

01;09

Хаотическая синхронизация в системе индуктивно связанных генераторов

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН, Фрязино

В окончательной редакции 7 марта 2001 г.

Рассмотрена система двух индуктивно связанных хаотических генераторов. Приведены нормированные уравнения движения для произвольных параметров генераторов при кубичной аппроксимации нелинейных элементов. Представлены результаты численного анализа особенностей взаимодействия хаотических связанных неидентичных подсистем, а также описание натурального эксперимента.

В настоящее время проявляется большой интерес к исследованию неавтономных хаотических бистабильных генераторов [1–3]. Опубликовано также несколько работ (см., например, [4,5], в которых изучается взаимодействие генераторов такого типа при резистивной и емкостной связях. Однако один из широко распространенных видов связи между генераторами — индуктивный, остался неизученным. В то же время представляется, что как раз при индуктивной связи система взаимодействующих бистабильных генераторов должна обладать существенными особенностями хаотического поведения. Это основывается на типе аттрактора, присущего парциальным подсистемам, каждая из которых представляет собой цепь Чуа. Последняя, как известно [6], имеет структуру аттрактора типа двойной завиток, обусловленную присутствием двух видов хаотических движений. Один из них определяется резонансной частотой колебательного контура каждой подсистемы, а другой — хаотически изменяющейся частотой переключения подсистем из одного устойчивого состояния в другое [3]. Возможность проявления фильтрующих свойств индуктивной связи обусловлена тем, что частотные спектры колебаний переключения парциальных подсистем находятся за пределами полос пропускания колебательных контуров.

В настоящей работе рассмотрена система двух индуктивно связанных генераторов Чуа с учетом потерь в их колебательных контурах. Получены нормированные нелинейные уравнения системы для произ-

вольных параметров парциальных подсистем. Приведены результаты численного анализа и описан эксперимент.

Рассматриваемая схема связанных генераторов Чуа отличается от представленной в работе [5] тем, что вместо резистивной или емкостной связей обеспечивается только индуктивная связь колебательных контуров парциальных генераторов.

При анализе индуктивно связанных генераторов Чуа будем полагать, что каждый i -тый генератор ($i = 1, 2$) содержит (в обозначениях работы [5]) индуктивность L_i , резисторы R_i, R_{Li} , емкости C_i, C_{0i} и нелинейный элемент g_i .

Нормированные уравнения, описывающие колебательные процессы генераторов Чуа в случае их индуктивной связи, при кубичной аппроксимации характеристик нелинейных элементов можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha_1 [y_1 - x_1(1 - \nu_1 + \mu_1 x_1^2)], \\ \dot{y}_1 &= x_1 - y_1 + z_1, \\ \dot{z}_1 &= [\beta_1 / (1 - k^2)] [k_2(y_2 + \rho_2 z_2) - (y_1 + \rho_1 z_1)], \\ \dot{x}_2 &= \gamma_R \alpha_2 [y_2 - x_2(1 - \nu_2 + \mu_2 x_2^2)], \\ \dot{y}_2 &= \gamma_R \alpha_0 (x_2 - y_2 + z_2), \\ \dot{z}_2 &= [\beta_2 / \gamma_R (1 - k^2)] [k_1(y_1 + \rho_1 z_1) - (y_2 + \rho_2 z_2)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Переменные x_i и y_i в этих уравнениях отображают изменение напряжений на конденсаторах C_i и C_{0i} соответственно, а переменные z_i — изменение тока индуктивностей L_i . Точкой обозначено дифференцирование по безразмерному времени t , которое связано с реальным временем t^* выражением $t = t^* (R_1 C_{01})^{-1}$. При этом индуктивная связь подсистем характеризуется коэффициентом связи k , который выражается через степени связи k_i соотношением $k^2 = k_1 k_2$. Степени связи k_i и остальные параметры в уравнениях (1) равны $k_i = M/L_i$, $\alpha_i = C_{01}/C_i$, $\alpha_0 = C_{01}/C_{02}$, $\beta_i = C_{01} R_1^2/L_i$, $\gamma_R = R_1/R_2$, $\rho_i = R_{Li}/R_i$, где M — коэффициент взаимной индукции. Коэффициенты ν_i и μ_i определяют нелинейные характеристики активных элементов подсистем.

На практике генераторы с хаотической динамикой не могут быть идентичными, так как их особенностью является сильная зависимость характера генерируемых хаотических колебаний не только от начальных условий, но и от любых параметров. Даже при тщательном подборе элементов парциальных генераторов устранение их различия при хаотических колебаниях в реальных условиях проблематично. Поэтому целесообразно исследовать уравнения (1) применительно к неидентичным парциальным подсистемам.

Для краткости и наглядности рассмотрения особенностей взаимодействия индуктивно связанных генераторов Чуа численный анализ ограничен случаем различия резонансных частот колебательных контуров подсистем за счет изменения емкости C_{02} . Это определяется изменением параметра α_0 , который можно для удобства назвать "параметром неидентичности".

Расчеты проводились при различных потерях в колебательных контурах связанных генераторов. При этом полагалось, что в обеих подсистемах они одинаковы ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$). Неизменяемые параметры α_i , β_i , ν_i и μ_i заданы следующими значениями: $\alpha_i = 9$, $\beta_i = 14.28$, $\nu_i = 1.25$, $\mu_i = 0.1$. При этом начальные условия подсистем для определенности выбраны равными $x_1(0) = -0.1$, $x_2(0) = 0.1$, $y_i(0) = z_i(0) = 0$. В рассматриваемом случае неидентичных подсистем $k_1 = k_2 = k$, так как $L_1 = L_2$.

Расчеты проводились методом Рунге–Кутты с шагом интегрирования по времени, равным 0.025. При исследовании процессов хаотизации рассматривались реализации колебательных процессов, аттракторы и спектры мощности. Рассчитывались также характеристические показатели Ляпунова и бифуркационные диаграммы. Последние наиболее информативны при иллюстрации процессов в системах с хаотической динамикой и тем более в связанных хаотических системах.

Особенностью работы генераторов Чуа при индуктивной связи явилось то, что при отсутствии потерь в колебательных контурах даже при очень слабой неидентичности подсистем ($\alpha_0 = 1.000001$) не наблюдается режим хаотической взаимной синхронизации. В то же время при наличии относительно малых потерь ($\rho = 0.001$) хаотическая синхронизация при отмеченном значении α_0 оказывается возможной.

Процесс хаотической синхронизации в системе, описываемой уравнениями (1), иллюстрируется рис. 1, 2.

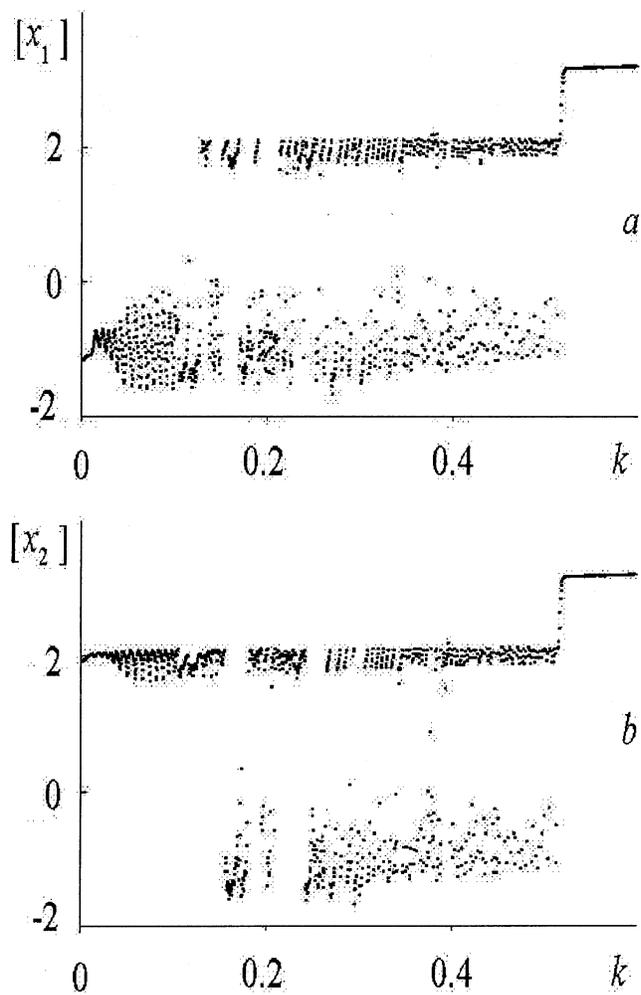


Рис. 1. Бифуркационные диаграммы изменения максимальных значений колебательных процессов $x_1(t)$ (a) и $x_2(t)$ (b), а также максимальных значений разности этих процессов (c) в зависимости от параметра связи.

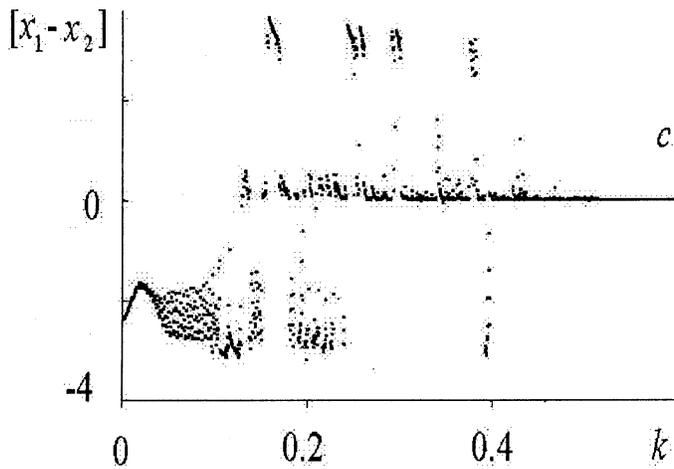


Рис. 1 (продолжение).

На рис. 1 приведены бифуркационные диаграммы изменения максимальных значений колебательных процессов $x_1(t)$ (рис. 1, *a*) и $x_2(t)$ (рис. 1, *b*), а также максимальных значений разности колебательных процессов $x_1(t) - x_2(t)$ (рис. 1, *b*) (обозначены соответственно $[x_1]$, $[x_2]$ и $[x_1 - x_2]$) в зависимости от параметра связи при $\alpha_0 = 0.014$.

Диаграмма рис. 1, *a* отображает факт, что при $k < 0.01$ автоколебания отсутствуют. Этот режим системы можно рассматривать как "достартовый" по параметру связи. В этом режиме система индуктивно связанных генераторов ведет себя подобно ждущему триггеру. Это необычное свойство связанной системы подтверждается ее поведением при воздействии внешнего гармонического сигнала. Оно проявляется в преобразовании внешних гармонических колебаний в релаксационные. При расчете триггерных свойств системы внешние гармонические колебания добавлялись как слагаемое $A_s \cos(\omega_s t)$ (A_s , ω_s — амплитуда и частота внешнего воздействия) в правую часть первого уравнения системы (1). При $k = 0.01$ происходит бифуркация Хопфа и в интервале изменения параметра связи $k \in [0.01; 0.14]$ имеют место бифуркации удвоения периода (по сценарию Фейгенбаума) с установлением хаотических колебаний, которым соответствует аттрактор ресслеровского

типа. Хаотические колебания, которым соответствует аттрактор типа двойной завиток, существуют в интервале изменения параметра связи $k \in [0.14; 0.55]$. Об этом свидетельствует, в частности, наличие двух областей случайного разброса точек, определяющих максимальные значения колебаний $x_1(t)$. При $k > 0.55$ возбуждаются регулярные колебания с большим предельным циклом.

Аналогичные бифуркационные явления отображаются диаграммой рис. 1, *b* для колебательного процесса $x_2(t)$. В соответствии с положительным знаком начальных условий ($x_2(0) = 0.1$) в триггерном режиме максимальное значение $x_2(t)$ находится вблизи устойчивого состояния с положительным значением $[x_2]$. При увеличении параметра связи именно около этого значения $[x_2]$ развиваются колебания, которым соответствует аттрактор ресслеровского типа.

Диаграмма рис. 1, *c* позволяет наглядно проиллюстрировать значения параметра связи, при которых имеет место режим взаимной синхронизации. При полной идентичности синхронных колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ максимальные значения их разности равны нулю. Это имеет место, например, при $k \in [0.5; 0.6]$. При неидентичности взаимно синхронизированных колебаний наблюдается некоторый разброс величины $[x_1 - x_2]$ относительно ее нулевого значения (например, при $k \in [0.4; 0.5]$).

На рис. 2 иллюстрируются синхронные хаотические колебания в системе индуктивно связанных генераторов при $k = 0.422$. На нем показаны аттракторы (рис. 2, *a, b*), соответствующие колебательным процессам $x_1(t)$ и $x_2(t)$, и траектория движения изображающей точки в проекции на плоскость $\{x_1, x_2\}$ (рис. 2, *c*). Аттракторы иллюстрируют хаотический характер взаимодействующих колебаний. Проекция траектории движения изображающей точки прилегает к множеству $x_1 = x_2$, что свидетельствует о синфазности движений. Отклонение траекторий движения от этого множества обусловлено неидентичностью хаотических синхронных колебаний.

Полоса взаимной хаотической синхронизации при индуктивной связи генераторов, как и в случаях резистивной и емкостной связей, возрастает с увеличением параметра связи. При этом существует порог синхронизации.

Экспериментальные исследования системы индуктивно связанных генераторов Чуа проводились при использовании генераторов, описанных в [5]. Для обеспечения индуктивной связи парциальных ге-

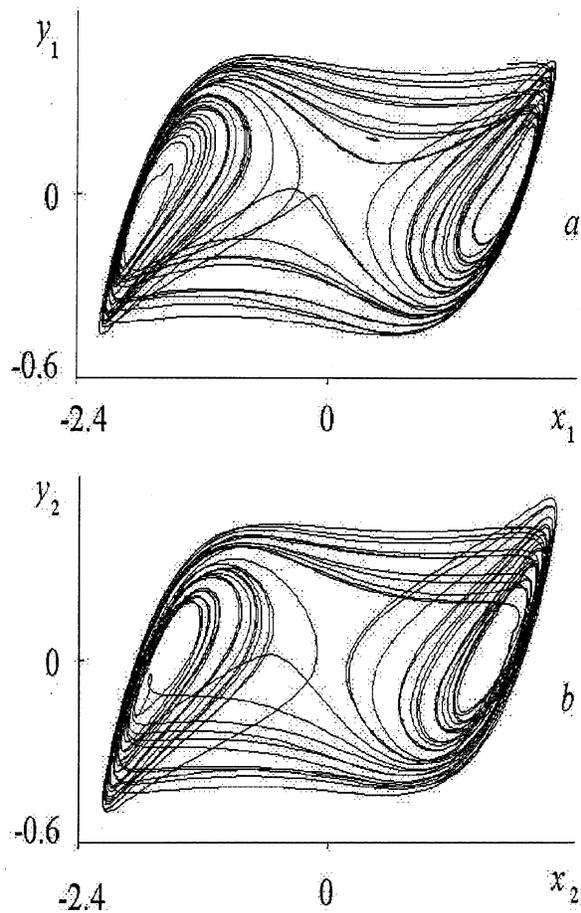


Рис. 2. Аттракторы, соответствующие колебаниям $x_1(t)$ (a) и $x_2(t)$ (b), и проекция на плоскость $\{x_1, x_2\}$ движения изображающей точки (c).

нераторов последовательно с индуктивностями L_1 и L_2 включались дополнительные индуктивности L_1^0 и L_2^0 , связанные между собой индуктивно. Величина каждой дополнительной индуктивности выбрана равной 1 мН. Экспериментально выяснена возможность генерации в

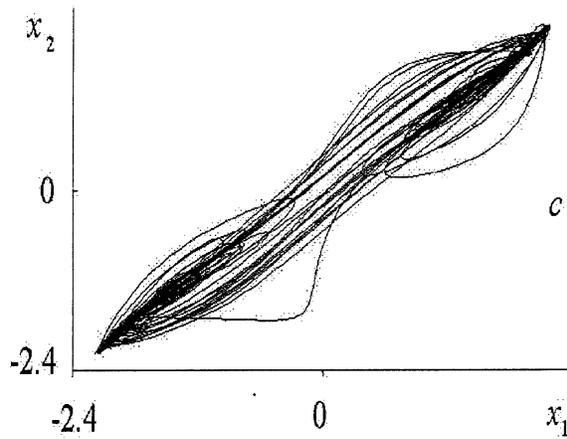


Рис. 2 (продолжение).

связанной системе, когда при отсутствии связи колебания в парциальных генераторах не возбуждаются. Выяснена возможность частичной синхронизации индуктивно связанных генераторов. Полная синхронизация по-видимому затруднена наличием существенных активных потерь в индуктивных элементах и относительно большим разбросом значений реальных параметров, а также нелинейных элементов парциальных подсистем.

Проведенные исследования показывают, что при индуктивной связи генераторов Чуа возможны хаотические колебания в связанной системе, когда за счет активных потерь в колебательных контурах при отсутствии связи колебания не возбуждаются. Путем изменения параметра связи можно управлять режимом работы индуктивно связанной системы, переходя от триггерного режима к автоколебательному. При этом в зависимости от глубины связи могут возбуждаться как хаотические колебания, которым соответствует аттрактор ресслеровского типа, так и хаотические колебания (несинхронные и синхронные), которым соответствует аттрактор типа двойной завиток. При сильной связи возможна генерация синхронных регулярных колебаний, которым соответствует простой предельный цикл.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 98-02-16722).

Список литературы

- [1] *Анищенко В.С., Сильченко А.Н., Хованов И.А.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 7. С. 22–30.
- [2] *Кальянов Э.В.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 3. С. 315–323.
- [3] *Кальянов Э.В.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 5. С. 574–582.
- [4] *Астахов В.В., Шабунин А.В., Анищенко В.С.* // РЭ. 1997. Т. 42. № 8. С. 974–981.
- [5] *Кальянов Э.В., Кальянов Г.Н.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 5. С. 586–595.
- [6] *Chua L.O., Komuro M., Matsumoto T.* // IEEE Trans. Circuits Syst. 1986. V. CAS-33. N 11. P. 1073–1118.