

09

Стохастическая синхронизация и рост регулярности индуцированных шумом колебаний

© Д.Э. Постнов, Д.В. Сецинский, О.В. Сосновцева

Саратовский государственный университет
E-mail: olga@chaos.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 14 декабря 2000 г.

Впервые в электронном эксперименте показано, что синхронизация возбудимых стохастических систем ведет к усилению эффекта когерентного резонанса, что проявляется в регуляризации коллективного отклика системы.

Исследования последних лет убедительно показали, что шум в нелинейных системах может играть конструктивную роль, вызывая рост степени порядка. Наиболее яркий пример — исследования в области стохастического резонанса, которым к настоящему времени посвящены сотни статей ([1] и ссылки там). Как известно, воздействующий на нелинейную систему шум может индуцировать в ней колебания [2,3]. Новую волну интереса к подобным задачам вызвало открытие эффекта когерентного резонанса, который проявляется в наличии оптимального интервала значений интенсивности шума, в пределах которого индуцированные шумом колебания обладают максимальной регулярностью, т.е. наиболее близки к периодическим [4,5]. Были предложены два механизма этого нелинейного эффекта. Один заключается в "высвечивании" шумом колебательной динамики, возможной в детерминированной системе, и близок к проблеме так называемых шумовых предвестников бифуркаций [6,7]. Другой механизм основан на балансе двух характерных времен, одно из которых (время активации) управляется интенсивностью шума, а другое (время релаксации) определяется параметрами системы [8]. Как было теоретически предсказано в [8] и экспериментально подтверждено в [9,10], данный механизм позволяет наблюдать эффект когерентного резонанса в системах, не имеющих в детерминированном случае осциллирующих решений. Этот факт показывает принципиальное отличие стохастических колебаний в режиме когерентного резонанса

от детерминированных автоколебаний в присутствии шума, несмотря на их внешнюю схожесть, и делает актуальным исследование свойств таких колебаний. Ранее нами было показано, что индуцированные шумом колебания в двух связанных возбудимых системах демонстрируют эффект синхронизации как в смысле захвата средних частот, так и в смысле эффективной синхронизации (ограниченного во времени захвата фаз [13]). Эти результаты стимулировали интенсивные исследования по изучению когерентных свойств возбудимых сред [11,12], где одним из центральных является вопрос о регулярности коллективного отклика ансамбля возбудимых систем.

В данной работе сообщаются экспериментальные результаты, вскрывающие связь эффекта стохастической синхронизации в системе двух возбудимых систем с достижением максимальной степени регулярности индуцированных шумом колебаний.

Исследуемая возбудимая система представляла собой пороговое электронное устройство — моновибратор (рис. 1, *a*), генерирующее импульс определенной длительности в ответ на превышение входным сигналом порогового уровня. При воздействии шумовым сигналом интенсивности D среднее время активации (достижения порога возбуждения) пропорционально $e^{\lambda/D}$ (где λ — параметр, определяемый высотой барьера и свойствами системы) в соответствии с законом Арениуса [14], тогда как длительность генерируемого импульса определяется параметрами электронной схемы и слабо зависит от интенсивности шума при условии, что пороговое напряжение мало по сравнению с амплитудой самого импульса.

Методика радиофизического эксперимента заключалась в вариации уровня внешнего шума на входе в исследуемую систему (одиночный либо связанные моновибраторы) и компьютерной обработке выходного сигнала с целью оценки его спектра мощности и других характеристик.

Как было показано нами ранее [9], такая радиофизическая модель возбудимой системы демонстрирует эффект когерентного резонанса, что подтверждается различием в спектрах мощности колебаний для различных значений D (рис. 1, *b*). Для количественной характеристики этого эффекта различными исследователями так или иначе характеризовалась неравномерность спектра. Так, в [4,6] использовалось отношение сигнал/шум, в [8] вычислялась автокорреляционная функция процесса. Мы применяли более универсальный способ определения регулярности колебаний по спектру, основанный на использовании формулы

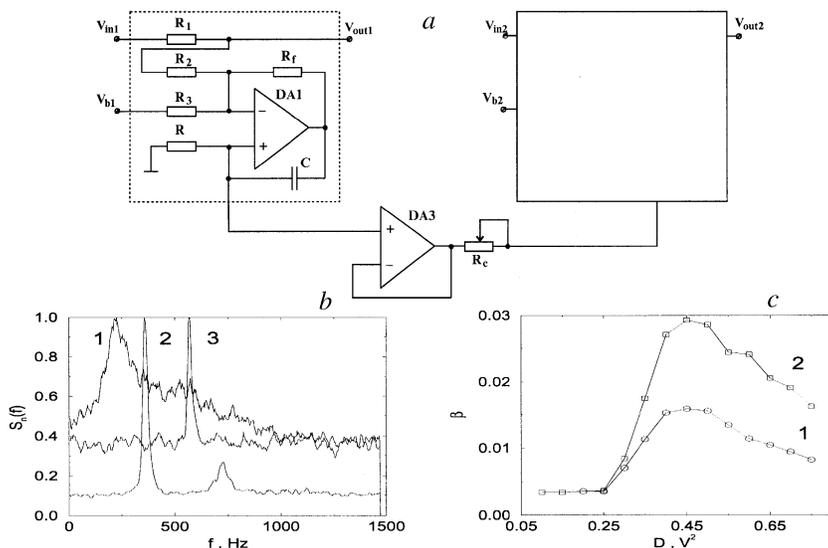


Рис. 1. *a* — электронная схема моновибратора и структура связи двух подсистем (в экспериментальной установке были использованы следующие значения электронных компонентов: $R_1 = 2.2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = R = 10.0 \text{ k}\Omega$, $R_f = 100.0 \text{ k}\Omega$, $C = 33 \text{ nF}$, $V_b = 2.6 \text{ V}$, $E = \pm 15 \text{ V}$); *b* — спектр мощности индуцированных шумом колебаний при малой ($D = 0.3 \text{ V}^2$, кривая 1), оптимальной ($D = 0.45 \text{ V}^2$, кривая 2) и большой ($D = 1.5 \text{ V}^2$, кривая 3) интенсивности шумового сигнала; *c* — зависимость степени регулярности колебаний для первой (кривая 1) и второй (кривая 2) подсистем от интенсивности шума D .

для вычисления энтропии $E = -\sum_{i=1}^n s_n(\omega_i) \ln(s_n(\omega_i))$, где $s_n(\omega_i)$ — нормированный спектр мощности, содержащий n отсчетов. Величина регулярности в этом случае вычисляется как $\beta = 1 - E/E_{\max}$, где E_{\max} — значение энтропии при равномерном спектре (белый шум). В таком определении значение β реагирует, по сути, на изрезанность спектра, принимая максимальное значение 1 в случае гармонических колебаний и минимальное 0 — для белого шума.

Вычисление регулярности для одиночного моновибратора показывает наличие выраженного максимума в зависимости от значения

интенсивности шума D (рис. 1, *c*). Индуцированные шумом колебания при этом наиболее близки к периодическим.

Исследования когерентных свойств стохастических колебаний в системе двух однонаправленно связанных моновибраторов проводились в условиях, когда свойства подсистем изначально различались — максимальная регулярность колебаний во второй подсистеме заметно превышала то же значение для первой. Как показали результаты исследования одиночной системы, интенсивность шума может рассматриваться как параметр, управляющий частотой индуцированных колебаний. Таким образом, изменение D_2 при фиксированном D_1 эквивалентно изменению расстройки по частотам двух стохастических осцилляторов. Как было обнаружено, наличие связи между подсистемами приводит к тому, что в широком диапазоне изменения D_2 средние частоты колебаний в них совпадают (рис. 2, *a*). Этот эффект аналогичен синхронизации детерминированных колебаний путем захвата частот. Как показывает вычисление β , коллективный отклик систем при этом обладает более высокой степенью регулярности по сравнению с автономным режимом (рис. 2, *b*, ср. кривые 2 и 3).

На рис. 2, *c* и *d* приведены результаты измерения отношения частот индуцированных шумом колебаний совместно с графиками регулярности в обоих подсистемах в зависимости от значения параметра связи $g = R/R_c$. Точки значений регулярности β в первой подсистеме остаются на одном уровне, так как ее режим не зависит от g (кривая 1). Их разброс иллюстрирует реальную точность измерений для выбранных параметров оцифровки и усреднения при вычислении характеристик сигнала. Как можно видеть, ошибки измерения много меньше обсуждаемых изменений в значениях β для второй подсистемы, которые резко увеличиваются при достижении области синхронизации (кривая 2). Достигнутое значение $\beta \approx 0.045$ примерно на 50% превышает значение оптимума для нее как одиночной возбудимой системы (линия 3).

На качественном уровне описанные выше результаты могут быть объяснены следующим образом. В случае однонаправленной связи вторая подсистема может рассматриваться как одиночная, на которую воздействует шумовой сигнал сложного состава. Он содержит как гауссов белый шум интенсивностью D_2 , так и выходной сигнал первой подсистемы интенсивностью gU , где U — среднеквадратичное значение сигнала на выходе первой подсистемы, g — коэффициент связи. Если приближенно принять, что характер отклика возбудимой системы

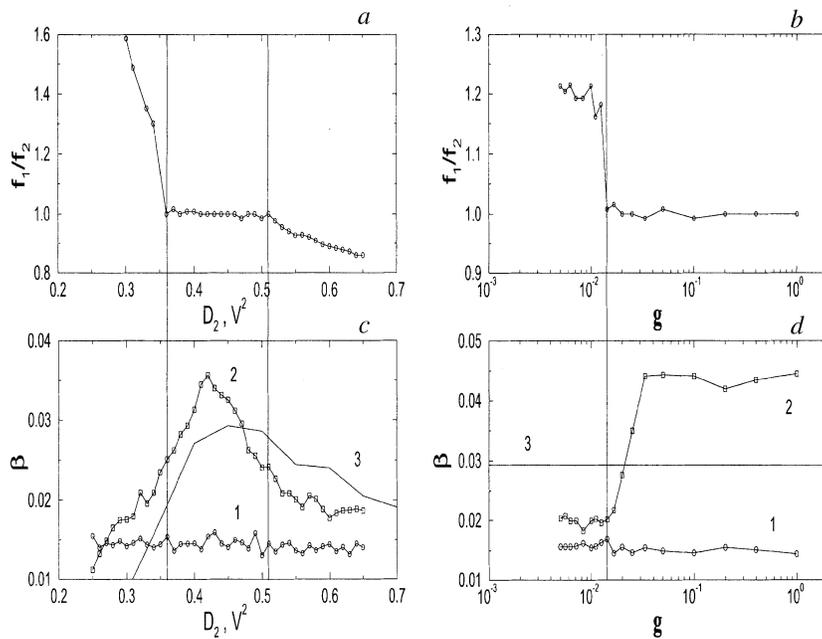


Рис. 2. Когерентный резонанс и стохастическая синхронизация в системе двух однонаправленно связанных моновибраторов. $D_1 = 0.45 V^2$. Слева: интервал захвата частот стохастических колебаний (a) и соответствующее изменение степени регулярности (b) при вариации D_2 и $g = 0.02$. Справа: то же, при фиксированном уровне шума $D_2 = 0.36 V^2$ и вариации степени связи g ((c) — захват частот, (d) — изменение регулярности). Кривая 1 соответствует регулярности первой системы при однонаправленном взаимодействии (не зависит от D_2, g). Кривая 2 регистрирует значительный рост регулярности второй системы при достижении области синхронизации. Кривая 3 отображает уровень регулярности колебаний второй системы в отсутствие связи (b) и максимально достижимое для автономной системы значение (d).

определяется прежде всего суммарной интенсивностью действующего шумового сигнала $D_s = D_2 + gU$, то станет ясно, что вариация параметра связи g сдвигает рабочую точку второй подсистемы по отношению к оптимальному значению D_2 , которое дает наивысшую регулярность. При

этом становится важным исходный режим второй подсистемы. Если D_2 было установлено за точкой оптимума, то увеличение g только отдаляет вторую подсистему от режима максимальной регулярности. В случае, когда D_2 меньше оптимального, увеличение g не только усиливает синхронизирующее воздействие, но и сдвигает рабочую точку второй подсистемы в направлении оптимума. При условии комбинации двух факторов — режима стохастической синхронизации и оптимального значения $D_s = D_2 + gU$ и возможно получение сигнала более высокой степени регулярности.

Таким образом, результаты радиофизического эксперимента показывают, что при определенных условиях степень регулярности синхронного отклика связанных возбудимых систем на шумовое воздействие может существенно превышать максимально достижимое значение для одиночной системы. Аналогичный результат получен нами и при взаимной связи подсистем. Установленные факты и объясняющая их гипотеза представляются полезными при изучении стохастической динамики ансамблей возбудимых систем.

Данная работа частично поддержана грантами РФФИ (99-02-17732) и CRDF (REC-006).

Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. // УФН. 1999. Т. 169. (1). С. 7–39.
- [2] Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987.
- [3] Ланда П.С., Заикин А.А. // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 358–364.
- [4] Treutlein H., Schulten K. // Ber. Bunsen-Ges. Phys. Chem. 1985. V. 89. P. 710–718.
- [5] Rappel W.-J., Strogatz S.H. // Phys. Rev. E. 1994. V. 50. P. 3249–3250.
- [6] Neiman A., Saparin P., Stone L. // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 270–273.
- [7] Lee S.-G., Neiman A., Kim S. // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 3292–3297.
- [8] Pikovsky A., Kurths J. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 775–778.
- [9] Postnov D.E., Han S.K., Yim T.G., Sosnovtseva O.V. // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. R3791–R3794.
- [10] Han S.K., Yim T.G., Postnov D.E., Sosnovtseva O.V. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 1771–1774.

- [11] *Neiman A., Schimansky-Geier L., Cornell-Bell A., Moss F.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 4896–4899.
- [12] *Hu B., Zhou C.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. R1001–R1004.
- [13] *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.
- [14] *Kramers H.A.* // Physica. 1940. V. 7. P. 284–312.