

## Устойчивость режима одномерного прецессионного движения доменной границы под действием постоянного магнитного поля в одноосном ферромагнетике

© Г.Е. Ходенков

Институт электронных управляющих машин,  
117812 Москва, Россия

(Поступила в Редакцию 14 мая 2001 г.)

Определены условия (зоны) параметрического возбуждения изгибных колебаний доменной границы (ДГ), движущейся под действием постоянного магнитного поля, которое превышает критическое значение Уокера (в прецессионном режиме). Колебания возбуждаются распадом однородной прецессии трансляционной моды, вызываемой магнитным полем. Численными методами показана возможность существования установившихся колебаний большой амплитуды, а также их значительное влияние на среднюю скорость ДГ.

Нелинейная динамика доменных границ (ДГ) во внешних постоянных магнитных полях может быть реализована в виде двух принципиально различных режимов. Если приложенное поле меньше некоторого критического значения, устойчив стационарный режим, в котором ДГ перемещается поступательно, не меняя своей внутренней структуры. При превышении полем этого значения стационарный режим становится неустойчивым, в плоскости ДГ возникает прецессия спинов и происходит развитие поперечных (изгибных) и/или иных возмущений. В настоящее время наиболее изученными в теоретическом отношении можно считать стационарные режимы; прецессионные режимы, отличающиеся большей сложностью, так же как и их устойчивость, исследованы значительно меньше.

Важность изучения последних обусловлена не только общими соображениями; во многих случаях прецессия возникает в слабых полях, лежащих в прикладном диапазоне. Так, в одноосных ферромагнетиках для пространственно одномерной блоховской  $180^\circ$  ДГ, плоскость которой содержит легкую ось намагниченности (наиболее часто изучаемый случай), соответствующее критическое значение  $H_w$ , называемое полем Уокера (1956, см. в [1]), равно  $2\pi M\alpha$  ( $M$  — намагниченность,  $\alpha$  — безразмерный параметр затухания Гильберта), что часто составляет несколько эрстед. Более того, если плоскость ДГ перпендикулярна легкой оси, то критическое поле вообще равно нулю, а движение такой ДГ всегда является прецессионным [2] (экспериментальному изучению этого менее известного случая посвящена работа [3]). Необходимо также отметить, что магнитное поле в базисной плоскости может приводить к повышению  $H_w$  [4], а также, что существуют магнетики, к ним в первую очередь относятся редкоземельные ортоферриты, в которых динамика ДГ стационарна вплоть до очень высоких полей (порядка нескольких килоэрстед) [5–7].

В образцах конечных размеров исходная структура ДГ пространственно неоднородна, что влечет за собой дальнейшее усложнение динамики. Как правило, даже определение основного состояния таких ДГ, не говоря уже об исследовании устойчивости, являются непро-

стой численной задачей. Однако разделение динамики на указанные два режима остается справедливым, хотя критические поля могут теперь существенно отличаться от одномерных, а прецессионный режим характеризоваться большим разнообразием (например, наличием хаотического движения [8,9]). Наиболее изучены здесь случаи, относящиеся к перпендикулярно и параллельно намагниченным пленкам: "скрученная" [4] и "вихревая" ДГ (см., в частности, [10,11]) соответственно.

В настоящей работе рассматривается простейший микромагнитный объект —  $180^\circ$  ДГ в одноосном ферромагнетике с фактором качества  $Q \equiv H_a/4\pi M > 1$  ( $H_a$  — поле одноосной анизотропии), для которой одномерный прецессионный режим в постоянном магнитном поле  $H > H_w$  известен [4,12]. Исследуется устойчивость этой ДГ относительно поперечных возмущений малой амплитуды, локализованных в ее плоскости, т.е. возбуждения изгибных мод. Одномерный режим становится неустойчивым, если напряженность поля и волновое число изгибной моды попадают в зоны параметрического возбуждения. Как показывают результаты настоящей работы, форма этих зон существенно зависит от параметра затухания  $\alpha$ . Таким образом, прецессия спинов ДГ под действием постоянного поля через нелинейный механизм приводит к параметрическому возбуждению пар приповерхностных магнонов. Нелинейные оценки с привлечением численных методов показывают, что параметрическое усиление может оказаться довольно значительным. Отметим здесь, что, хотя исследования параметрического резонанса изгибных мод ДГ проводятся сравнительно давно (по-видимому, одна из первых работ в этом направлении — работа [3]) для возбуждения применяются переменные внешние поля.

Другой аспект, рассмотренный в настоящей работе, — влияние параметрически возбуждаемых однородной прецессией изгибных колебаний на усредненную скорость ДГ. Этот механизм был предложен ранее в [14,15], где и были даны его оценки по порядку величины. В настоящей работе численными методами показано, что указанный механизм в случае слабого затухания ( $\alpha \ll 1$ ) может быть весьма значительным.

## 1. Уравнения линейной устойчивости, зоны параметрического возбуждения

Изгибные колебания  $180^\circ$  ДГ определяются пространственной модуляцией ее нижней, трансляционной, моды спектра. В одноосных ферромагнетиках с фактором качества  $Q \gg 1$  соответствующие частоты лежат значительно ниже частоты ферромагнитного резонанса. В пренебрежении эффектами  $\sim 1/Q$  здесь становится возможным сокращенное (понижающее пространственную размерность задачи за счет исключения нормальной к плоскости ДГ координаты) описание с помощью уравнений Слончевского [4,12], учитывающее лишь одну указанную моду спектра в нелинейном приближении. Форма поверхности ДГ  $q(x, t)$  и азимутальный угол вектора намагниченности  $\psi(x, t)$  в центре ДГ подчиняются нелинейной системе уравнений

$$\dot{\psi} - H + \alpha \dot{q} = q'', \quad (1a)$$

$$\dot{q} - \alpha \dot{\psi} = -\psi'' + \sin \psi \cos \psi. \quad (1b)$$

Точки и штрихи над зависимыми переменными обозначают производные по времени  $t$  и пространственной координате  $x$  в плоскости ДГ соответственно,  $H > 0$  — постоянное внешнее движущее магнитное поле, параллельное намагниченности в одном из доменов. В уравнениях использованы безразмерные переменные

$$x \rightarrow \Lambda x, \quad t \rightarrow 4\pi\gamma Mt, \quad H \rightarrow 4\pi MH, \quad q \rightarrow \Delta q, \quad (2)$$

где  $\Lambda = \sqrt{Q}\Delta$  — параметр ширины блоховской линии ( $\Delta = \sqrt{A/K}$  — ширина ДГ,  $A$  и  $K$  — константы обменной жесткости и одноосной анизотропии,  $Q = H_a/4\pi M > 1$ ,  $H_a = 2K/M$  — эффективное поле анизотропии),  $\gamma > 0$  — магнитомеханическое отношение.

Приведем сначала некоторые известные результаты [1,4,12] для одномерного движения, которые потребуются в дальнейшем. Как видно из уравнений (1), если  $\dot{q}$  и  $H$  не превышают уокеровских значений  $\dot{q}_w = 1/2$  и  $H_w = \alpha/2$ , то существует стационарный режим поступательного движения ДГ:  $\dot{q}_0 = H/\alpha$  и  $\psi_0 = \arcsin(2\dot{q}_0)/2$ . В более сильных полях происходит переход на периодический прецессионный режим [12]

$$\dot{\psi}_0(t) = \omega \cos \psi_H / (1 + \sin \psi_H \sin 2\omega t), \quad (3)$$

$$\cos 2\psi_0(t) = \frac{-(1 + \alpha^2)\ddot{\psi}_0(t)}{\alpha\dot{\psi}_0(t)} \equiv \frac{\cos \psi_H \cos 2\omega t}{1 + \sin \psi_H \sin 2\omega t}. \quad (4)$$

Здесь

$$\omega = \frac{\sqrt{H^2 - (\alpha/2)^2}}{1 + \alpha^2} \quad (5)$$

— основная частота прецессии, равная среднему по времени от (3):  $\overline{\dot{\psi}_0(t)} = \omega$ ;  $\sin \psi_H = \alpha/2H$  ( $0 < \psi_H < \pi/2$ ); зависимость скорости ДГ от времени определяется подстановкой (3) в (1a). Усреднение уравнений (1) по

времени с учетом (3), (4) приводит к следующим соотношениям:

$$\omega - H + \alpha \bar{q}_0 = 0, \quad (6a)$$

$$\bar{q}_0 - \alpha \omega = \overline{\sin \psi_0 \cos \psi_0}, \quad (6b)$$

в которых  $\overline{\sin \psi_0 \cos \psi_0} = H(1 - \cos \psi_H)/\alpha$  и средняя скорость ДГ  $\bar{q}_0$  равна

$$\bar{q}_0 = \frac{H}{\alpha} \left(1 - \frac{\omega}{H}\right). \quad (7)$$

Интересно, что эта скорость имеет минимум при  $H_m = \frac{1}{2}(1 + \alpha^2)/\sqrt{2 + \alpha^2}$ , равный  $\bar{q} = \frac{1}{2} \times \alpha\sqrt{2 + \alpha^2}/(1 + \alpha^2)$ . В сильных полях движение ДГ упрощается,

$$q_0(t) = \frac{\alpha H t}{1 + \alpha^2} - \frac{1}{4H} \cos \frac{2Ht}{1 + \alpha^2},$$

$$\psi_0(t) = \frac{Ht}{1 + \alpha^2} + \frac{\alpha}{4H} \cos \frac{2Ht}{1 + \alpha^2}. \quad (8)$$

Перейдем теперь к исследованию устойчивости режимов движения. Подставляя в (1)  $\psi = \psi_0(t) + \delta\psi(x, t)$ ,  $q = q_0(x) + \delta q(x, t)$  и разлагая по малым амплитудам  $\delta\psi$  и  $\delta q$  вблизи невозмущенного движения, получаем после перехода к плоским волнам  $\delta\psi, \delta q \sim \exp(ikx)$  уравнения линейной устойчивости

$$\delta\dot{\psi} + a\delta\dot{q} = -k^2\delta q, \quad (9a)$$

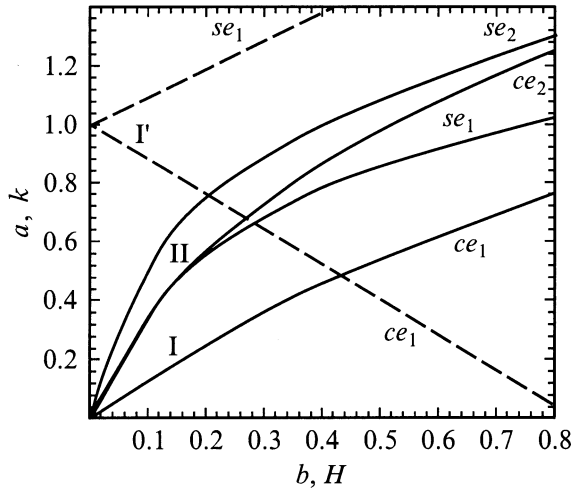
$$\delta\dot{q} - \alpha\delta\dot{\psi} = k^2\delta\psi + \cos 2\psi_0\delta\psi. \quad (9b)$$

В режиме стационарного движения ниже предела Уокера  $H_w$ , можно положить  $\delta\psi, \delta q \sim \exp(-i\omega t)$ , так как  $\cos 2\psi_0$  не зависит от времени. Можно показать, что в этом случае всегда  $\text{Im}(\omega) < 0$ , т.е. движение устойчиво. Отметим, что выше  $H_w$  прецессионный режим также устойчив, но относительно возмущений с  $k = 0$ . Действительно, дифференцируя (1) по времени, находим  $\delta\dot{\psi} = C\dot{\psi}_0(t)$  и  $\delta\dot{q} = -C\dot{\psi}_0(t)/\alpha$ , где  $C$  — постоянная,  $\dot{\psi}_0(t)$ , согласно (3), ограниченная функция.

В общем случае  $k \neq 0$  система (9) с периодическими коэффициентами относится к уравнениям типа Флоке. В пределе  $\alpha \rightarrow 0$  (9) сводится к уравнению Матье

$$\delta\dot{\psi} + (a - 2b \cos 2\tau)\delta\psi = 0, \quad (10)$$

где  $\tau = t/H$ ,  $a = k^4/H^2$ ,  $b = k^2/2H^2$ . Как известно, границы зон параметрической неустойчивости с порядковыми номерами  $1, 2, \dots$  отщепляются от целочисленных точек  $a_i = 1^2, 2^2, \dots$ ,  $b = 0$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) и с ростом  $b$  уходят в область  $a < 0$ . На плоскости  $(H, k)$  эти зоны имеют вид, изображенный на рис. 1, где рядом с границами указаны соответствующие периодические решения — функции Матье. Вблизи точек  $a_i$ , как известно, функции Матье хорошо представляются несколькими первыми гармониками разложения Фурье. На плоскости  $(H, k)$  эти точки уходят на бесконечность, а точки пересечения с осью  $b$  стремятся к нулю. Для



**Рис. 1.** Отображение зон параметрической неустойчивости уравнения Матье с плоскости  $b_0a$  (штриховыми линиями показана первая зона  $I'$ ) на плоскости  $H_0k$  (сплошные линии — зоны I и II).

дальнейшего рассмотрения важно напомнить, что если в (10) учесть затухание, то целочисленные точки отходят от оси  $a$  на расстояние  $\sim \alpha$ . На плоскости  $(H, k)$  это соответствует ограничению размеров зоны сверху некоторыми максимальными значениями  $H_M$  и  $k_M$ , тем большими, чем меньше  $\alpha$  (см. (15)). Вблизи этих значений для функций Матье (при малых  $\alpha$ ) справедливо простое представление несколькими первыми гармониками Фурье, используемое далее.

Переходя к исследованию (9), оценим сначала относительный вклад нескольких первых гармоник разложения  $\cos 2\psi_0(t)$  в ряд Фурье. Имеем

$$\begin{aligned} \cos 2\psi_0(t) = & a_2 \cos 2\omega t + a_6 \cos 6\omega t + \dots \\ & + b_4 \sin 4\omega t + b_8 \sin 8\omega t + \dots, \end{aligned} \quad (11a)$$

где

$$\begin{aligned} a_2 = & 2 \cos \psi_H / (1 + \cos \psi_H) > 0, \\ a_6 = & -16 \cos \psi_H \sin^6(\psi_H/2) / \sin^4 \psi_H < 0, \\ b_4 = & -2 \cos \psi_H (1 - \cos \psi_H)^2 / \sin^3 \psi_H < 0. \end{aligned} \quad (11b)$$

Все коэффициенты при  $H = \alpha/2$  обращаются в нуль, а при  $H \rightarrow \infty$  отличен от нуля лишь монотонно возрастающий коэффициент  $a_2 \rightarrow 1$ . Старшие коэффициенты по абсолютной величине не превосходят основного  $a_2$ , обладая экстремумами в области малых полей  $\sim a (\ll 1)$ . Поэтому для  $\alpha \ll 1$  и достаточно больших полей в уравнениях (9) можно заменить  $\cos 2\psi_0(t)$  на  $a_2 \cos 2\omega t$ .

Исходя из перечисленных выше соображений, ищем решение (9) вблизи границ первой зоны параметрической неустойчивости в простом виде, учитывающем

лишь две гармоники Фурье

$$(\delta\psi, \delta q) = (F_1, Q_1) \cos \omega t + (F_2, Q_2) \sin \omega t, \quad (12)$$

где  $F_{1,2}, Q_{1,2}$  — амплитуды, слабо зависящие от времени. Подставляя (12) в (9) и приравнявая алгебраические суммы коэффициентов при одинаковых гармониках нулю, приходим к системе четырех уравнений с постоянными коэффициентами

$$\dot{F}_{1,2} \pm \omega F_{2,1} + \alpha(\dot{Q}_{1,2} \pm \omega Q_{2,1}) = -k^2 Q_{1,2},$$

$$\dot{Q}_{1,2} \pm \omega Q_{2,1} - \alpha(F_{1,2} \pm \omega F_{2,1}) = k^2 Q_{1,2} \pm \frac{1}{2} a_2 F_{1,2}, \quad (13)$$

в которых частота  $\omega$  определена (5),  $a_2$  — (11). Решения (13) пропорциональны  $\exp(st)$ , причем границы зоны определяются условием  $s = 0$ . Следующее из (13) характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} k^8 + 2(-1 + \alpha^2)\omega^2 k^4 - \frac{1}{4} a_2^2 (k^4 + \alpha^2 \omega^2) \\ + (1 + \alpha^2)^2 \omega^4 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

определяет границы зоны I. При малых  $\alpha$ , как показывает исследование (14), зона ограничена сверху значениями

$$H_M \approx 1/(4\alpha), \quad k_M \approx 1/(2\sqrt{\alpha}), \quad (15)$$

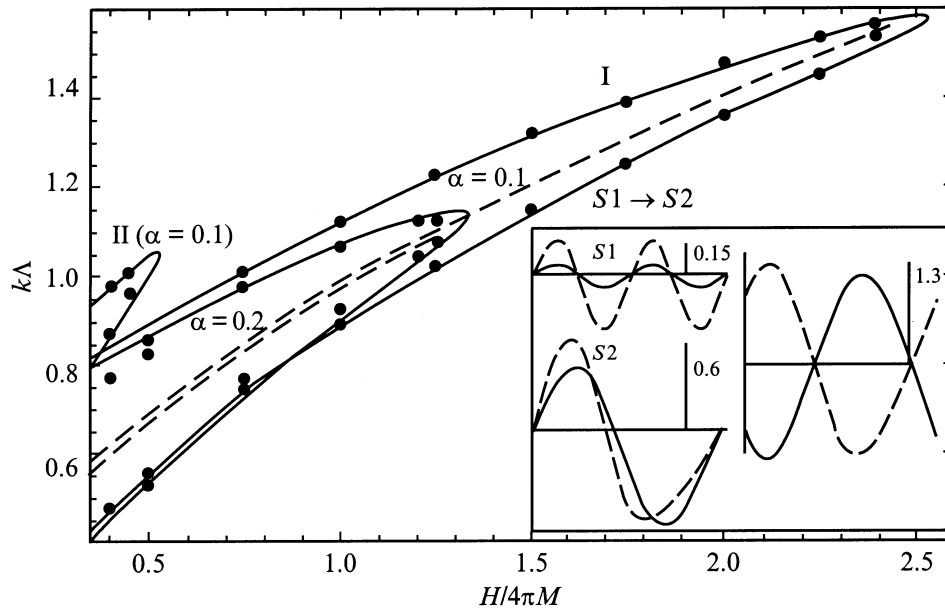
причем ее средняя ширина ( $\alpha = 0$ ) составляет  $\Delta k \approx 1/(4\sqrt{H})$  (рис. 2).

Границы зоны II находятся аналогичным образом, однако вместо (12) необходимо использовать приближение [16]

$$\begin{aligned} (\delta\psi, \delta q) = & (F_0, Q_0) + (F_1, Q_1) \cos 2\omega t + (F_2, Q_2) \sin 2\omega t \\ & + (F_3, Q_3) \cos 4\omega t + (F_4, Q_4) \sin 4\omega t. \end{aligned} \quad (16)$$

Решение соответствующего характеристического уравнения десятого порядка определяет границы зоны II (рис. 2). Эта зона ограничивается сверху меньшими по сравнению с (15) значениями  $H_M \sim 1/\sqrt{\alpha}$ ,  $k_M \sim 1/\sqrt[4]{\alpha}$  и имеет меньшие размеры, так что ее границы для случая  $\alpha = 0.2$  выходят за пределы отложенных на осях рис. 2 значений.

Ограничение диапазонов значений  $H$  и  $k$  снизу на рис. 2 связано с тем обстоятельством, что, как показывает проведенное численное интегрирование линейных уравнений устойчивости (9), при меньших значениях  $H$  и  $k$  начинают играть роль высшие гармоники разложения (11) и простые гармонические представления (12) и (16) становятся недостаточными. Использованные выше приближения работают тем лучше, чем меньше затухание  $\alpha$  и чем больше  $H_M$  и  $k_M$ . Именно при этих условиях в уравнениях (1) можно ограничиться приближением обменной квадратичной дисперсии и учетом лишь локальной магнитостатики  $\sim \cos 2\psi_0(t)$ . Вклады нелокальных магнитостатических взаимодействий  $\sim k$  (см. [17]) при включении в (1) содержат множители  $\sim 1/\sqrt{Q}$ ,  $1/Q \ll 1$ .



**Рис. 2.** Зоны I и II параметрического возбуждения для указанных значений параметра затухания  $\alpha$ . Штриховые линии внутри зон — кривые максимумов скорости (см. рис. 3). Точками вблизи границ показаны расчетные значения (на основании нелинейных уравнений (1)). На вставке — переход через границу зоны I вдоль отрезка  $S1 \rightarrow S2$  ( $k = 1.2$ ), сопровождающийся удвоением периода колебаний  $T$ . Слева вверху — форма колебаний в точке  $S1$  вне зоны ( $H = 1.65$ ,  $T = 1.92$ ), внизу — в точке  $S2$  внутри зоны ( $H = 1.6$ ,  $T = 3.98$ ). Справа — то же в точке на кривой максимумов скорости ( $H = 1.5$ ,  $T = 4.27$ ). Штриховые линии — колебательная часть  $q(x = 0, t)$ , сплошные —  $\psi(x = 0, t)$ . Рядом с вертикальными отрезками приводятся соответствующие им значения амплитуд, длины всех горизонтальных осей нормированы на  $1T$ .

## 2. Нелинейные уравнения, численные результаты

В этом разделе приводятся некоторые результаты численного интегрирования задачи Коши с периодическими граничными условиями по  $x$  для нелинейного уравнения в частных производных (1). Такая постановка задачи отвечает экспериментальной ситуации, когда в момент  $t = 0$  создается начальное периодическое возмущение  $q(x)$  и  $\psi(x)$  с определенным волновым числом  $k$  и после включения постоянного магнитного поля  $H$  отслеживается отклик системы. Амплитуды начальных возмущений выбирались достаточно малыми ( $\sim 0.1$ ), чтобы ослабить влияние нелинейностей на начальном этапе. Численный расчет осуществлялся с помощью стандартного программного пакета, использующего известный метод прямых, на временном интервале, достаточном для выхода решения на стационарный режим. Предполагается, что в стационарном режиме на границах зон решение (1) имеет вид

$$q(x, t) = \bar{q}t + \sum_{n=0,1,2,\dots}^{\infty} (\cos n\omega t q_{1n}(x) + \sin n\omega t q_{2n}(x)), \quad (17)$$

где  $q_{1,2n}(x)$  — периодические функции  $x$  (выражение для  $\psi(x, t)$  аналогично).

По вычисленным стационарным функциям  $q(x, t)$  и  $\psi(x, t)$  определялись основная частота  $\omega$  и средняя скорость ДГ  $\bar{q}$ , которые не совпадают с (5), (7), так

как они теперь являются функциями волнового числа  $k$ , задаваемого начальными условиями. Соотношения (6), однако, соблюдаются и в этом случае, если к усреднению по времени добавить еще усреднение по пространственному периоду колебаний. Самосогласованность решения проверялась независимым численным усреднением  $\sin \psi \cos \psi$  и подстановкой найденной величины в (6). В некоторых случаях использовался и другой метод проверки, основанный на уравнении баланса энергии для уравнений (1)

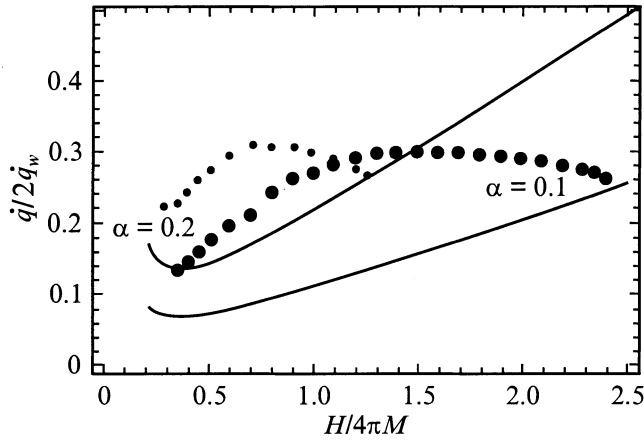
$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(\psi'^2 + q'^2 + \sin^2 \psi - 2Hq)} + 2\alpha \overline{(\dot{q}^2 + \dot{\psi}^2)} = 0. \quad (18)$$

Из (18) следует непосредственно проверявшееся соотношение

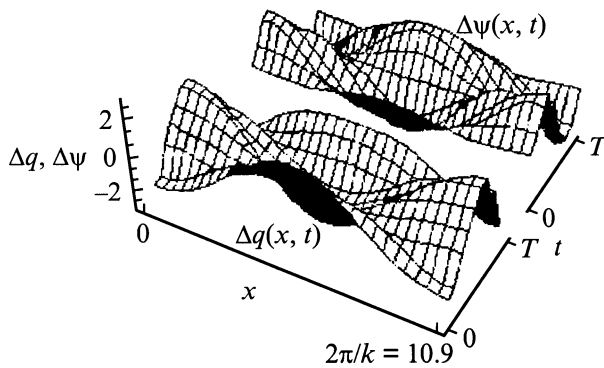
$$\bar{q} = \alpha \left( \omega^2 + \overline{\dot{q}^2} + \overline{\Delta \psi^2} \right) / H, \quad (19)$$

в котором  $\overline{\Delta \psi^2} = \overline{\dot{q}^2} + \overline{\Delta \dot{\psi}^2} \equiv (\omega/\alpha) \overline{\sin \psi \cos \psi}$ ,  $\Delta q$  и  $\Delta \psi$  — осциллирующие части решений  $q(x, t)$  и  $\psi(x, t)$ , а черта сверху — операция двойного усреднения: по временному и пространственному периоду.

Если параметры  $H$  и  $k$  выбирались вне зон параметрического возбуждения, вид решений был очень близок к одномерным решениям (4). По мере приближения к границе зоны (см. типичный переход  $S1 \rightarrow S2$  на вставке к рис. 2) возрастали амплитуда и пространственная модуляция решения. Переход через границу сопровождался удвоением периода  $T = 2\pi/\omega$  — возникновением параметрических колебаний с волновым числом  $k$ , задан-



**Рис. 3.** Зависимость максимальной скорости ДГ (точки) от внешнего поля в зоне I параметрического возбуждения (см. штриховые кривые внутри зон I на рис. 2) для двух указанных значений  $\alpha$ . Сплошные кривые — скорости ДГ согласно одномерному приближению (7).



**Рис. 4.** Типичные амплитуды колебаний положения ДГ  $\Delta q(x, t)$  и азимутального угла  $\Delta\psi(x, t)$  ( $4\pi\gamma MT$  — безразмерный период,  $\alpha = 0.1$ ,  $H/4\pi M = 0.35$ ,  $k\Lambda = 0.575$ ).

ным начальными условиями. Границы зон определялись (точки на рис. 2) из условия доминирования гармоник с  $n = 1$  в (17) путем разложения численных решений в ряд Фурье и использования равенства Парсевала.

По мере продвижения внутрь зон отклик системы усиливался (в зоне II значительно слабее) и достигал максимума на кривых экстремумов (штриховые линии на рис. 2, расположенные внутри зон). На этих кривых достигались максимальные значения средней скорости ДГ в заданном поле  $H$ , показанные точками на рис. 3; соответствующие им значения  $k$  можно получить с помощью рис. 2. Средняя частота  $\omega$  убывала по величине, но не столь значительно; ее по значениям средней скорости и поля  $H$  на рис. 3 можно определить с помощью соотношения (6а). На рис. 4 представлен типичный вид осциллирующих частей  $q(x, t)$  и  $\psi(x, t)$  на кривой экстремумов. Все эффекты становятся более выраженными и значительными по величине с уменьшением параметра затухания  $\alpha$ .

### 3. Обсуждение результатов

В настоящей работе изучались одноосные ферромагнетики с  $Q \gg 1$ , среди которых значительным информационно-технологическим потенциалом, как считается, обладают перпендикулярно намагниченные пленки редкоземельных ферритов-гранатов. Однако длина распространения свободных изгибных колебаний ДГ оценивается как  $\sim 2\Lambda/\alpha$ , что при самых оптимальных значениях параметров этих материалов ( $M = 15$  Ое,  $A = 10^{-7}$  эрг/см,  $\alpha = 10^{-3}$ ) составляет всего  $\geq 0.025$  см [7].

В связи с этим существенный интерес представляет исследование возможных механизмов возбуждения и усиления локализованных на ДГ колебаний. Способ внутреннего параметрического возбуждения [14,15], изученный в настоящей работе, отличается от более известных (например, [13]) тем, что в качестве средства накачки используется постоянное магнитное поле. Отметим, что возможны и иные параметрические механизмы возбуждения изгибных мод, вовлекающие объемные спиновые волны [18,19], а также непараметрическое возбуждение последних постоянным полем, действующим на ДГ [15,20].

Возбуждаемые параметрически внутри зон стационарные колебания могут быть довольно значительными: так, двойная амплитуда  $\psi(x, t)$  может превышать  $\pi$ -"мощность" изолированной блоховской линии (рис. 4). Также значительно влияние этих колебаний на среднюю скорость ДГ (рис. 3). В связи с этим необходимо отметить, что представление (17) не является самым общим, так как в нем не учтена возможность субгармонических колебаний, колебаний, с нерациональным отношением периодов, хаотических режимов и др. Возникающие вопросы относительно устойчивости параметрических колебаний, различных режимов движения ДГ требуют отдельного исследования и выходят за рамки настоящей работы. Само же возникновение зон параметрической неустойчивости в прецессионном режиме движения ДГ представляется довольно общим явлением.

В заключение попытаемся указать экспериментальные ситуации, к которым могут быть применимы результаты настоящей работы. Как показано в [21], в перпендикулярно намагниченных пленках, толщина  $h$  которых удовлетворяет неравенству  $\Delta < h < \Delta\sqrt{Q}$ , скрученность ДГ мала и прецессионная динамика ДГ очень близка к исследовавшейся здесь одномерной. Другим экспериментальным объектом могут служить пленки с  $Q > 1$ , легкая ось намагниченности в которых расположена в плоскости пленки. Специфические для пленок далекодействующие магнитостатические эффекты в этих двух случаях (см. [22,23] соответственно) существенны лишь при малых волновых числах  $hk < 1$ . Приближения настоящей работы будут выполняться, если ограничиться пленками с малым затуханием и областью  $k$ , лежащей вблизи вершины зоны (15).

## Список литературы

- [1] N.L. Shryer, L.R. Walker. *J. Appl. Phys.* **45**, 12, 5406 (1990).
- [2] Н.Уе. Khodenkov. *Phys. Stat. Sol. (a)* **53**, 2, K103 (1979).
- [3] Д. Йоргов, О.С. Колотов, В.А. Погожев. *ФТТ* **32**, 2, 602 (1990).
- [4] А. Малоземов, Дж. Слонзуски. *Доменные стенки в материалах с ЦМД*, Мир, М. (1982). 382 с.
- [5] А.К. Звездин. *Письма в ЖЭТФ* **29**, 10, 605 (1979).
- [6] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский. *Письма в ЖТФ* **5**, 4, 853 (1979).
- [7] V.G. Bar'yakhtar, M.V. Chetkin, V.A. Ivanov, S.N. Gaidetskii. *Dynamics of topological magnetic solitons*. Springer-Verlag, Berlin–Budapest (1994). 179 p.
- [8] R.A. Kosinskii. *Phys. Rev.* **B50**, 10, 6751 (1994).
- [9] Е.Е. Котова, В.М. Четвериков. *ФТТ* **32**, 4, 1269 (1990).
- [10] S.W. Yuan, H.N. Bertram. *Phys. Rev.* **B44**, 22, 12 395 (1991).
- [11] Б.Н. Филиппов, Л.Г. Корзухин. *ФТТ* **38**, 8, 2442 (1996).
- [12] J.C. Slonczewski. *Int. J. Magnetism* **2**, 2, 85 (1972).
- [13] J.H. Spreen, В.Е. Argyle. *Appl. Phys. Lett.* **38**, 8, 930 (1981).
- [14] Ю.В. Иванов, Г.С. Кандаурова. *ФТТ* **21**, 1, 294 (1979).
- [15] Ю.В. Иванов. *ЖЭТФ* **81**, 2, 612 (1981).
- [16] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Механика*. ГИФМЛ, М. (1958). 206 с.
- [17] И.А. Гилинский. *ЖЭТФ* **68**, 3, 1032 (1975).
- [18] Г.Е. Ходенков. *ФТТ* **16**, 4, 1000 (1974).
- [19] B.N. Filippov, V.P. Lucomskii, Yu.G. Lebedev. *Phys. Stat. Sol. (b)* **65**, 1, 111 (1974).
- [20] Г.Е. Ходенков. *ФММ* **39**, 2, 466 (1975).
- [21] Г.Е. Ходенков. *ФММ* **81**, 1, 43 (1996).
- [22] E. Schloemann. *IEEE Trans. Magn.* **MAG-10**, 1, 11 (1974).
- [23] А.В. Никифоров. *ФТТ* **29**, 7, 2036 (1987).