Эффекты квантовой дискретности и фликкерные флуктуации туннельной проводимости

© Ю.Е. Кузовлев, Ю.В. Медведев, А.М. Гришин*

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины,
83114 Донецк, Украина
* Королевский институт технологии,
Стокгольм, Швеция
E-mail: medvedev@kinetic.ac.donetsk.ua

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 13 сентября 2001 г.)

На примере туннельного контакта показано, что взаимодействие одноэлектронных процессов в многоэлектронной системе может служить источником безмасштабных фликкерных низкочастотных флуктуаций ее проводимости (взаимодействие заключается в том, что квантовая вероятность электронного перехода зависит от быстрых случайных изменений обстановки в течение перехода, в том числе вызванных аналогичными переходами). Теория связывает фликкерные флуктуации туннельной проводимости с дискретностью спектра электронных состояний и объясняет нелинейность шум-амперной характеристики, наблюдавшуюся в нанокомпозитах.

Работа поддержана Министерством образования и науки Украины (проект № 2М/71-2000) и Королевской Академией наук Швеции.

Низкочастотный фликкерный шум (шум со спектром $1/f$), обнаруженный во множестве различных систем [1–5], — актуальная проблема прикладной и теоретической физики. Его особенность заключается в том, что он представляет собой флуктуации скорости процессов переноса и релаксации. В электронике это прежде всего флуктуации проводимости, плохо поддающиеся частотной фильтрации (сглаживанию по времени). Как правило, они намного чувствительнее к структуре материалов и внешним воздействиям, чем сама проводимость, поэтому при наличии адекватной теории они могли бы дать дополнительную информацию о механизмах переноса заряда.

В настоящее время принято связывать фликкер-шум с большими масштабами времени, например с медленными (редкими) термоактивированными флуктуациями структурного беспорядка, заселенности электронных ловушек и др. [1,3,5–17]. При этом спектр $1/f$ интерпретируют как суперпозицию лоренцианов, отвечающих „флуктуаторам“ с разными временами жизни, предполагая, что имеется достаточно широкое и равномерное распределение энергий активации [1]. Однако ряд фактов никак не укладывается в подобную теорию, например $1/f$ флуктуации зонной подвижности носителей в собственных полупроводниках [2,18] или $1/f$-шум в жидких металлах [4]. В последние годы интенсивно изучается шум в системах с неметаллической (узкозонной, прыжковой, туннельной, перколяционной) проводимостью — сильно допированных и аморфных полупроводниках [8,10–14], дефектных пленках металлов [5,9], оксидах [7], в том числе манганитах с колоссальной магнеторезистивностью [19–21], и др. В таких системах существенны дальнодействующие кулоновские силы, и в качестве медленных флуктуаторов можно предложить перераспределения заряда в „кулоновском стекле-[6,8,14]. Но конкретные оценки дают насыщение спектра $1/f$ на низких частотах [13] в противоречии с экспериментом. Похоже оправдывается предсказание [22], что сведение $1/f$ спектра к лоренцианам „составит несчастье теории".

При всей важности активационных и других „медленных“ флуктуаций заслуживает внимание фундаментальный $1/f$-шум, непосредственный источник которого — те же „быстрые“ кинетические события (столкновения и взаимодействия частиц, квазичастиц и квантов), которые отвечают за само электрическое сопротивление [4,23–27]. Вспомним, что вообще феномен релаксации и необратимости в той или иной динамической системе равнозначен ее свойству „забывать“ свою историю. Если система „забывает", сколько и какие кинетические события случились в прошлом, то она неспособна следить за „средним числом (вероятностью) событий в единицу времени“ (точнее, термодинамически контролируется пропорция количеств взаимно обращенных во времени событий, но не их разность или сумма [23,26,27]). В таком случае вероятные флуктуации числа событий растут, как и его наиболее вероятное значение, пропорционально времени наблюдения, и определенного среднего по времени числа событий не существует. Иными словами, если флуктуации текущего „числа кинетических событий в единицу времени“ („частости событий“ в терминах [28]) не вызывают обратной реакции, то они не релаксируют и поэтому не имеют характерного (верхнего) масштаба времени. Подобное поведение выливается именно в масштабно-инвариантный ненасыщающийся спектр $1/f$ (подробнее см. [4,23,27]). В результате, как это ни парадоксально, долгоживущие корреляции, отвечающие $1/f$ спектру, отражают не память о прошлом, а, напротив, забывание прошлого (как подчеркивалось еще в [28], не всякая статистическая корреляция скрывает в себе причинно-следственную корреляцию).

Кинетическая теория упускает $1/f$-шум такой природы, когда постулирует строго определенные „вероятности на единицу времени“ (интегралы столкновений). Однако, если кинетика газа выводится из статмеханики без такого упрощения [24,27], она обнаруживает $1/f$ флуктуации темпа диффузии и подвижностей молекул. Их причиной являются не большие времена релаксации (которые здесь отсутствуют), а всего лишь нечувствительность системы к случайному распределению прошлых столкновений той или иной молекулы по прицельному параметру (т.е. к фактическому сечению рассеяния столкновений молекулы). Фликкерные флуктуации диссипации и рассеяния света в кварце тоже могут быть объяснены как собственное статистическое свойство кинетики (теперь фононной) [25]. Она не сводится к определенным трех- или четырех-частичным интегралам столкновений, потому что „элементарные“ кинетические события (распады, слияния и рассеяния фононов) перепутываются во времени и параметрически влияют друг на друга.

В данной работе показано, что в квантовой кинетике многоэлектронных систем „$1/f$-шум из-за потери памяти“ может реализоваться, как и в фононных системах, посредством взаимоперепутывания кинетических событий — электронных переходов. Фликкерные флуктуации проводимости обнаруживаются здесь, если не пренебрегать реальной длительностью событий и реальной квантовой дискретностью энергетических состояний электронов.

С учетом конечной длительности всякий одноэлектронный переход выглядит как фрагмент многочастичного процесса. Отделяя этот фрагмент по линиям бозонов, можно сказать, что квантовая амплитуда перехода формируется под влиянием эффективных переменных полей, отражающих прочие составляющие процесса. Например, состоявшиеся переходы электронов сквозь туннельный контакт вместе с тепловым движением зарядов в его берегах индуцируют быстрые флуктуации напряжения на контакте, те же в свою очередь случайно сдвигают фазы приращений квантовой амплитуды назревающего перехода. Такое взаимовлияние одноэлектронных событий с участием множества мягких фотонов изучалось в теории кулоновской блокады и низкотемпературных аномалий ВАХ в малых туннельных контактах [29–31] (математически аналогичная задача с фононами вместо фотонов встречалась в теории подвижности сильно связанного полярона [32]).

Очевидно, результатом могут быть не только перенормировки транспортных характеристик, но и специфические их флуктуации. Если квантовые вероятности „элементарных“ электронных переходов оказываются функционалами от шума системы в целом (флуктуаций электрических, магнитных, обменных, упругих полей), то они случайны, а значит и проводимость случайна. Насколько нам известно, этот эффект ранее не рассматривался. Он должен быть хорошо выражен, если время корреляции шума мало по сравнению с длительностью (временем ожидания) типичного перехода. Такая ситуация естественна для туннельной проводимости. На данном примере мы продемонстрируем, как „быстрый“ шум становится источником фликкерных низкочастотных флуктуаций проводимости (возможно, источником последних при прыжковой проводимости тоже являются быстрые флуктуации кулоновского потенциала, наведенные локальными перераспределениями заряда).

Для наглядности сконцентрируемся на идеализированном туннельном контакте. Подчеркнем, что обсуждаемый эффект, будучи обязанным тепловому шуму, принципиально отличается от воспроизводимых флуктуаций проводимости, которые обусловлены статическим беспорядком в контакте [33] и наблюдались при низких температурах [34]. Что касается $1/f$-шума в реальных туннельных контактах [16,35], то он обычно приписывается структурным флуктуаторам — двухуровневым системам. Возможности соответствующей теории были подробно проанализированы в [15]. Заметим еще, что интерес к роли дискретности электронных состояний в туннельных контактах и многочастичных процессов в них имеет давнюю историю (см., например, [36] и [37] и библиографию в ней).

1. Характерные времена туннелирования

Если к туннельному контакту приложено небольшое напряжение $U < T/e$ (T — температура), то среднее количество заряда, переносимого через контакт за время Δt, и соответствующую проводимость можно представить как

$$\Delta Q = e\,\frac{Ue}{\delta E}\,\frac{\Delta t}{\tau_t}, \qquad G = \frac{\Delta Q}{U\Delta t} = e^2\nu\gamma,$$

$$\nu = \frac{1}{\delta E}, \qquad \gamma = \frac{1}{\tau_t}. \tag{1}$$

Здесь δE — среднее расстояние между электронными уровнями энергии в берегах, так что ν — плотность состояний; $Ue/\delta E$ — эффективное количество „активных“ уровней, нагруженных на транспорт заряда; τ_t — среднее время перехода электрона с заданного уровня на одном берегу на противоположный берег, а точнее говоря, время накопления квантовой вероятности прыжка до значений порядка единицы; γ играет роль вероятности прыжка в единицу времени.

Реальный контакт всегда имеет конечные емкость C и характерное время $\tau = RC \equiv C/G$. Это, как обычно для RC-цепочек, время релаксации и время корреляции тепловых флуктуаций заряда на контакте (если кулоновское взаимодействие берегов проявляет себя в стохастической форме). Сравним введенные масштабы времени

$$\frac{\tau_t}{\tau_c} = \frac{e^2\nu}{C} = \frac{E_c}{\delta E}. \tag{2}$$

Здесь E_c — характерная кулоновская энергия, т.е. отношение (2) есть просто число уровней, участвующих в релаксации заряда. Убедимся, что туннелирование — это длительный процесс

$$\tau_t/\tau_c \gg 1, \tag{3}$$

даже если кулоновские эффекты слабы в тривиальном смысле $E_c \ll T$. Для определенности возьмем плоские берега толщины w, соответственно плоский барьер с толщиной d и типичной диэлектрической проницаемостью $\epsilon \sim 20$, и применим формулу емкости плоского конденсатора. Используя общеизвестные выражения для плотности электронных состояний и фермиевских энергии и скорости в стандартном металле, получим

$$e^2\nu/C \approx \frac{e^2}{\hbar v_F}\,\frac{4\pi d w}{\epsilon a^2} \approx \frac{dw}{a^2},$$

где a — атомный размер (порядка трех ангстрем).

Отсюда ясно, что неравенство (3) всегда выполняется, и в этом смысле кулоновские эффекты всегда сильны. Следовательно, в процессе туннелирования электрон успевает „почувствовать“ многократные изменения флуктуационного напряжения на контакте, $u(t)$, вызванные другими переходами в обоих направлениях. На одноэлектронном языке это означает, что квантово-механические вероятности переходов становятся случайными. С точки зрения строгой теории многих частиц описание соответствующего избыточного вклада во флуктуации транспортного тока потребовало бы как минимум четырехчастичных функций Грина (причем для четырех различных моментов времени и вне приближенного размыкания на двухчастичные функции [4]). Поскольку желаемая формальная техника еще не разработана, попробуем сформулировать задачу в простых терминах туннельного гамильтониана и квантово-механической нестационарной теории возмущений. Нас устроит простейшая модель, в которой все туннельные матричные элементы $g_{kq} \approx g$ приблизительно равны.

Вспомним стандартное приближение туннельного гамильтониана (считая пока $u = 0$). Пусть $p_{kq}(\Delta t, U)$ — вероятность перехода электрона за время Δt из состояния k на левом берегу в состояние q на правом (или обратного события). Вероятность прыжка с левого уровня k направо дается суммой таких вероятностей, а длительность прыжка по своему смыслу есть обратная величина вероятности прыжка в расчете на единицу времени

$$\gamma = \tau_t^{-1} = p_k(\Delta t, U)/\Delta t, \quad p_k(\Delta t, U) \equiv \sum_q p_{kq}(\Delta t, U)$$

(по предположению эти величины слабо зависят от k). Далее полагается прибегнуть (как обычно при конструировании кинетики) к „золотому правилу Ферми“

$$p_{kq}(\Delta t, U) \to 2\pi g_{kq}^2 \delta(E_{kq})\Delta t/\hbar, \quad E_{kq} \equiv E_q^+ - E_k + eU$$

(плюс относится к правому берегу). Оно обеспечивает линейный со временем рост вероятности прыжка и тем самым существование определенного темпа прыжков

$$\gamma = \tau_t^{-1} \approx 2\pi g^2 \nu/\hbar. \tag{4}$$

Применение золотого правила (иначе говоря, приближения сплошного спектра) подразумевает, что время наблюдения за эволюцией квантовых амплитуд, достаточное для адекватной оценки вероятностей, лежит в рамках $\hbar/T \ll \Delta t \ll \tau_g$. Здесь $\tau_g = 2\pi\hbar/\delta E$ — характерное время, определяемое дискретностью энергетического спектра. Очевидно, для того чтобы можно было учесть влияние шума $u(t)$, адекватный интервал наблюдения должен быть много больше его времени корреляции, а учитывая (3), желательно, чтобы интервал был сравним с типичной длительностью прыжка. Следовательно, стандартная схема нуждалась бы в условии $\tau_g > \tau_t$. Но из (1) и (4) вытекает соотношение

$$\frac{\tau_t}{\tau_g} = \frac{R}{R_0} \approx \left(\frac{\delta E}{2\pi g}\right)^2, \quad R_0 \equiv \frac{2\pi\hbar}{e^2}, \tag{5}$$

которое показывает, что в слабопрозрачном контакте ситуация как раз противоположная

$$\tau_t/\tau_g \gg 1. \tag{6}$$

Смысл этого неравенства — малость уширения уровней, вызванного проницаемостью барьера, в сравнении с расстоянием между уровнями. Получается, что в случае хорошо выраженной дискретности золотое правило неприменимо, и налицо проблема: „вероятности переходов в единицу времени“ оказываются неопределенными.

Будем ориентироваться на случай (6), поскольку он принципиально самый интересный и, кроме того, при $R < R_0$ метод туннельного гамильтониана формально несовместим с теорией возмущений [38] (если только контакт с $R < R_0$ не эквивалентен параллельному соединению автономных высокоомных, в смысле (6), контактов). При условии (6) теория возмущений без сомнения пригодна, в том числе и с шумом напряжения $u(t)$. Последний, делая переходы неупругими, восстановит линейный рост вероятностей. Однако при этом добавятся флуктуации вероятностей, размах которых растет тоже пропорционально времени наблюдения.

2. Флуктуации вероятностей

Рассмотрим квантовые переходы под действием переменной разности потенциалов $u(t)$ между конечными пунктами. Согласно современной теории квантового хаоса, стохастическое поведение типично для квантовых систем, несмотря на дискретность спектра [39,40]. Поэтому будем трактовать $u(t)$ как классический случайный процесс (конечно, в строгой теории $u(t)$ — оператор, перепутанный с операторами частиц). При $\Delta t \sim \tau_t$ достаточно приближенного, по теории возмущений, решения уравнения Шредингера для волновой функции электрона. Результат записывается в виде

$$p_{kq} \approx |A_{kq}|^2, \quad A_{kq} \equiv \frac{g_{kq}}{\hbar} \int\limits_0^{\Delta t} \exp(iE_{kq}t/\hbar) Z(t)\, dt,$$

$$Z(t) = \exp\big[i\varphi(t)\big], \quad \varphi(t) = \frac{e}{\hbar} \int\limits_0^t u(t')\, dt', \tag{7}$$

где введен диффузионно накапливающийся случайный набег фазы $\varphi(t)$. Если $u(t) = 0$, формулы (7) сводятся к обычным выражениям для вероятностей переходов, в противном случае они описывают хаотическое параметрическое возбуждение или гашение вероятностей сбоем фазы.

Введем корреляционную функцию фазы, соответствующее время когерентности квантовых амплитуд и его энергетический эквивалент

$$K(t_1 - t_2) = \langle Z(t_1) Z^*(t_2) \rangle,$$

$$\tau_{\text{coh}} = \int\limits_0^\infty \big|K(\tau)\big| d\tau, \qquad \Delta E = 2\pi\hbar/\tau_{\text{coh}}, \tag{8}$$

где угловые скобки обозначают усреднение по $u(t)$. Вообще говоря, в силу мультипликативности шума $Z(t)$ для вычисления даже элементарных статистических характеристик решения нужна обширная информация о статистике $u(t)$. Однако если время когерентности много меньше времени наблюдения, то фактор $Z(t)$ под интегралом в (7) действует как комплексный белый шум. Тогда амплитуды переходов A_{kq} ведут себя в основных чертах как (комплексные) броуновские траектории, поэтому знания характеристик (8) вполне достаточно.

Обсудим величину времени когерентности, полагая ради простоты, что шунтирующее влияние внешней цепи на τ_c незначительно. Заметим, что $K(t)$ представляет собой характеристическую функцию (в смысле теории вероятностей) случайного набега фазы. Эту функцию несложно найти, например, при $E_c \ll T$, рассматривая шум напряжения как гауссов случайный процесс, что даст $\tau_{\text{coh}} \sim (\hbar/e)(C/T)^{1/2} \ll \tau_g$. По-видимому, это минимально возможное значение τ_{coh}. При $E_c > T$ разумнее статистическая модель, в которой заряд на емкости меняется дискретными порциями и соответственно процесс $u(t)$ принимает значения, кратные e/C. В этом случае вычисление $K(t)$ приводит с учетом (6) к оценке $\tau_{\text{coh}} \sim \tau_c$, т.е. время когерентности может быть сравнимо с τ_g.

Итак, действительно имеются основания считать $Z(t)$ быстрым („белым“) шумом, а амплитуды — броуновскими блужданиями, и можно написать

$$\big\langle p_{kq}^2 \big\rangle = \big\langle |A_{kq}|^4 \big\rangle \approx 2\big\langle |A_{kq}|^2 \big\rangle^2 = 2\langle p_{kq} \rangle^2,$$

$$\langle p_{kq}, p_{kq} \rangle \approx \langle p_{kq} \rangle^2. \tag{9}$$

Мы используем удобные кумулянтные скобки Малахова, $\langle x, y \rangle \equiv \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle$. Отсюда первое любопытное наблюдение — на временах больше времени когерентности вероятности переходов оказываются стопроцентно неопределенными. Второе — средние значения вероятностей растут линейно со временем

$$\langle p_{kq} \rangle \approx \Delta t (g_{kq}/\hbar)^2 \int K(\tau) \exp(iE_{kq}\tau/\hbar)\, d\tau \propto \Delta t. \tag{10}$$

Но наиболее интересна суммарная вероятность прыжка. Ее можно представить в форме

$$p_k \equiv \sum_q p_{kq} = \int \int\limits_0^{\Delta t} \Gamma_k(t_1 - t_2) Z(t_1) Z^*(t_2)\, dt_1\, dt_2, \tag{11}$$

где введено следующее обозначение для интегрального ядра:

$$\Gamma_k(\tau) = \sum_q \left(\frac{g_{kq}}{\hbar}\right)^2 \exp(i\tau E_{kq}/\hbar).$$

Аналитические свойства этого ядра, обусловленные дискретностью, играют принципиальную роль. В приближении сплошного спектра оно стало бы функцией, быстро (интегрируемо) и необратимо стремящейся к нулю, например, дельта-функцией. На самом деле оно крайне нелокально и никогда не затухает, при этом иногда возвращаясь к значениям порядка своего значения в нуле (это свойство — не что иное, как выражение унитарности квантовой динамики). Если взять для наглядности эквидистантный спектр, $E_q^+ - E_k = n\delta E + \varepsilon_k$, где n — целое, то

$$\Gamma_k(\tau) = \frac{1}{\tau_t} \exp(i\varepsilon_k \tau/\hbar) \sum_n \delta(\tau - n\tau_g). \tag{12}$$

Очевиден третий важный момент: энергетическая полоса ΔE, доступная для переходов с данного уровня, определяется не длительностью наблюдения, а шумом (временем когерентности). Поэтому прыжки в дискретный спектр происходят так же успешно, как, в сплошной, причем при $\Delta E > \delta E$ средняя вероятность прыжка $\langle p_k \rangle \approx \Delta t/\tau_t$ практически совпадает с той, что используется обычной кинетикой.

Но, конечно, шум не сделает вероятности более определенными. Четвертый момент: из-за дискретности случайна также и суммарная вероятность прыжка. Благодаря возможности рассматривать $Z(t)$ как белый шум для ее дисперсии получаем

$$\langle p_k, p_k \rangle \approx \int \dots \int\limits_0^{\Delta t} \Gamma_k(t_1 - t_2)\Gamma_k(t_3 - t_4) \times K(t_1 - t_4)K(t_3 - t_2)\, dt_1 \dots dt_4. \qquad (13)$$

Если $\Delta E > \delta E$, последнее выражение оценивается в более или менее общем виде. При этом существенны только области $t_1 \approx t_4$, $t_3 \approx t_2$. Остающийся двумерный интеграл содержит вклады от множества дельта-функций из (12), в результате имеем

$$\langle p_k, p_k \rangle \approx \frac{\Delta t^2}{\tau_t{}^2 \tau_g} \int \left|K(\tau)\right|^2 d\tau \approx \frac{\tau_{\text{coh}}}{\tau_g} \langle p_k \rangle^2 = \frac{\delta E}{\Delta E} \langle p_k \rangle^2 \qquad (14)$$

(мы учли, что „ширина“ дельта-функций, равная обратной полной ширине энергетической зоны, заведомо меньше, чем τ_{coh}). Далее будет важна взаимная корреляция флуктуаций вероятностей прыжков (инжекция заряда) с различных уровней. Оценивая перекрестный коррелятор, можно получить

$$\langle p_{k_1}, p_{k_2} \rangle \approx \langle p_{k_1} \rangle \langle p_{k_2} \rangle \frac{\delta E}{\Delta E} s(E_{k_1} - E_{k_2}), \qquad (15)$$

где функция

$$S(E) = \int \exp(iE\tau/\hbar)\left|K(\tau)\right|^2 d\tau \left[\int \left|K(\tau)\right|^2 d\tau\right]^{-1}$$

описывает корреляцию в зависимости от энергетической дистанции E между уровнями. Как следует отсюда, уровни, попадающие в одну „полосу когерентности-ΔE, вносят синфазные вклады во флуктуации переноса заряда.

Эти формулы нуждаются в дополнительном комментарии. Во-первых, они легко могут быть обобщены на случай нарушения неравенства (6) с учетом реальной неэквидистантности спектров. Во-вторых, при $\Delta E < \delta E$ возможно гигантское возрастание флуктуаций вероятности прыжка — до стопроцентного уровня и выше. В этом экстремальном случае оценка флуктуаций зависит от деталей устройства спектров и требует привлечения статистики уровней. Кроме того, при этом имеет место существенная перенормировка средних вероятностей (значит, и проводимости и ВАХ) под влиянием шума (однако нас здесь интересует случай флуктуаций на фоне приблизительно линейной ВАХ). В-третьих, согласно (14), (15), имеет место своего рода соотношение неопределенностей: дисперсии всех вероятностей прыжка обратно пропорциональны ΔE, так что уменьшение флуктуаций вероятностей сопровождается усилением корреляции между ними, и наоборот. В-четвертых, случайные вклады от различных частей времени наблюдения полностью статистически скоррелированы друг с другом, хотя и вызваны независимыми кусками реализации $u(t)$ (феноменологическая статистика подобных случайных потоков событий рассматривалась в [23,26,27]).

3. Флуктуации проводимости

Рассмотрим флуктуации транспорта заряда через контакт между клеммами внешней цепи, считая, что температура не слишком мала, $T \gg \delta E$, а внешнее напряжение не слишком велико, $U < T/e$. Теперь символ ΔQ будет обозначать случайную величину. Она состоит из двух частей: $\Delta Q = \Delta Q_{th} + \Delta Q_{ex}$, где первое слагаемое — вклад быстрых тепловых (дробовых) флуктуаций транспортного тока, обусловленных случайностью мгновений переходов. Этот вклад, остающийся и в равновесии (при $U = 0$), легко оценить с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы: $\langle \Delta Q_{th}^2 \rangle \approx 2TG\Delta t$. Нас интересует второе слагаемое, которое включает среднюю величину транспортного тока и его избыточные флуктуации, вызванные случайностью квантовых вероятностей переходов.

На языке статистики величину ΔQ_{ex} следует определить как условное среднее значение ΔQ при фиксированных p_{kq}. Из элементарных термодинамических соображений понятно, что это условное среднее имеет тот же знак, что и U, и исчезает при $U = 0$. Поэтому его можно представить как результат „нескомпенсированных“ прыжков, направленных только в одну сторону (например, слева направо). Данное обстоятельство позволяет избежать анализ корреляций между противоположными переходами и воспользоваться результатами предыдущего раздела, где такие корреляции не рассматривались (важно, что они не препятствуют никаким низкочастотным флуктуациям транспорта, происходящим с сохранением внутреннего статистического баланса в контакте [23,26,27]). Будем считать, что все корреляции неявно учтены в статистике шума $u(t)$. Это кажется разумным ввиду отмеченного факта, что детали статистики $u(t)$ несущественны. Кроме того, ничего не теряя, далее можно положить $p_k(\Delta t, U) \approx p_k(\Delta t, 0)$.

Для начала пренебрежем взаимными корреляциями случайного расположения „активных“ уровней (с которых происходят избыточные прыжки) на шкале энергии. В такой модели второе слагаемое имеет вид

$$\Delta Q_{ex} = e \sum_k \left[f(E_k) - f(E_k + eU)\right] p_k(\Delta t, U), \qquad (16)$$

где $f(E)$ — функция распределения Ферми. Подразумевается, что уже сделано усреднение по расположениям, определяемое фермиевской статистикой заполнения состояний в берегах. Первый множитель под знаком суммы имеет смысл вероятности того, что произвольно выбранный уровень активен. Если пренебречь еще и случайностью p_k, то (16) сведется к обычной хорошо известной формуле для среднего туннельного тока (подчеркнем, что она полностью учитывает статистику Ферми в обоих берегах). Результат усреднения (16) совпадает с (1).

Рассмотрим дисперсию транспортированного заряда и соответствующие флуктуации проводимости

$G = \Delta Q_{ex}/U\Delta t$, опуская детали вычислений. При достаточно малом времени когерентности, когда $\Delta E > \delta E$ („большой“ контакт, густой спектр, сильный шум), с учетом (15) дисперсию выражения (16) можно представить в форме

$$\langle \Delta Q_{ex}, \Delta Q_{ex} \rangle \approx \big(\langle G \rangle U \Delta t\big)^2 \frac{\delta E}{\Delta E} \times \int W(E')W(E'')S(E'-E'')\,dE'\,dE'' \qquad (17)$$

($\langle G \rangle$ — среднее значение проводимости). Здесь функция

$$W(E) \equiv \big[f(E) - f(E+eU)\big]/eU \approx -\partial f(E)/\partial E$$

играет, очевидно, роль „одночастичной“ плотности вероятностного распределения активного уровня по энергии. Отсюда для флуктуаций проводимости следует довольно универсальный результат

$$\delta G^2 \equiv \frac{\langle G, G \rangle}{\langle G \rangle^2} \approx \frac{\delta E}{T} \quad (\tau_{\mathrm{coh}} < \tau_g). \qquad (18)$$

При большом времени когерентности, когда $\Delta E < \delta E$ („малый“ контакт, разреженные уровни, слабый шум), флуктуации проводимости не поддаются однозначной оценке, так как чувствительны к статистике (взаимной несоизмеримости) уровней в берегах. В этой ситуации, которая была названа экстремальной, потенциально „все возможно",

$$\frac{\delta E}{T} < \delta G^2 < 1 \quad (\tau_{\mathrm{coh}} > \tau_g), \qquad (19)$$

вплоть до относительных флуктуаций порядка единицы.

Как видно, дискретность непосредственно и есть мера относительных флуктуаций проводимости. Фактор ΔE не вошел в оценки. Это правильно, если среднее количество активных уровней $N \equiv eU/\delta E$ невелико и они могут расположиться любым способом, в том числе все попасть в одну полосу когерентности ΔE. Однако последнее невозможно, если N больше числа уровней в такой полосе $\Delta E/\delta E$. Значит, при $eU > \Delta E$ позволительные распределения активных уровней по энергии в среднем более равномерны, поэтому флуктуации вероятностей прыжков с них менее скоррелированы, и это может привести к подавлению флуктуаций проводимости с ростом напряжения уже при $eU \ll T$ (когда средняя проводимость еще более или менее неизмененна).

Из (17) следует, что данный эффект не описывается моделью (16), поскольку формально в ней „двухчастичное“ (парное) распределение по энергиям имеет факторизованную форму $W(E')W(E'')$. Чтобы ввести необходимые коррективы, перенумеруем активные уровни в порядке возрастания энергии. Тогда дистанция между уровнями с номерами $j > i$ не может быть меньше чем $\approx (j-i)\delta E$. Поэтому для каждой пары номеров имеет место свое парное распределение

$$W_{ji}(E', E'') \approx W(E')W(E'')\vartheta\big(|E''-E'|-|j-i|\delta E\big), \qquad (20)$$

где ϑ — функция Хевисайда. Далее вместо (16) следует написать

$$\Delta Q_{ex} = e \sum_{j=1}^{n} p_{k_j}(\Delta t, U), \qquad (21)$$

тем самым переходя к реальным единичным заселенностям активных уровней и вводя в оборот все возможные позиции последних. Здесь среднее значение n равно N. Вычислим дисперсию этого выражения, усредняя одновременно по позициям и по случайным вероятностям прыжков. Поскольку при $N \sim 1$ результат все равно должен совпасть с предыдущим, достаточно положить $N \gg 1$, $n = N$. Несложные преобразования приводят к

$$\langle \Delta Q_{ex}, \Delta Q_{ex} \rangle \approx e^2 (\gamma \Delta t)^2 \frac{\delta E}{\Delta E} \times \sum_{i,j=1}^{N} \int W_{ij}(E', E'')S(E'-E'')\,dE'\,dE'', \qquad (22)$$

а затем вместо (18) — к следующей оценке флуктуаций проводимости:

$$\delta G^2 \approx \frac{\delta E}{T} D(eU), \qquad (23)$$

где функция

$$D(X) = \frac{1}{X} \int_0^X dE \int_E^\infty S(E')\,dE' \left[\int_0^\infty S(E)\,dE\right]^{-1} \qquad (24)$$

описывает их зависимость от напряжения. Согласно этой формуле, при $eU > \Delta E$ флуктуации убывают приблизительно обратно пропорционально U. Например, в случае экспоненциальной корреляции фазы

$$K(\tau) = \exp\big(-|\tau|/\tau_{\mathrm{coh}}\big),$$

$$D(X) = \frac{1}{X} \int_0^X \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctan \frac{E}{\Delta E}\right) dE.$$

Аналогично модифицируется оценка (19).

Можно сказать, что с ростом напряжения увеличивается эффективное количество статистически независимых энергетических каналов туннелирования электронов, и относительные флуктуации проводимости убывают обратно пропорционально числу каналов. Таким образом, как масштаб дискретности δE, так и параметр ΔE, характеризующий шум обстановки, находят непосредственное отражение если не в ВАХ, то в „шум-амперной характеристике“ контакта. При этом четкое разделение их функций дает надежду, что они сохранят смысл и в более строгой теории.

Что касается прозрачности, то она не входит в оценку относительных флуктуаций проводимости и в этом плане она не есть малый параметр. Она не является таковым и в смысле сравнения избыточных флуктуаций с тепловым (дробовым) шумом. Хотя вклад последнего в дисперсию транспорта пропорционален первой степени прозрачности, а избыточный вклад — ее квадрату, первый растет линейно со временем, а второй — квадратично и поэтому неизбежно доминирует на больших временах и низких частотах, тем самым представляя качественно иной тип шума. Нетрудно проверить, что при $eU \sim T$ это происходит уже через время порядка всего лишь длительности одного прыжка τ_t. В эксперименте при реальных операционных токах дело обстоит именно так. С формально-математической точки зрения прозрачность нельзя считать малым параметром еще и потому, что случайная фаза $\varphi(t)$ зависит от нее непертурбативным образом.

4. Обсуждение и сравнение с экспериментом

Экспериментальные параллели с излагаемой теорией содержатся в работе [35], где внимательно изучен $1/f$-шум в пленках кермета, образованного наночастицами Ni в матрице Al_2O_3. В этой системе параметры типичного туннельного контакта между соседними гранулами металла были $\delta E \approx 0.2\,\mathrm{meV}$, $d \approx 2\,\mathrm{nm}$, $C \approx 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm}$, $E_C \sim T$ (при комнатной температуре), $R \approx 30\,\mathrm{MOhm}$, что означает $\tau_g \approx 3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{s}$, $\tau_c \approx 1.5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{s}$ и $\tau_t \approx 3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$. Обнаружены гигантские относительные флуктуации проводимости со спектральной плотностью $S_{\delta G}(f) \approx \alpha/N_g f$, где $\alpha \approx 6 \cdot 10^{-3}$ и N_g — число гранул в образце. Поскольку $E_C \sim T$, то N_g приблизительно совпадает с числом подвижных (одновременно транспортируемых) электронов в образце [35], так что по сути наблюдался почти „стандартный“ шум с классической „постоянной“ Хоухе ($\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ [1–4]).

Это отвечает флуктуациям $S_{\delta G}(f) \sim \alpha/f$ в отдельном элементарном контакте. Поскольку неравенства (3) и (6) хорошо выполняются, допустим, что этот шум вызван описанным выше механизмом. Для сравнения с экспериментом свяжем между собой дисперсию флуктуаций проводимости и их спектр. Если шум стационарен, эта связь включает логарифм времени наблюдения, приблизительно как $\delta G^2 \approx f S_{\delta G}(f) \ln(\Delta t/\tau_c)$. При $\Delta t \sim \tau_t$ и $\alpha = 0.006$ имеем $\delta G^2 \sim 0.03$. Формула (18) при $\delta E = 0.2\,\mathrm{meV}$ и комнатной температуре дает ≈ 0.008. Согласие хорошее, если заметить, что, вообще говоря, мы попадаем в экстремальную область (19): в силу сделанных выше оценок здесь $\tau_{\mathrm{coh}} \sim \tau_c > \tau_g$, т. е. ΔE порядка δE.

Интересно, что относительные флуктуации проводимости начинали убывать примерно обратно пропорционально напряжению, когда оно превышало некоторый порог, много меньший границы линейности ВАХ образца. Авторы [35] обратили внимание, что этот порог соответствует напряжению $\sim \delta E/e$ в расчете на элементарный контакт, и тем самым обнаружили чувствительность $1/f$-шума к дискретности электронного спектра в гранулах (при этом ВАХ была омическая до напряжений, больших примерно в $T/\delta E \approx 100$ раз). С учетом близости ΔE и δE становится ясно, что в отношении данного эффекта изложенная теория полностью согласуется с экспериментом.

В рассмотренном примере дискретность уровней задается объемом наночастиц металла. Очевидно, в случае сплошных массивных берегов величина δE тоже должна определяться объемом области, физически доступной для прыжка, т. е. геометрией контакта и процессами взаимодействия и рассеяния электронов в берегах. При не слишком низкой температуре особого выбора нет: этот доступный объем ограничивается площадью контакта A и неупругой длиной свободного пробега электронов в берегах (электродах) λ. Иными словами, это область, в которой разрежение уровней имеет порядок их уширения вследствие неупругой релаксации. Конечно, теперь корректнее вести рассуждения в терминах не жестко фиксированных уровней, а статистики энергетического отталкивания пространственно близких состояний [40] (которое действует и при ненулевой температуре [39]). При этом дискретность выступает как синоним неопределенности: нюансы состояния зависят от „шума обстановки“ и не контролируемы с точностью лучше δE.

В соответствии с этим для достаточно массивных металлических берегов можно написать $\delta E \sim E_F a^3/A\lambda$, где E_F — энергия Ферми, a — атомный размер. Связывая λ с удельной проводимостью берегов, $\sigma \sim \lambda/a^2 R_0$, из (18) выводим оценку

$$\delta G^2 \sim \frac{E_F}{T} \frac{a^2}{A} \frac{\sigma_{\min}}{\sigma}, \tag{25}$$

где $\sigma_{\min} \sim (aR_0)^{-1}$ — минимальная металлическая проводимость. В частности, допустим, что металл берегов настолько чистый, что преобладает фононный механизм релаксации. Тогда, как известно [41], $\sigma \sim (\hbar e^2 n_e/m^* T)(T_D/T)^4$ (обозначения стандартные), и можно ожидать, что рассмотренный избыточный шум при температуре ниже дебаевской пропорционален (в относительных единицах) четвертой степени температуры.

Если говорить только о возможных порядках, то при $E_F \sim 5 \cdot 10^4\,\mathrm{K}$ из приведенных формул для дисперсии относительных флуктуаций проводимости (связывая их, как выше, с $f S_{\delta G}(f)$) имеет $\delta G^2 \sim (a^2/A)(T/T_D)^4$. Для микроконтакта с площадью $\sim 10^{-9}\,\mathrm{cm}^2$, изучавшегося в [16], в предположении $T \sim T_D$ эта величина составляет $\sim 10^{-7}$. Данная оценка согласуется с измерениями [16] при 260 K. Приведенные формулы естественным образом объясняют быстрое (примерно на два порядка) возрастание шума при повышении температуры от 100 до 300 K, наблюдавшееся в [16]. Авторам для интерпретации этого факта понадобилась резкая ступенька в распределении энергий активации флуктуаторов, хотя компановка спектра $1/f$ требует гладкого распределения. На наш взгляд, на самом деле наблюдались два вида шума — структурный (с неровным спектром из нескольких лоренцианов), преобладавший ниже 100 K, и другой (рассматриваемый нами), который доминировал выше, а при низких температурах давал остаточную („residual") $1/f$-компоненту с гладким спектром, упомянутую в [16].

В данном контексте заметим, что столь разные виды шума могут тем не менее находиться в зависимости друг от друга. Например, то обстоятельство, что металлические электроны участвуют помимо переноса заряда еще и в переносе джоулева тепла, т.е. и в низкочастотных температурных флуктуациях проводимости, может привести к изменению спектра ее фликкерных флуктуаций на $1/f^{\gamma}$ с $\gamma > 1$ [4]. Аналогично взаимодействие электронов со структурными дефектами может влиять на фликкер-шум проводимости, не будучи при этом его причиной. Так, упругое рассеяние носителей на примесях подавляет фликкерные флуктуации подвижности [2]. Напротив, вакансии усиливают фликкер-шум в металлических пленках [5]. Вряд ли удастся объяснить данный эффект термо-активированной диффузией вакансий: с точки зрения элементарного шага диффузии реальный разброс энергий его активации все же недостаточно широк, а процесс в целом не способен дать спектр $1/f$, что установлено на примере температурной диффузии (давно отброшенной как гипотетический источник такого спектра) [1–4]. Другое дело, если вакансии способствуют неупругому рассеянию носителей и таким образом становятся посредником „фликкер-шума из-за потери памяти".

Как мы увидели, в теории, которая настойчиво учитывает роль квантовой дискретности в процессах переноса (уходя от приближения сплошного спектра), амплитуды элементарных квантовых переходов, ощущая влияние шума системы в целом, могут совершать броуновское движение, что в конечном счете приводит к флуктуациям темпа переноса. Последние не имеют характерного временнóго масштаба и безразличны ко времени наблюдения и усреднения. Это отличительное свойство фликкерного шума. Формально, правда, в рассмотрении, ограниченном временами $\Delta t \sim \tau_t$, получились флуктуации с совсем незатухающими корреляциями и спектром $\sim \delta(f)$, что напоминает статические универсальные флуктуации проводимости в неупорядоченных проводниках [40]. Однако, если „универсальные флуктуации“ подавляются случайной диффузией квантовых фаз (декогерентностью), рассмотренные флуктуации, наоборот, ею порождаются.

В принципиальном плане наши результаты вытекают лишь из того тривиального правила квантовой механики, что (даже и при наличии шума и декогерентности) конечный результат эволюции определяется игрой амплитуд промежуточных шагов, а не их вероятностью. Поэтому явное включение в теорию неупругих процессов в берегах не нарушит рассмотренную картину (если опять же следить за квантовой унитарностью и дискретностью), и безмасштабный характер флуктуаций проводимости должен сохраниться в более строгой многоэлектронной теории в приложении к произвольно большому времени (спектр же $\sim \delta(f)$ трансформируется в спектр типа $\sim 1/f$, имеющий ту же частотную размерность). Формальные обоснования этого будут рассмотрены отдельно.

В заключение коснемся вопросов, касающихся стандартной схемы квантовой кинетики. Начало ей было положено общеизвестным кинетическим уравнением Паули. Ван Хов в [42] математически обосновал его в пределе бесконечно слабого взаимодействия. Но получившаяся модель не оставляет места для фликкер-шума. Это видимо, объясняется тем, что перед предельным переходом $g \to 0$, где g — масштаб энергий взаимодействия, в этой теории неявно совершается переход $\delta E \to 0$, поэтому размерные эффекты, связанные с дискретностью квантовой эволюции, отчасти теряются. Возможно, отказ от этого первого предельного перехода привел бы к кинетической теории фликкер-шума.

Список литературы

[1] P. Dutta, P. Horn. Rev. Mod. Phys. **53**, 497 (1981).
[2] F.N. Hooge, T.G.M. Kleinpenning, L.K.J. Vandamme. Rep. Prog. Phys. **44**, 481 (1981).
[3] M.B. Weissman. Rev. Mod. Phys. **60**, 537 (1988).
[4] Г.Н. Бочков, Ю.Е. Кузовлев. УФН **141**, 151 (1983).
[5] Г.П. Жигальский. УФН **167**, 623 (1997).
[6] M.B. Weissman. Rev. Mod. Phys. **65**, 829 (1993).
[7] B. Raquet, J.M.D. Coey, S. Wirth, S. Von Molnar. Phys. Rev. **B59**, 12 435 (1999).
[8] J.G. Massey, M. Lee. Phys. Rev. Lett. **79**, 3986 (1997).
[9] M.J.C. van den Homberg, A.H. Verbruggen et al. Phys. Rev. **B57**, 53 (1998).
[10] G.M. Khera, J. Kakalios. Phys. Rev. **B56**, 1918 (1997).
[11] M. Gunes, R.E. Johanson, S.O. Kasap. Phys. Rev. **B60**, 1477 (1999).
[12] K.M. Abkemeier. Phys. Rev. **B55**, 7005 (1997).
[13] G. Shyder, M.B. Weisman, H.T. Hardner. Phys. Rev. **B56**, 9205 (1997).
[14] V.I. Kozub. Solid State Commun. **97**, 843 (1996).
[15] Ю.М. Гальперин, В.Г. Карпов, В.И. Козуб. ЖЭТФ **95**, 1123 (1989).
[16] C.T. Rogers, R.A. Buhrman. Phys. Rev. Lett. **53**, 1272 (1984).
[17] J.P. Hessling, Yu. Galperin. Phys. Rev. **B52**, 5082 (1995).
[18] X.Y. Chen, P.M. Koenrad, F.N. Hooge, J.H. Wolter. Phys. Rev. **B55**, 5290 (1997).
[19] A. Lisauskas, S.I. Khartsev, A.M. Grishin. J. Low. Temp. Phys. **117**, 1647 (1999).
[20] A. Lisauskas, S.I. Khartsev, A.M. Grishin. Appl. Phys. Lett. **77**, 756 (2000).
[21] V. Podzorov, M. Uehara, M.E. Gershenson, S.-W. Cheong. LANL arXiv, cond-mat/9912064.
[22] J.L. Tandon, H.P. Bilger. J. Appl. Phys. **47**, 1697 (1976).
[23] Ю.Е. Кузовлев, Г.Н. Бочков. Изв. вузов. Радиофизика **26**, 310 (1983); **27**, 1151 (1984).
[24] Ю.Е. Кузовлев. ЖЭТФ **94**, *12*, 140 (1988).
[25] Ю.Е. Кузовлев. ЖЭТФ **111**, 2086 (1997).
[26] Yu.E. Kuzovlev. Phys. Lett. **A194**, 285 (1994).
[27] Yu.E. Kuzovlev. LANL atXiv, cond-mat/9903350.

[28] Н.С. Крылов. Работы по обоснованию статистической физики. Изв-во АН СССР, М.–Л. (1950).
[29] Ю.В. Назаров. ЖЭТФ **95**, 975 (1989).
[30] M.H. Devoret, D. Esteve, H. Grabert et al. Phys. Rev. Lett. **64**, 1824 (1990).
[31] S.M. Girvin, L.I. Glazman, M. Jonson et al. Phys. Rev. Lett. **64**, 3183 (1990).
[32] И.Г. Ланг, Ю.А. Фирсов. ЖЭТФ **43**, 1843 (1962).
[33] Ю. Назаров. ЖЭТФ **98**, 306 (1990).
[34] A. van Uodenaarden, M.H. Devoret et al. Phys. Rev. Lett. **78**, 3539 (1997).
[35] J.V. Mantese, W.I. Goldburg, D.H. Darling et al. Solid State Commun. **37**, 353 (1981).
[36] Yu.A. Genenko, Yu.M. Ivanchenko. Phys. Lett. **126**, 201 (1987).
[37] Ю.М. Иванченко, Ю.В. Медведев. ФНТ **2**, 142 (1976).
[38] Ю.А. Гененко, Ю.М. Иванченко. ТМФ **69**, 142 (1986).
[39] G. Casati, B. Chirikov. Fluctuations in quantum chaos. Preprint. Budker Inst. of Nuclear Physics SB RAS (1993).
[40] C.W.J. Beenakker. Rev. Mod. Phys. **69**, *3*, 731 (1997).
[41] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Физическая кинетика. Наука, М. (1974).
[42] L. Van Hove. Physica **21**, 517 (1955).