

01;07

Непараксиальный гауссов пучок: 3. Оптические вихри

© А.В. Воляр, В.Г. Шведов, Т.А. Фадеева, Е.А. Коншу

Таврийский национальный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Украина

Поступило в Редакцию 18 июля 2000 г.

Показано, что произвольный непараксиальный лазерный вихрь вблизи фокальной плоскости в свободном пространстве следует представлять в виде дискретной суперпозиции собственных вихрей. Собственные вихри имеют эллиптическую форму поперечного сечения. Хотя они вырождены относительно постоянных распространения, но имеют характерный спектр сингулярностей и топологических фаз.

Принято считать, что оптические вихри в свободном пространстве характеризуются двумя числами: κl — топологическим зарядом ($l = 0, 1, 2, \dots$, $\kappa = \pm 1$ — знак заряда) и $\sigma = \pm 1$ — спиральностью (направлением вращения электрического вектора) [1]. Тем не менее такое представление удовлетворительно отображает свойства только параксиальных лазерных пучков, когда их радиусы перетяжки ρ оказываются значительно больше длины волны λ : $\rho/\lambda \gg 1$. Во многих практически важных ситуациях приходится сталкиваться с оптическими полями, характерные поперечные размеры которых сравнимы с длиной волны λ , как, например, поля в маломодовых оптических волокнах или поля в окрестности фокальной плоскости короткофокусного микрообъектива. Свойства полей оптических вихрей в слабонаправляющих волокнах уже довольно подробно изучены в работе [2]. Особый интерес представляет исследование свойств волновых полей в фокальной плоскости сильно сфокусированного пучка уже в связи с тем, что их описание оказывается неудовлетворительным не только в приближении лучевой оптики, но даже популярный в квантовой механике ВКБ метод не дает положительных результатов, согласующихся с экспериментом. Дело в том, что фокальные волновые поля, прежде всего, являются векторными и не допускают скалярного приближения. Но более того, наличие точек возврата и аномальных фаз выделяет эти поля в особый разряд волновых

каустик, относит их к определенным типам оптических катастроф [3] и предполагает использование специального подхода при их структурном анализе.

Целью данной работы явился теоретический и экспериментальный анализ точных решений уравнений Максвелла для мод оптических вихрей за параксиальным барьером.

Сначала найдем точное решение скалярного волнового уравнения Гельмгольца:

$$(\nabla^2 + k^2)\Psi = 0 \quad (1)$$

в виде

$$\Psi = A j_m(kR) P_m^l(\cos \theta) e^{il\varphi}, \quad (2)$$

где $j_m(x)$ — сферическая функция Бесселя первого рода m -го порядка, $P_m^l(x)$ — присоединенный полином Лежандра, $m = 0, 1, 2, \dots$, $l = 0, 1, 2, \dots$. Выберем радиус R таким образом, чтобы ось z , как выделенная ось, была продолжена в комплексную область: $R = \sqrt{r^2 + (z + iz_0)^2}$, $r^2 = x^2 + y^2$, z_0 — действительный параметр и $\cos \theta = (z + iz_0)/R$.

Предположим, что непараксиальный оптический вихрь распространяется в положительном направлении оси z в свободном пространстве. В качестве граничных условий выберем приближенные граничные условия Дэвиса [4], согласно которым точное решение (2) должно переходить в решение для параксиального пучка во всей приосевой области при $kz_0 \rightarrow \infty$. Параксиальное решение выберем в виде

$$\tilde{\Psi} = \frac{1}{\zeta} \left(\frac{x + iky}{\rho\zeta} \right)^l \exp\left(-\frac{r^2}{\rho^2\zeta}\right), \quad \zeta = 1 - i\frac{z}{z_0}. \quad (3)$$

Тогда точное решение (2) при $l = m$ для $kz_0 \rightarrow \infty$ переходят в параксиальные решения (3), если $A_l = \frac{2^l l!}{(2l)! l!} \frac{kz_0}{\text{sh}(kz_0)}$. Более того, такой переход возможен также для всех $m > l$. Но это значит, что каждому параксиальному оптическому вихрю с топологическим зарядом l соответствует бесконечное множество дискретных состояний (2). Каждое точное решение (2) является скалярным потенциалом поля собственной моды непараксиального оптического вихря. Эта ситуация аналогична случаю возбуждения оптического волокна полем параксиального лазерного пучка. Поле пучка раскладывается в ряд по собственным модам волокна. В нашем случае поле параксиального оптического вихря следует представлять в виде ряда по собственным модам непараксиального

Электрическое поле \mathbf{e}			
Моды	e_x	e_y	e_z
$LV(e_y) + i\sigma LV(e_x)$	$\sigma k \mathcal{R}^l Z F_{l+1}$	$ik \mathcal{R}^l Z F_{l+1}$	$kl \mathcal{R}^{l-1} F_l (\sigma - \kappa) - \sigma k r^{1-\sigma\kappa} \mathcal{R}^{l+\sigma\kappa} F_{l+1}$
$LV(h_y) + i\sigma LV(h_x)$	$(l(l-1)\mathcal{R}^{l-2}(1-\sigma\kappa) + k^2\mathcal{R}^l)F_l - (l\mathcal{R}^{l-1}(x[2-\sigma\kappa] + i\sigma y) + \mathcal{R}^l)F_{l+1} + xr^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+2}$	$(il(l-1)\mathcal{R}^{l-2}(\kappa-\sigma) + i\sigma k^2\mathcal{R}^l)F_l + (l\mathcal{R}^{l-1}(y[2\sigma\kappa-1] - i\kappa x) - i\sigma\mathcal{R}^l)F_{l+1} + yr^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+2}$	$-Z(l(1-\sigma\kappa)\mathcal{R}^{l-1}F_{l+1} - r^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+2})$
TE	$kl\kappa\mathcal{R}^{l-1}F_l + ik\mathcal{R}^l y F_{l+1}$	$kl\mathcal{R}^{l-1}F_l - ik\mathcal{R}^l x F_{l+1}$	0
TM	$-Z(l\mathcal{R}^{l-1}F_{l+1} - \mathcal{R}^l x F_{l+2})$	$-Z(il\kappa\mathcal{R}^{l-1}F_{l+1} - \mathcal{R}^l y F_{l+2})$	$\mathcal{R}^l(k^2F_l - F_{l+1} + Z^2F_{l+2})$
Магнитное поле \mathbf{h}			
Моды	$h_x / \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$	$h_y / \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$	$h_z / \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$
$LV(e_y) + i\sigma LV(e_x)$	$(l(l-1)\mathcal{R}^{l-2}(1-\sigma\kappa) + k^2\mathcal{R}^l)F_l - (l\mathcal{R}^{l-1}(x[2-\sigma\kappa] + i\sigma y) + \mathcal{R}^l)F_{l+1} + xr^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+2}$	$(il(l-1)\mathcal{R}^{l-2}(\kappa-\sigma) + i\sigma k^2\mathcal{R}^l)F_l + (l\mathcal{R}^{l-1}(y[2\sigma\kappa-1] - i\kappa x) - i\sigma\mathcal{R}^l)F_{l+1} + yr^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+2}$	$-Z(l(1-\sigma\kappa)\mathcal{R}^{l-1}F_{l+1} - r^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+2})$
$LV(h_y) + i\sigma LV(h_x)$	$-\sigma k \mathcal{R}^l Z F_{l+1}$	$-ik \mathcal{R}^l Z F_{l+1}$	$-kl\mathcal{R}^{l-1}F_l(\sigma - \kappa) + \sigma k r^{1-\sigma\kappa}\mathcal{R}^{l+\sigma\kappa}F_{l+1}$
TE	$-Z(l\mathcal{R}^{l-1}F_{l+1} - \mathcal{R}^l x F_{l+2})$	$-Z(il\kappa\mathcal{R}^{l-1}F_{l+1} - \mathcal{R}^l y F_{l+2})$	$\mathcal{R}^l(k^2F_l - F_{l+1} + Z^2F_{l+2})$
TM	$-kl\kappa\mathcal{R}^{l-1}F_l - ik\mathcal{R}^l y F_{l+1}$	$-kl\mathcal{R}^{l-1}F_l + ik\mathcal{R}^l x F_{l+1}$	0

$$\Psi_{||} = J_l(R) \left(\frac{z}{R}\right)^l, \quad F_l(R) = \frac{i_l(R)}{R^l}, \quad \mathcal{R} = (x + i\kappa y), \quad Z = z + iz_0, \quad \sigma = \pm 1, \quad \kappa = \pm 1$$

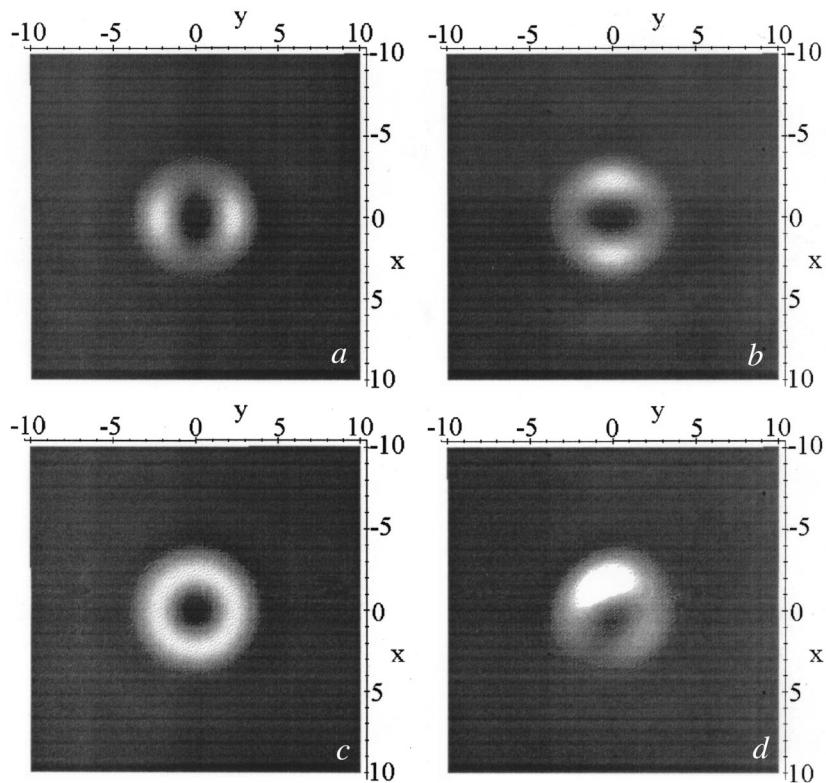


Рис. 1. Карта распределения интенсивности в фокальной плоскости для собственных линейно поляризованных (a) $LV(e_x)$, (b) $LV(e_y)$, циркулярно поляризованных (c) $LV(e_y) + iLV(e_x)$ мод, и суперпозиция мод с различными весами (d) $0.35LP(e_y) - LV(e_y) + 0.78LV(e_x)$. Линии фазовых сингулярностей $P_z(x, y) = 0$ в фокальной плоскости $z = 0$ при $kz_0 = 1$ для (e) $LV(e_x)$ и (f) $LV(e_y)$ мод.

пучка. Однако в отличие от волокна собственные поля непараксиального вихря вырождены относительно волнового числа k — пучок в свободном пространстве распространяется со скоростью света c . Как мы увидим ниже, моды пучка оказываются невырождены относительно спектра фазовых сингулярностей и спектра топологических фаз.

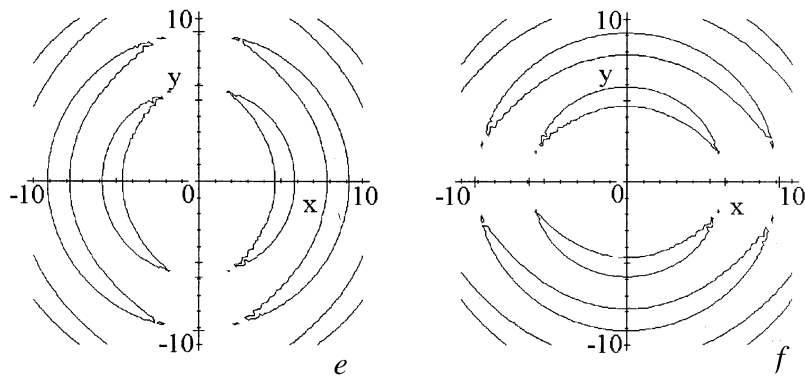


Рис. 1 (продолжение).

Используя стандартный способ перехода от скалярных потенциалов Виттакера к векторным волновым полям [5], приходим к выражениям для собственных мод непараксиального вихря, приведенным в таблице. Таким образом, имеем шесть групп полей: четные $LV(e_x)$, $LV(e_y)$, нечетные $LV(h_x)$, $LV(h_y)$ и азимутально-симметричные TE и TM моды. На рис. 1 приведены типичные распределения интенсивности в фокальной плоскости для четных и нечетных мод с $l = m = 1$.

Особо выделим характерные черты собственных мод непараксиального вихря. Во-первых, состояние оптического вихря характеризуется теперь уже тремя числами: $\{l, \sigma, m\}$. Во-вторых, распределение интенсивности для мод с преимущественной линейной поляризацией как в окрестности фокальной каустики, так и вдали от нее теряет осевую симметрию. Детальный анализ показывает, что нарушение симметрии поля вызвано несимметричным распределением отрицательных потоков энергии в области фазовых сингулярностей — колец Эйри. Фактически в этих зонах силовые линии вектора Пойнтинга имеют вид петель и колец. Изменение симметрии поля в свою очередь вызывает изменение состояния поляризации. Свет вблизи фокальной плоскости становится неоднородно поляризованным. Для того, чтобы поле непараксиального вихря восстановило почти осевую симметрию, удобно составить суперпозицию мод вида: четные вихри $LV(e_y) + i\sigma LV(e_x)$ и нечетные — $LV(h_y) + i\sigma LV(h_x)$ (рис. 1, c). Обращает на себя внимание асимметрия

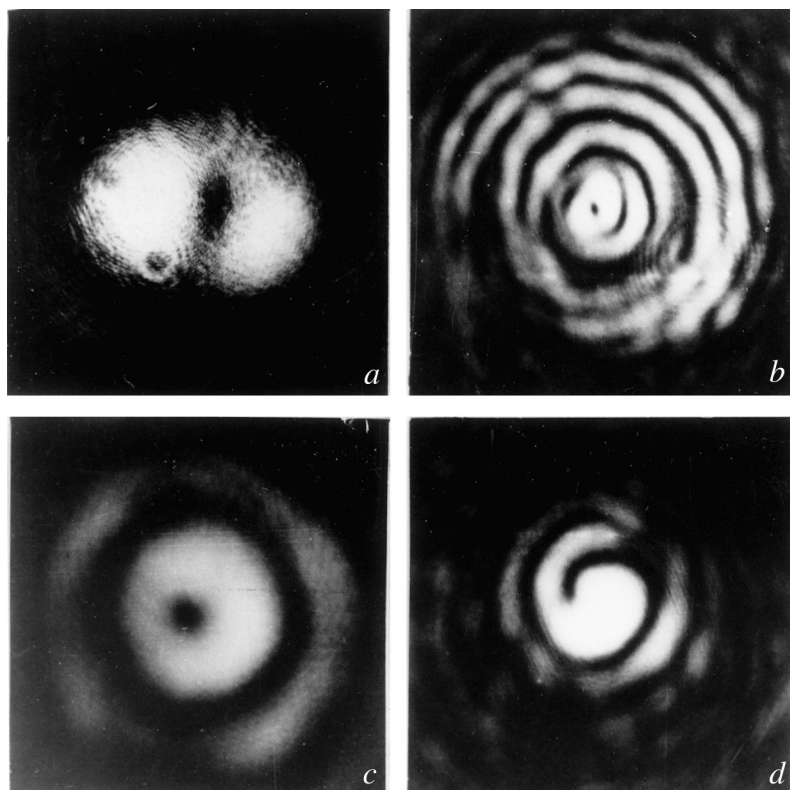


Рис. 2. Фотографии распределения интенсивности поля в параксиальной области (*a, c*) и в окрестности фокуса $100\times$ микрообъектива (*b, d*): *a* — аналог $LP(e_y)$ моды на входе микроскопа; *b* — собственная $LP(e_y)$ мода в фокальной плоскости; *c* — параксиальный оптический вихрь со слегка смещенной дислокацией для ($l = 1$); *d* — поле этого вихря в фокальной плоскости.

электрических и магнитных полей, а также потеря фазового синхронизма между ними, которая выражается в различии топологических фаз.

Приведенный анализ предсказывает различие в поведении собственных и не собственных полей в области фокальной каустики, которое можно проверить экспериментально. В самом деле, если параксиальный лазерный пучок имеет распределение интенсивности и поляризации,

структурно близкое к распределению в поле собственной моды, то вблизи фокальной плоскости пучок останется структурно устойчивым к малым приращениям координаты z и координаты r . В противном случае будет наблюдаться резкое изменение структуры поля. В основу наших наблюдений были положены такие качественные соображения.

В фундаментальный гауссов пучок, излучаемый 40 mW гелий-неоновым лазером на длине волны $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, вводилась плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной $100 \mu\text{m}$ таким образом, чтобы прямой угол пластинки касался оси пучка. Слабыми покачиваниями пластинки можно было добиться, чтобы пучок после диафрагмы формировал поле эллиптического оптического вихря. Возникновение оптического вихря в первоначально гладком пучке вызвано срыванием особенности поля при дифракции с острой грани пластинки или острия клина, образованного гранями пластинки. Этот метод позволил формировать поля, распределение интенсивности которых приведено на рис. 2, *a, c*. По своей структуре эти поля соответствуют $LV(e_y)$ и $LV(h_y)$ модам (рис. 1, *a, b*). Далее поле такого пучка направляется на вход голографического микроскопа и фокусируется $100\times$ микрообъективом. Фокальное изображение с помощью второго $100\times$ микрообъектива проецировалось на плоскость наблюдения. Если структура поля в плоскости наблюдения не изменяется при слабом смещении второго микрообъектива, то, следовательно, исходное поле с достаточной точностью соответствует собственной моде непараксиального вихря (рис. 2, *b*). Линейно поляризованный параксиальный вихрь (рис. 2, *c*) на входе микроскопа вызывает разрушение структуры пучка в окрестности фокальной каустики (рис. 2, *d*). Сравнение полей на рис. 2, *d* и 1, *d* показывает, что произвольное поле оптического вихря за параксиальным барьером следует представлять в виде суммы полей собственных мод.

Список литературы

- [1] Воляр А.В., Жилайтис В.З., Шведов В.Г., Соскин М.С., Фадеева Т.А. // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 11. С. 1199–1214.
- [2] Alexeyev K.N., Fadeyeva T.A., Volyar A.V., Soskin M.S. // Semiconductor physics. Quantum electronics & Optoelectronics. 1998. V. 1. N 1. P. 1–8.
- [3] Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980.
- [4] Davis L.W. // Phys. Rev. A. 1979. V. 19. N 3. P. 1177–1179.
- [5] Agrawal G.P., Patanyak P.N. // Phys. Rev. A. 1980. V. 22. N 3. P. 1159–1164.