и термостатом,  $\Gamma_L \gg \Gamma N(1 + c_{ph}/Nc_{tls})$ , узкого фононного горла не возникает, и в используемом приближении скорость релаксации ДУС не зависит от их концентрации

$$1/\tau_1 = \Gamma_L, \quad 1/\tau_2 = \Gamma c_{ph}/c_{tls}.$$

При наличии узкого фононного горла,  $\Gamma_L \ll \Gamma N(1 + c_{ph}/Nc_{tls})$ , времена релаксации становятся зависимыми от концентрации дефектов

$$1/\tau_1 = \Gamma N(1 + c_{ph}/Nc_{tls}) = \frac{c_{ph}}{c_{tls}} \frac{\Gamma}{C}, \quad (7)$$

$$1/\tau_2 = \frac{c_{ph}}{c_{tls}} \frac{\Gamma_L}{N(1 + c_{ph}/Nc_{tls})} = \Gamma_L C, \quad (8)$$

где  $C = c_{ph}/(Nc_{tls} + c_{ph}) < 1$ .

Время  $\tau_1$  определяет быстрый процесс выравнивания температур подсистемы ДУС и фононов, который определяется сечением рассеяния фононов на ДУС. После выравнивания температур начинается медленная релаксация всей системы с характерным временем  $\tau_2$ . Этот процесс контролируется взаимодействием фононов с термостатом и в использованном при записи выражения (8) пределе не зависит от  $\Gamma$ , а определяется только скоростью обмена энергии фононов с термостатом. Как правило, в экспериментах выполняется условие  $c_{ph}/Nc_{tls} \ll 1$ , и выражение (8) совпадает с известным выражением Альтшулера [11].

Если характерное время обмена энергии фононов с термостатом определяется только временем диффузионного распространения фононов по объему образца с характерным линейным размером  $L$ , то для времени релаксации  $\tau_2$  нетрудно получить

$$1/\tau_2 = AL^2/(DC), \quad (8a)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии фононов,  $A$  — численный коэффициент порядка единицы, зависящий от геометрии образца. В этом случае условие реализации режима узкого фононного горла можно записать в виде  $L^2 > L_0^2 = D\tau_1/A$ .

Далее будет показано, что параметры, описывающие процесс релаксации энергии подсистемы ДУС и фононов в режиме узкого фононного горла в пространственно-однородном случае, являются важными параметрами и при описании распространения тепловых импульсов в таких системах.

## 3. Распространение теплового импульса

Рассмотрим задачу распространения  $\delta$ -образного теплового импульса из начала координат в бесконечный одномерный образец. В этом случае в качестве  $\Gamma_L$  в уравнении (1) надо взять диффузионный член, т.е. положить  $\Gamma_L = -D_0 \partial^2 / \partial z^2$ , где  $D_0$  — коэффициент диффузии фононов, определяемый только упругим рассеянием фононов на дефектах. (Здесь мы пренебрегаем теплообменом образца с термостатом). Пространственный Фурье-образ функции  $S_q(t, k)$  будет формально совпадать с выражением (5)

$$S_q(t, k) = S(0) \left( A_1(k) e^{-k^2 D_1(k)t} + A_2(k) e^{-k^2 D_2(k)t} \right).$$

Здесь  $S(0)$  — мощность теплового импульса,  $D_i(k) = -p_i(k)/k^2$  — эффективные коэффициенты диффузии фононов,  $p_i(k)$  определяются из квадратного уравнения, аналогичного (6),

$$A_1 = 1 - A_2 = (p_1 + D_0 k^2 + \Gamma c_{ph}/c_{tls}) / (p_1 - p_2). \quad (9)$$

В безразмерных переменных  $k' = kL$ ,  $D'_i(k) = D_i(k)/D_0$ ,  $t' = t/t_0$ , где  $L$  — координата точки измерения температуры (длина образца),  $t_0 = L^2/2D_0$  — характерное время распространения фононов, вычислен-

ное при учете только упругого рассеяния фононов на дефектах. Для эффективных коэффициентов диффузии имеем

$$D'_{1,2}k^2 = \left( k_0^2 + k'^2 + \sqrt{(k_0^2 + k'^2)^2 - 4k'^2k_0^2C} \right) / 2. \quad (10)$$

Входящие в это выражение параметры  $C = c_{ph}/(c_{ph} + Nc_{tfs}) < 1$  и  $k_0^2 = (L/L_0)^2$  для одномерного случая ( $A = 1$ ) были введены в конце предыдущего раздела. Из выражений (9), (10) следует, что при  $k' \gg k_0$   $D'_1 = 1$ ,  $A_1 = 1$ , а при  $k' \ll k_0$   $D'_2 = C$ ,  $A_2 = C$ .

Пространственная дисперсия коэффициентов диффузии  $D_i(k')$  представлена на рис. 1, из которого становится понятен физический смысл введенных параметров. Если  $k_0 \gg 1$ , в системе реализуется режим узкого фононного горла, и время прихода сигнала на болометр определяется медленными процессами:  $t_2 = L^2/(2D_0C)$  согласно выражению (8а). В случае  $k_0 \ll 1$  (в отсутствии фононного горла) фононная система не успевает среагировать на изменения в подсистеме ДУС, и время распространения сигнала не зависит от состояния ДУС,  $t_1 = t_0 = L^2/(2D_0)$ .

При промежуточных значениях  $k_0$  удобно записать выражение для него в другом эквивалентном виде:  $k_0 = \sqrt{2t_0/\tau_1}$ . Из этого выражения следует, что  $k_0$  возрастает с ростом числа фононов, успевших неупруго провзаимодействовать с ДУС, для которых реализуется режим узкого фононного горла. Остальные фононы не испытывают неупругого рассеяния на ДУС и их распространение определяется в основном коэффициентом  $D_0$ . Результаты численных расчетов  $S_q(t')$  в точке  $L$  для различных значений  $k_0$  и  $C$  представлены на рис. 2. Из представленных на рисунке зависимостей следует, что амплитуда и положение первого максимума в основном

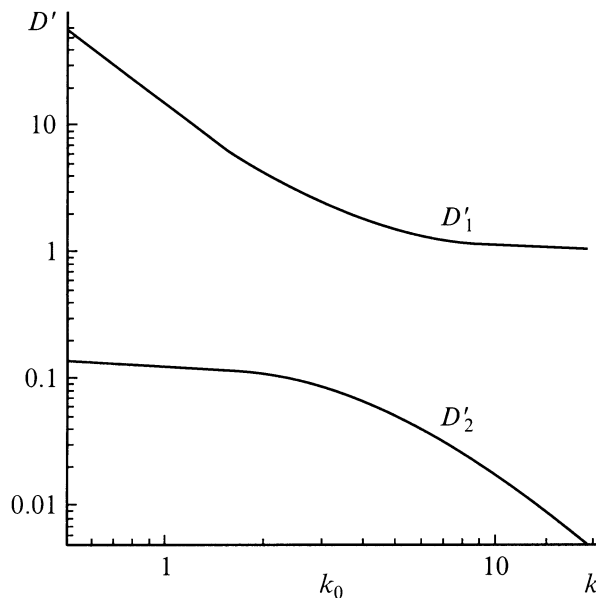


Рис. 1. Пространственная дисперсия эффективных коэффициентов диффузии.

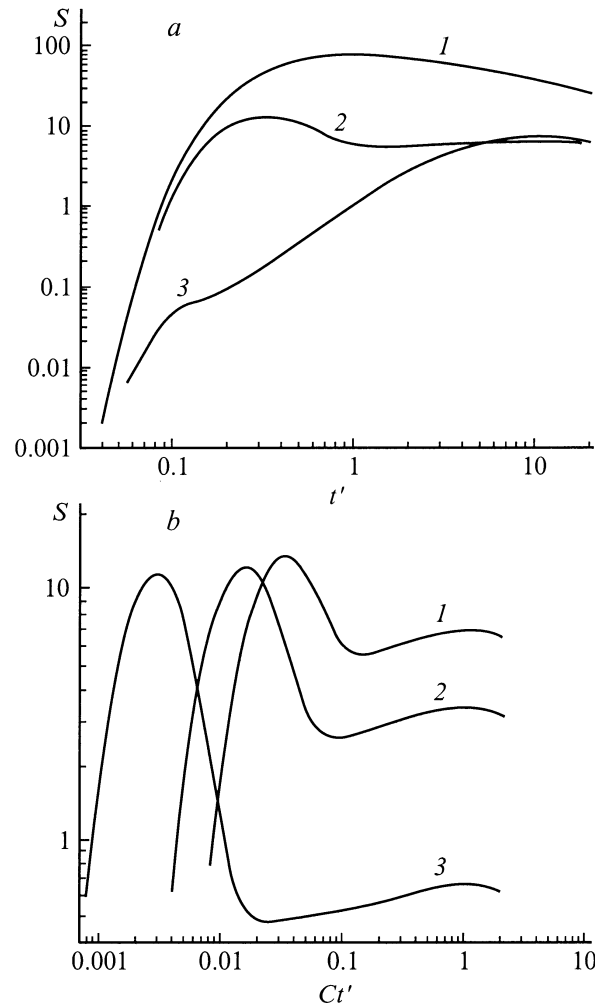


Рис. 2. а — форма сигнала фононной неравновесности в зависимости от параметра  $k_0$  при  $C = 0.1$ :  $k_0 = 0.0$  (1), 3.0 (2), 10.0 (3); б — форма сигнала в зависимости от параметра  $C$  при  $k_0 = 3$ .  $C = 0.1$  (1), 0.05 (2), 0.01 (3).

определяется параметром  $k_0$ , в то время как форма и положение второго — параметром  $C$ .

При приближенном описании зависимости положения и формы максимумов от параметров задачи ограничимся пределом  $C \ll 1$ . В этом случае

$$A_1(k) = 1 - A_2(k) \simeq 1 - C, \quad k < k_0,$$

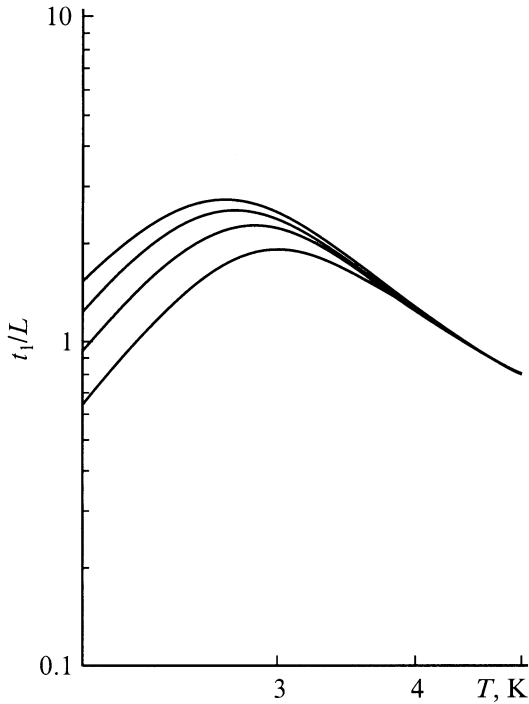
$$A_1(k) = 1 - A_2(k) \simeq 1, \quad k > k_0$$

и можно получить приближенные выражения, описывающие положение и форму пиков. Для первого пика получаем

$$S_1(t) \simeq e^{-k_0^2 t/t_0} e^{-L^2/4D_0 t} \sqrt{\frac{\pi}{4D_0 t}},$$

из которого для времени прихода его максимума на болометр имеем

$$t_1 = \frac{\sqrt{4k_0^2 + 1} - 1}{2k_0^2} t_0. \quad (11)$$



**Рис. 3.** Нормированное на длину образца время прихода первого максимума для различных  $L = 4, 6, 8, 10$  mm (снизу вверх).

Приближенное выражение для описания положения и формы второго можно записать только для достаточно больших значений  $k_0$

$$S_2(t) \simeq C \sqrt{\frac{\pi}{4D_0 C t}} e^{-L^2/4D_0 C t}, \quad t_2 = t_0/C. \quad (12)$$

(Заметим, что в рассматриваемом пределе реализуется режим узкого фононного горла и время распространения сигнала не зависит от  $\tau_1$ ).

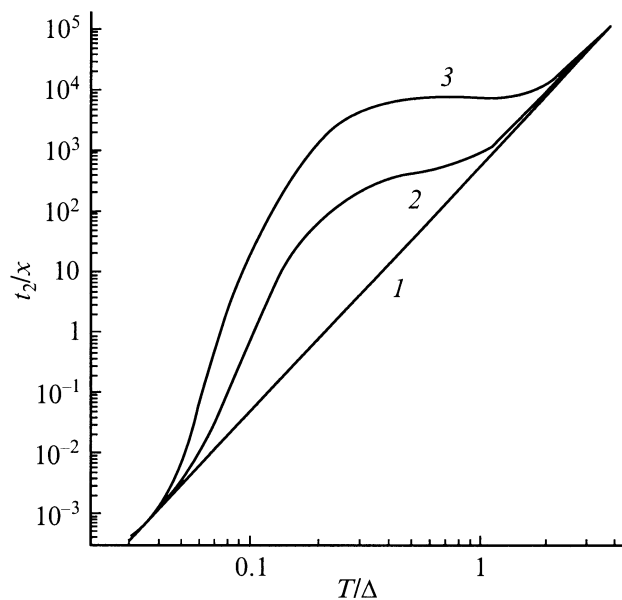
Перейдем к рассмотрению температурной и концентрационной зависимости процесса распространения теплового импульса. К сожалению, авторам не известны эксперименты по исследованию спин-решеточной релаксации в этих системах в режиме узкого фононного горла и далее будем считать  $k_0$  подгоночным параметром модели, полагая для определенности, что температурная зависимость скорости релаксации  $\Gamma(T)$  в (7) является экспоненциальной [11],  $\Gamma(T) = \Gamma_0 \exp(-\Delta/T)$  (далее будет показано, что при такой температурной зависимости теоретические результаты вполне удовлетворительно описывают экспериментальные данные). Если считать, что  $D_0$  определяется релеевским рассеянием на дефектах ( $D_0 \sim 1/NT^4$ ), получаем, что  $k_0$  растет как с ростом температуры, так и концентрации дефектов,  $k_0 \sim NLT^2\Gamma^{1/2}$ . При выполнении условия  $k_0 \geq 1$  из выражения (11) следует, что  $t_1$  не зависит от концентрации и растет линейно по параметру  $L$ , т.е. ведет себя как сигнал от баллистических фононов, но убывает с ростом

температуры. Поскольку при малых  $k_0$   $t_1 \sim T^4$ , зависимость  $t_1(T)$  имеет максимум, положение которого определяется температурной зависимостью  $\Gamma(T)$ . На рис. 3 представлены зависимости  $t_1(T)/L$ , рассчитанные по формуле (11) при различных значениях параметра  $L$  и фиксированных значениях  $N$  и  $\Gamma_0$ , поведение которых качественно совпадает с известными нам экспериментальными данными [4]. Специальные экспериментальные исследования температурной и концентрационной зависимости  $t_1$  при различных  $L$  не проводились, но в работе [10] отмечалось, что первый пик ведет себя подобно баллистическому сигналу.

При анализе температурной и концентрационной зависимости времени прихода второго пика ограничимся случаем, когда  $k_0 \gg 1$ , который всегда можно реализовать, рассматривая достаточно длинный образец. При этом вкладом в сигнал на болометре от первого пика можно пренебречь. Для времени прихода максимума второго сигнала имеем

$$t_2(T, N) \sim \frac{L^2}{2D_0(T, N)C(T, N)}.$$

На рис. 4 показана температурная зависимость  $t_2/N$  при  $D_0 \sim 1/NT^4$  и различных концентрациях дефектов. Из рисунка следует, что при достаточно большой концентрации дефектов, когда в области температур вблизи  $\Delta Nc_{\text{tls}} \gg c_{\text{ph}}$ , зависимость  $t_2(T)$  не является монотонной. При  $T < 0.5\Delta$  она экспоненциально растет, а при  $T > 0.5\Delta$ , когда  $c_{\text{tls}} \sim 1/T^2$ , становится убывающей,  $t_2 \sim 1/T$ . В остальных областях температуры, для которых  $Nc_{\text{tls}} \ll c_{\text{ph}}$ , и для малых концентраций дефектов зависимость  $t_2(T)$  имеет обычный характер,



**Рис. 4.** Время прихода второго максимума, нормированного на концентрацию, при  $\Delta/T = 0.01$  и различных значениях  $x$ :  $x = 0$  (1), 0.05 (2), 0.5 (3).

$t_2(T) \sim T^4$ . Что касается концентрационной зависимости  $t_2$ , то в области температур, где  $c_{\text{tls}} \gg c_{\text{ph}}$ ,  $t_2(N) \sim N^2$ .

Проведенный анализ показывает, что предложенная модель качественно описывает температурную и концентрационную зависимость формы сигнала фоновой неравновесности, экспериментально наблюдаемую в иттрий-алюминиевых гранатах  $Y_{3-x}R_xAl_5O_{12}$  ( $R = \text{Er, Ho, Tb}$ ).

#### 4. Сравнение с экспериментом

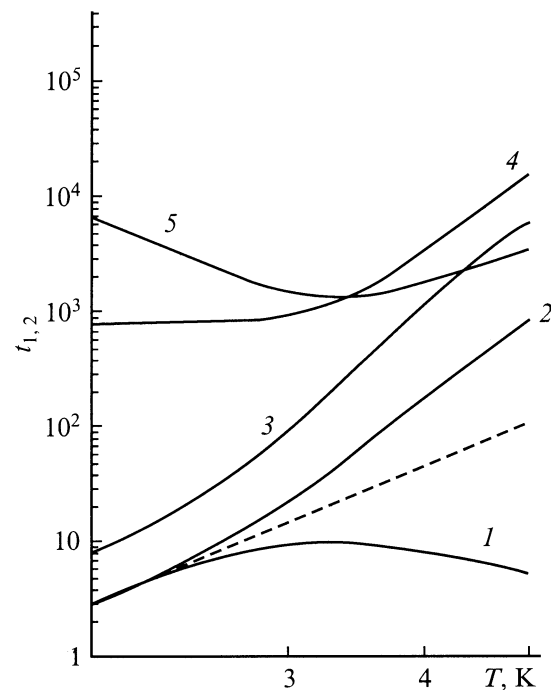
Кинетика фононов в твердых растворах  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$  экспериментально исследована достаточно полно. Обнаружено, что при  $x > 0.2$  наблюдается появление второго максимума в сигнале фоновой неравновесности и значительное замедление процесса распространения фононов, причем температурная зависимость времени прихода максимума второго сигнала на болометр сложным образом зависит от концентрации примесных атомов эрбия и длины образца. При небольшом содержании примесных атомов ( $0.2 < x < 0.6$ )  $t_2(T)$  очень быстро (может быть, экспоненциально [10]) возрастает с ростом температуры, а при больших значениях  $x$  температурная зависимость  $t_2(T)$  характеризуется отрицательной производной. При промежуточных значениях концентрации  $x$  знак производной  $t_2(T)$  определяется главным образом размерами образца.

Из результатов предыдущих разделов нетрудно понять, что такое поведение  $t_2(T)$  в зависимости от концентрации в рамках предлагаемой модели может быть объяснено только при наличии в системе двух подсистем ДУС с отличными друг от друга энергетическими параметрами  $\Delta_1 < T < \Delta_2$ . Хотя решение задачи с двумя подсистемами ДУС принципиально не отличается от рассмотренного в предыдущих разделах, но приводит к некоторым качественно новым результатам (в частности, появлению третьего максимума на кривой сигнала фоновой неравновесности, наблюдаемого в эксперименте [4]) и требует отдельного рассмотрения. Поэтому в данной работе ограничимся пределом больших значений параметра  $k_0$  (точнее, его аналога). В этом случае нетрудно получить физически понятный результат, что время прихода второго максимума определяется параметром  $C = c_{\text{ph}} / (c_{\text{ph}} + N_1 c_{\text{tls},1} + N_2 c_{\text{tls},2})$ , где  $N_i$  и  $c_{\text{tls},i}$  — концентрация и теплоемкость ДУС  $i$ -й подсистемы соответственно.

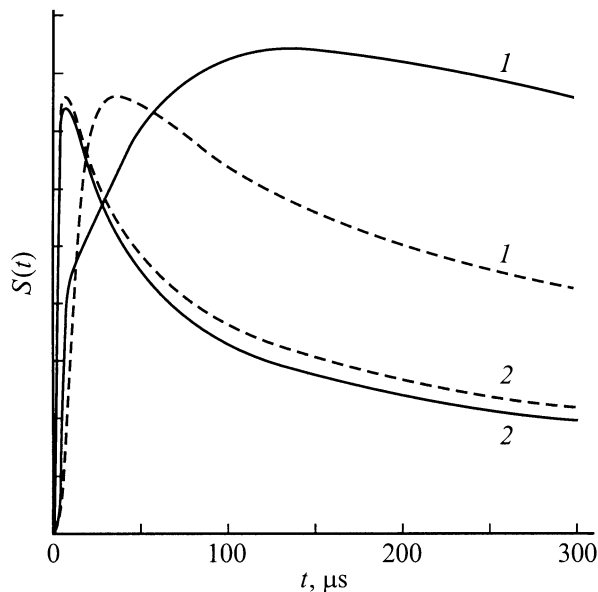
Из экспериментов по измерению низкотемпературной теплоемкости известно, что в системе  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$  существует дважды вырожденный парамагнитный уровень с  $\Delta_2 = 38.9 \text{ K}$  [12]. Из рис. 4 следует, что именно эти ДУС могут приводить к очень быстрому росту  $t_2$  с температурой. На существование в этой системе низкоэнергетических парамагнитных уровней с  $\Delta_1 \approx 4 \text{ K}$  указывают эксперименты по спин-решеточной релаксации [10]. При температурах эксперимента  $c_{\text{tls},1} \gg c_{\text{tls},2}$ ,

и для того чтобы вклад от второй подсистемы ДУС преобладал, концентрация высокоэнергетических ДУС при  $x \leq 0.6$  должна быть много больше концентрации низкоэнергетических ( $N_2 \gg N_1$ ). Это возможно в том случае, если низкоэнергетический уровень связан не с каждым примесным атомом, а с некоторой атомной конфигурацией. При малых концентрациях примеси вероятность образования таких конфигураций мала, т.е.  $N_1 \ll N_2$ . Видимо, именно такая ситуация наблюдается при малых концентрациях примесей в системе  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$ , поэтому далее (кроме оговоренного случая) будем пренебрегать вкладом от низкоэнергетических ДУС, ограничиваясь рассмотрением малых концентраций ( $x \leq 0.6$ ).

Для решения задачи требуется определить коэффициент диффузии  $D_0$  и параметры  $C$  и  $k_0$ . Коэффициент диффузии  $D_0$  для системы с ДУС нельзя определить непосредственно из эксперимента, поэтому считалось, что в отсутствие ДУС он приблизительно равен последнему для системы  $Y_{3-x}Lu_xAl_5O_{12}$   $D_0 = (3.4/T)^4(0.2 + x_0)/(x + x_0) \text{ mm}^2/\mu\text{s}$ , где  $x_0 = 0.025$  — остаточная концентрация примесей [4]. Температура Дебая твердого раствора для расчета параметра  $C$  определялась по формуле  $T_D = T_{DY}(M_Y/M_s)^{1/2}$ , где  $T_{DY} = 750 \text{ K}$ ,  $M_Y$  — температура Дебая и молярная масса иттриевого граната,  $M_s$  — молярная масса твердого раствора [12,13]. Для определения  $k_0$  было использовано приближенное выражение (11). Из сравнения рассчитанной по формуле (11) температур-



**Рис. 5.** Температурная зависимость времени прихода ( $\mu\text{s}$ ) первого (1) и второго максимума ( $x = 0.2$  (2),  $0.6$  (3);  $1.0$  (4, 5)) в системе  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$ . Штриховая кривая — время прихода максимума в системе без ДУС при  $x = 0.2$ .



**Рис. 6.** Сигнал фоновой неравновесности в системах  $Y_{2.8}Er_{0.2}Al_5O_{12}$  (сплошные линии) и  $Y_{2.8}Lu_{0.2}Al_5O_{12}$  (штриховые линии) ( $L = 6.8$  mm,  $T = 3.35$  (1), 2.7 K (2)).

ной зависимости времени прихода первого максимума с экспериментальной (рис. 1 из [4]) было найдено, что  $\Gamma_0 = 6.78 \cdot 10^{-5} \mu s^{-1}$  на формульную единицу дефектов. Рассчитанные с этими значениями параметров зависимости  $t_{1,2}(T)$  для образцов длиной 6.8 mm и концентрацией примеси 0.2 и 0.6 формульных единиц представлены на рис. 5 (кривые 1–3). На рис. 6 представлены сигналы фоновой неравновесности, соответствующие образцам  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$  (сплошные линии) и  $Y_{3-x}Lu_xAl_5O_{12}$  (штриховые линии) при двух температурах  $T = 3.85$  и 2.7 K. Результаты теоретических расчетов, представленные на рис. 5 (кривые 1–3) и 6, вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными зависимостями (рис. 1, 3 из [4]).

Кривые 4 и 5 на рис. 5 имеют качественный характер и демонстрируют смену наклона зависимости  $t_2(T)$  при появлении в системе достаточного количества низкоэнергетических ДУС с  $\Delta_1 < T$ . Расчеты проводились для  $x = 1.0$  и  $N_1 = 0.1 N_2$  при различной температурной зависимости коэффициента диффузии  $D_0(T)$ . При расчете кривой 4 полагалось, что коэффициент диффузии  $D_0$ , как и прежде, определяется релеевским рассеянием фононов на дефектах. Из выражения (12) следует, что в этом случае показатель степени  $\alpha$  в зависимости  $t_2(T) \sim T^\alpha$  не может принимать значения меньше  $-1$ , а в экспериментах наблюдается более сильная зависимость  $t_2(T)$  с отрицательной производной [4].

Можно предположить, что при достаточно больших концентрациях примесных атомов в системе  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$  затравочный коэффициент диффузии фононов  $D_0$  определяется главным образом рассеянием фононов на межфазных границах. В самом деле, твердые растворы  $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$  склонны к фазовому

расслоению, что приводит к образованию областей с характерными размерами 20–100 nm, обедненных и обогащенных примесными атомами [14]. Известно, что при распространении фононов в системах с сильно развитыми границами разделов температурная зависимость коэффициента диффузии фононов уже не определяется релеевским рассеянием, а сложным образом зависит от структуры границ (см., например, [15]). Для иллюстрации такой ситуации при расчете кривой 5 на рис. 5 было положено  $D_0(T) = \text{const}$ , что позволило получить зависимость  $t_2(T)$ , качественно совпадающую с экспериментальной (рис. 1 [4]).

Следует отметить, что причиной сильной температурной зависимости  $t_2(T)$  с отрицательной производной, наблюдаемой в экспериментах, может являться спектральный состав распространяющихся фононов, не учтенный при нашем упрощенном рассмотрении. В частности, при больших временах распространения сигнала фоновой неравновесности значительную роль могут играть распадные процессы [16]. Заметим, что в рамках рассматриваемой в работе модели максимальная задержка сигнала фоновой неравновесности будет наблюдаться в системе  $Y_{3-x}Tb_xAl_5O_{12}$ , для которой известная величина энергетического параметра ДУС, связанного с каждым атомом примеси, составляет  $2.45 \text{ cm}^{-1}$  [17]. Для этой системы при обычных условиях эксперимента ( $T \simeq 3.5$  K,  $x \simeq 0.5$ ,  $L \simeq 1$  cm) значение  $t_2$  будет принимать значение порядка  $5 \cdot 10^{-3}$  s, что сравнимо по величине с временами распадных процессов.

Таким образом, представлена достаточно простая теоретическая модель, содержащая два основных параметра — отношение теплоемкости всей системы к фоновой теплоемкости  $C$  и отношение времени диффузионного распространения фононов к времени релаксации ДУС  $k_0$ . Этих двух параметров оказалось достаточно, чтобы описать основные аномалии в температурной и концентрационной зависимости процессов распространения слаборавновесных фононов в системах, содержащих центры захвата. Дальнейшее уточнение модели (учет спектрального состава инжектируемых фононов, включение в рассмотрение нескольких подсистем ДУС, выход за пределы линейного приближения) позволит описать и более тонкие эффекты, наблюдаемые в экспериментах.

Автор выражает признательность С.Н. Иванову за плодотворные дискуссии и ценные замечания, а также Е.Н. Хазанову за предоставленную возможность ознакомиться с неопубликованными экспериментальными результатами.

## Список литературы

- [1] С.Н. Иванов, Е.Н. Хазанов, А.В. Таранов. Письма в ЖЭТФ **40**, 1, 20 (1984).
- [2] С.Н. Иванов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **88**, 1, 294 (1985).
- [3] С.Н. Иванов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **99**, 4, 1311 (1991).

- [4] С.Н. Иванов, А.Г. Козорезов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **100**, 5, 1591 (1991).
- [5] И.Б. Левинсон. ЖЭТФ **79**, 4, 1394 (1980).
- [6] А.Г. Козорезов. ЖЭТФ **100**, 5, 1577 (1991).
- [7] В.И. Козуб, А.М. Рудин. ФТТ **38**, 2, 352 (1996).
- [8] Cz. Jasinkiewicz, P. Paszkiewicz. Z. fur Phys. **B77**, 209 (1989).
- [9] С.Е. Куменков, В.И. Перель. ЖЭТФ **94**, 1, 346 (1988).
- [10] С.Н. Иванов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов, В.А. Ацаркин, В.В. Демидов. ЖЭТФ **94**, 5, 274 (1989).
- [11] С.А. Альтшулер, Б.М. Козырев. Электронный парамагнитный резонанс. Наука, М. (1972). 672 с.
- [12] С.Р. Арутюнян, Х.С. Багдасаров, А.П. Додокин, А.М. Кеворков. ФТТ **27**, 8, 2299 (1985).
- [13] E.P. Steigmeier. Appl. Phys. Lett. **3**, 2, 6 (1983).
- [14] О.В. Карбань, С.Н. Иванов, Е.И. Саламатов, С.Г. Быстров. Неорганические материалы **37**, 1, 1 (2001).
- [15] С.Н. Иванов, А.Г. Козорезов, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **102**, 2, 600 (1992).
- [16] Б.А. Данильченко, С.Н. Иванов, Д.В. Поплавский, А.В. Таранов, Е.Н. Хазанов. ЖЭТФ **112**, 1, 325 (1997).
- [17] У.В. Валиев, Л.Л. Горбунова, М.М. Турганов, Б. Нексвил, Д. Сиранов. ФТТ **37**, 4, 1176 (1995).