

01;04

## Диффузионный распад электроотрицательной плазмы при низких давлениях

© Е.А. Богданов, А.А. Кудрявцев, Л.Д. Цендин

С.-Петербургский государственный университет

E-mail: akud@ak2138.spb.edu

С.-Петербургский государственный технический университет

*Поступило в Редакцию 8 декабря 2000 г.*

Исследован диффузионный распад импульсной плазмы электроотрицательных газов низкого давления в отсутствие плазмохимических процессов. В соответствии с выявленными ранее механизмами, эволюция параметров такой плазмы происходит в два этапа, причем процессы переноса определяют изменение как концентрации, так и энергии электронов. На первой стадии поток отрицательных ионов на стенку отсутствует, а распад концентрации электронов обостряется во времени, т. е. за конечное время практически все электроны уходят из разрядного объема и образуется ион-ионная (безэлектронная) плазма. Ее распад на второй стадии определяется ион-ионной амбиполярной диффузией.

Присутствие отрицательных ионов существенно влияет на процессы переноса различных компонентов плазмы. В стационарных условиях сильный отрыв температуры электронов ( $T_e \gg T$ ) приводит к расслоению плазмы на область ион-ионной плазмы в центральных областях разряда и электрон-ионной — на его периферии [1,2]. В свою очередь наличие двух пространственных зон будет приводить к двум стадиям диффузионного распада; электрон-ионного на первой и ион-ионного на второй [1,2]. Резкое изменение режима послесвечения плазмы, согласующееся с такой картиной, наблюдалось экспериментально еще в [3,4] в условиях, когда начальная концентрация отрицательных ионов  $n_n$  была мала, а ее рост на первой стадии распада происходил за счет прилипания. В [5] было показано, что переход к ион-ионной плазме происходит с обострением, т. е. практически все электроны уходят из объема за конечное время  $t_0$ , определяемое главным образом начальным отношением  $n_n/n_e$ . Выполненный в [6,7] анализ пространственной и временной эволюции

концентраций плазмы послесвечения без учета изменения температуры электронов (т.е. в предположении  $T_e(t) = \text{const}$ ) подтвердил основные выводы [5] для двух предельных случаев больших и малых  $T_e$ . В реальной ситуации следует учитывать неизбежное изменение  $T_e(t)$  в послесвечении, поскольку при низких давлениях балансы заряженных частиц и энергии электронов тесно взаимосвязаны друг с другом, а амбиполярное поле, сильно влияющее на диффузию заряженных частиц, определяется величиной  $T_e$ .

Для плоскопараллельной геометрии с холодными поглощающими стенками, расположенными при  $x = \pm L$ , после выключения разряда система уравнений имеет вид [6,7]

$$\partial n_j / \partial t = -\Gamma_j' = (D_j n_j' \pm b_j n_j E)'. \quad (1)$$

Здесь для удобства штрих означает производную по координате ( $d/dx$ ), а индексы  $j = e, n, p$  относятся к электронам, отрицательным и положительным ионам соответственно,  $D$  и  $b$  суть коэффициенты диффузии и подвижности. В рассматриваемом диффузионном режиме использовались нулевые граничные условия для концентраций на стенках и в центре для их градиентов. В тех случаях, когда условия  $n_j(L, t) = 0$  приводили к отрицательным значениям  $\Gamma_n(L, t)$  (поток направлен от стенки), использовались граничные условия вида  $\Gamma_j(L, t) = C_0 n_j(L, t)$ ,  $j = e, n, p$ ,  $C_0 \gg 1$  (подробнее см. [6,7]). Самосогласованное (амбиполярное) поле имеет вид

$$E = (D_p n_p' - D_n n_n' - D_e n_e') / (b_p n_p + b_n n_n + b_e n_e). \quad (2)$$

В плазме стационарного разряда низкого давления в центральной области "0" ( $x \leq x_0$ ) имеет место бoльцмановское распределение не только электронов, но и отрицательных ионов [1,2]. Поэтому в качестве начальных при  $x < x_0$  задавался параболический профиль  $n_n(x, 0)$  и плоский для  $n_e(x, 0)$ . Во внешней области  $x > x_0$ , где отрицательные ионы отсутствуют, профили  $n_p(x, 0) \sim n_e(x, 0) \sim \sin[\sqrt{z + \alpha}(L - x)]$ , где  $z$  и  $\alpha$  — частоты ионизации и прилипания в единицах характерного времени диффузии и отрицательных ионов  $\tau_n = L^2/D_n$  [1,2].

Для чисто диффузионного распада, когда процессы переноса доминируют над реакциями в объеме, главным источником охлаждения электронов является диффузионное остывание [2]. В этом случае из-за быстрой теплопроводности  $T_e(x) = \text{const}$  и уравнение баланса их

энергии можно записать в виде

$$(3/2)\bar{n}_e dT_e/dt = -e\varphi_w \Gamma_e(L, t) - \delta_\varepsilon \nu_\varepsilon \bar{n}_e (T_e - T) + \bar{n}_e \varepsilon_h \nu_h, \quad (3)$$

где  $e\varphi_w = e\varphi_a + e\varphi_h$  — потенциал стенки относительно центра, который равен сумме амбиполярного перепада потенциала и пристеночного скачка и составляет величину несколько  $T_e$  ( $e\varphi_w = C_1 T_e$ ). Для максвелловской функции распределения электронов (ФРЭ)  $e\varphi_a \approx T_e \ln(\Lambda/\lambda_i)$ ,  $e\varphi_h \approx T_e \ln(\sqrt{M/m})$  [2]. Когда уход электронов сильно искажает быструю часть функции распределения электронов, имеет место уменьшение  $e\varphi_w$  по сравнению с рассчитанным в предположении максвелловской ФРЭ [8]. Чтобы приближенно учесть этот эффект без детального анализа формирования ФРЭ, можно задавать значения константы в пределах от минимального  $C_1 = 2$  ( $e\varphi_h \sim T_e$ ) [8] до максимального  $C_1 = 5$  ( $e\varphi_h \sim T_e \ln(\sqrt{M/m})$ ). Второй член в правой части (3) отражает эффект обмена энергии электронов с нейтралями, где  $\nu_\varepsilon$ ,  $\delta_\varepsilon$  — соответствующая частота и фактор энергообмена. Третий — нагрев при столкновениях с эффективной частотой  $\nu_h$  и приобретением электронами энергии  $\varepsilon_h$ , например при ударах II рода, отлипанию и т. п.

Результаты совместного решения системы (1)–(3) представлены на рис. 1–4 и подтверждают выводы [5–7]. При построении рисунков использовались безразмерная координата в единицах  $L$  и безразмерное время в единицах  $\tau_n = L^2/D_n$ . Видно, что в пространственной и временной эволюции концентраций заряженных частиц можно выделить две стадии (рис. 1, 2). На первой стадии электрон-ионного распада ( $t < t_0$ ) плазма обедняется электронами и положительными ионами, так что расплывание профилей концентраций происходит при сохранении полного числа отрицательных ионов. Поэтому для средних по сечению концентраций  $\bar{n}_j(t)$  ( $j = e, n, p$ ) выполняются два важных соотношения [5]

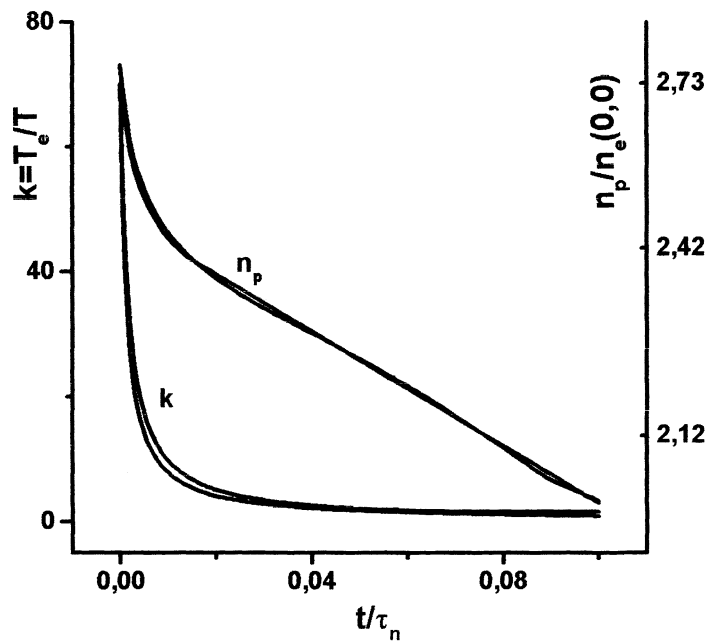
$$\bar{n}_n(t) = \text{const} = \bar{n}_n(0), \quad (4)$$

т. е.

$$\bar{n}_p(t) - \bar{n}_p(0) = \bar{n}_e(t) - \bar{n}_e(0).$$

Типичная зависимость  $T_e(t)$  состоит из участка резкого спада  $T_e(t)$  при малых  $t < t_1$  и медленного ее выхода к квазистационарному значению  $T_{es}$ :

$$T_{es} = T + 2\varepsilon_h \nu_h / 3\delta_\varepsilon \nu_\varepsilon. \quad (5)$$



**Рис. 1.** Временные зависимости  $k = T_e/T$  и  $\bar{n}_p/n_e(0,0)$  ( $b_e/b_n = 1/\sqrt{2}$ ,  $b_e/b_n = 250$ ) по результатам численного расчета и аппроксимационных формул (7)–(11).

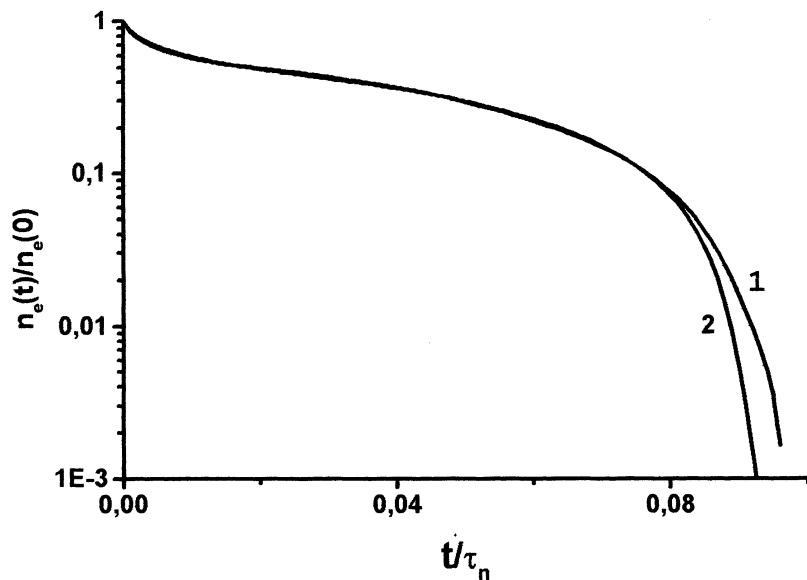
Такое поведение  $T_e(t)$  приводит к тому, что и на зависимостях  $\bar{n}_p(t)$  и  $\bar{n}_e(t)$  на первой стадии распада можно выделить два участка. На участке резкого падения  $T_e(t)$ , когда в правой части (3) доминирует первое слагаемое, из (1), (3) следует приближенная связь

$$C_1 d\bar{n}_e/dt = dT_e/dt. \quad (6)$$

Поэтому изменение  $T_e(t)$  хорошо аппроксимируется зависимостью

$$T_e(t) = (T_{e0} - T_{es})[\bar{n}_e(t)/\bar{n}_e(0)]^{C_1} + T_{es}. \quad (7)$$

В [2,3] было показано, что при больших значениях параметра  $k = T_e/T$  профили  $n_e(x)$  остаются практически плоскими в центральной области



**Рис. 2.** Временная зависимость  $\bar{n}_e$  при  $b_p/b_n = 1/\sqrt{2}$ ,  $b_e/b_p = 250$  по: 1 — аппроксимационным формулам (10), (11) и 2 — по результатам численного расчета.

$x \leq x_0(t)$ , вследствие чего распад  $\bar{n}_e(t)$  вплоть до  $t < t_1$  ( $k(t_1) \approx 5$ ) хорошо описывается формулой

$$d\bar{n}_e/dt = -16\bar{n}_e/(\pi^2\tau_{ap}), \quad (8)$$

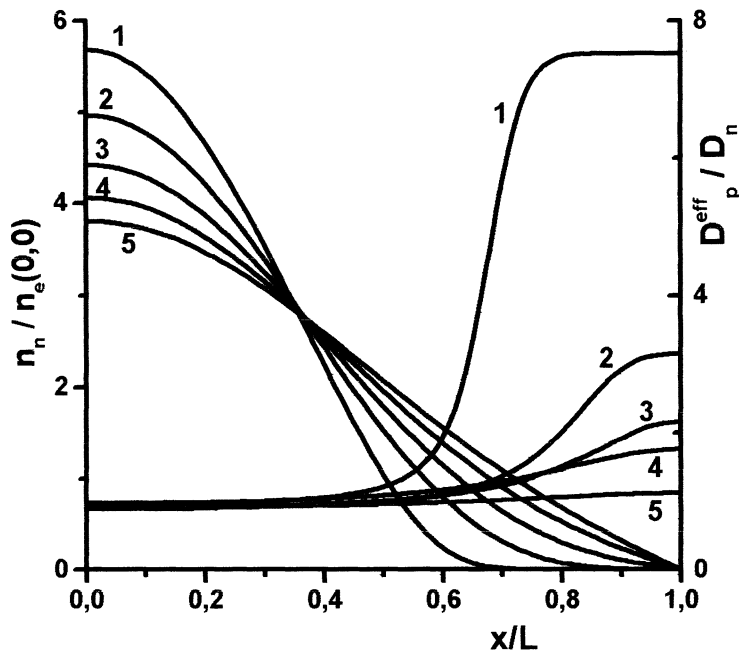
где  $\tau_{ap} = 4L^2/(\pi^2D_p(k+1))$  — характерное время обычной электронной амбиполярной диффузии.

В итоге из (6)–(8) получим при  $t < t_1$  ( $k(t_1) \approx 5$ ):

$$k(t) = k_0/[(1 + 4C_1b_p(k_0 + 1)t)], \quad (9)$$

$$\bar{n}_e(t) = \bar{n}_{e0}/[(1 + 4C_1b_p(k_0 + 1)t]^{1/C_1}, \quad (10)$$

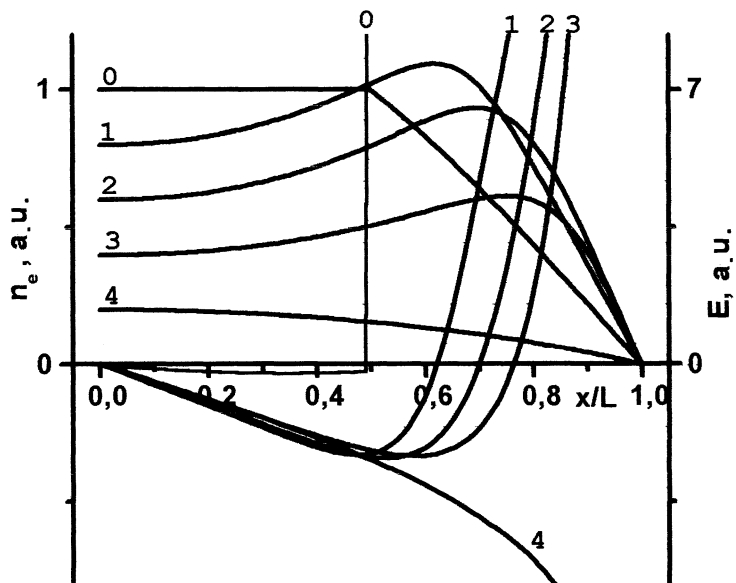
$$\bar{n}_p(t) = \bar{n}_n(0) + n_{e0}/[(1 + 4C_1b_p(k_0 + 1)t]^{1/C_1}.$$



**Рис. 3.** Профили  $n_n(x)$  и  $D_p^{eff} = -\Gamma_p/(\partial n_p/\partial x)$  ( $b_p/b_n = 1/\sqrt{2}$ ,  $b_e/b_p = 250$ ). Меткам 1–5 соответствуют моменты времени от  $t = 0.01\tau_n$  до  $t = 0.09\tau_n$  с шагом  $0.02\tau_n$ .  $n_n(L) = 0$  для всех пяти кривых.

Зависимость параметров от величины потенциала стенки видна из (9), (10), поэтому в расчетах на представленных ниже рисунках выбиралось типичное значение  $C_1 = 4$ .

На втором участке первой стадии распада  $t > t_1$ , когда же значение  $T_e$  близко к значению  $T_{es}$ , пространственная и временная эволюция концентраций ионов зависит от соотношения между их подвижностями. Как показано в [6,7], эффективный коэффициент диффузии положительных ионов  $D_p^{eff}(x) = -\Gamma_p(x)/\partial n_p/\partial x$  близок к коэффициенту ион-ионной амбиполярной диффузии  $D_n = 2D_pD_n/(D_p + D_n)$  в области "0", в то время как в "1" — электрон-ионной амбиполярной диффузии  $D_{ap} = D_p(1+k)$  (см. рис. 3 и подробнее в [2,3]). При  $b_n > b_p$  и  $k \sim 1$



**Рис. 4.** Профили  $n_e$  и электрического поля  $E$  ( $b_p/b_n = 5$ ,  $b_e/b_n = 250$ ). Метки 0–4 на кривых соответствуют моментам времени от  $t = 0$  до  $t = 0.025\tau_n$  с шагом  $0.0625\tau_n$ .  $n_e(L) = 0$  для всех электронных профилей. Масштаб по оси ординат для  $n_e(x)$  искажен, чтобы показать структуру профилей.

$D_p^{eff}(x)$  становится приблизительно постоянным по сечению и равным  $D_{ii}$  (рис. 3). Поэтому на втором участке  $t > t_1$   $\bar{n}_p$  спадает с характерным временем ион-ионной диффузии  $\tau_{ii}$ :

$$\bar{n}_p(t) = \bar{n}_p(t_1) \exp(-t/\tau_{ii}), \quad (11)$$

где  $\tau_{ii} = 4L^2/\pi^2 D_{ii}$ .

Следует подчеркнуть, что самосогласованное поле во внутренней области  $x < x_0$  определяется ион-ионной амбиполярной диффузией, а существующее при этом больцмановское равновесие электронов всегда подстраивается под него, формируя при этом такие, какие для этого "надо", профили электронов [2,3]. Поэтому для более подвижных положительных ионов ( $b_p > b_n$ ) ион-ионное амбиполярное поле в

области "0" направлено вовне, т. е. противоположно электрон-ионному амбиполярному полю области "1", где оно всегда направлено наружу. Тогда это ускоряющее отрицательные ионы в зоне "0" поле ускоряет и электроны. Поскольку электроны из-за их большой подвижности в плазме всегда надо "держат", то это приводит при  $b_p > b_n$  к интересному явлению формирования в послесвечении немонотонных профилей поля и электронных  $n_e(x)$  профилей с ростом последних в области "0" и падением к стенкам в области "1". (см. рис. 4 и подробнее в [2,3]). Поскольку при этом профили  $n_e(x)$  дольше сохраняют начальную "трапециевидную" форму, то зависимость (8) хорошо выполняется вплоть до значений  $k(t) \approx 2$ . Даже при падении  $k(t)$  до таких низких значений, в отличие от случая  $b_n > b_p$ , коэффициент  $D_p^{eff}$  при этом не становится однородным по сечению:  $D_p^{eff}(0, t) \sim 2b_n T < 2b_p T \sim D_p^{eff}(1, t)$ . Поэтому при  $b_p > b_n$  и  $t_1 < t < t_0$  зависимость (11) хуже соответствует реальной. Поскольку  $\bar{n}_n(t) = \text{const} = \bar{n}_n(0)$ , а концентрация  $\bar{n}_p(t)$  падает, то их разность  $\bar{n}_e(t) = \bar{n}_p(t) - \bar{n}_n(0)$  в соответствии с [5] обостряется во времени. В момент  $t_0$ , когда  $\bar{n}_p(t_0) \approx \bar{n}_n(0)$ , концентрация электронов резко уменьшается и при  $t > t_0$  в объеме остаются практически только положительные и отрицательные ионы. Как отмечено в [5], при  $\bar{n}_n(0)/\bar{n}_e(0) > 1$  уход всех электронов из объема происходит при малых изменениях концентрации ионов ( $t_0 = \tau_p \ln[\bar{n}_p(0)/\bar{n}_n(0)]$ ). Физическая причина обострения распада концентрации электронов со временем связана с тем фактом [5], что на первой стадии отрицательные ионы заперты в объеме и их поток на стенку равен нулю. Поэтому равенство потоков положительных и отрицательных частиц на границы обеспечивается электронами и положительными ионами, т. е. должно выполняться соотношение

$$\bar{n}_p/\tau_p = \bar{n}_e/\tau_e, \quad (12)$$

где  $\tau_p$ ,  $\tau_e$  — характерные диффузионные времена измерения положительных ионов и электронов. Поскольку всегда  $\bar{n}_p = \bar{n}_n + \bar{n}_e > \bar{n}_e$ , то условие (12) требует выполнения неравенства  $\tau_p > \tau_e$ , т. е. более быстрой относительной скорости ухода электронов, чем ионов. При этом чем меньше становится  $\bar{n}_e$  по сравнению с  $\bar{n}_p$ , тем быстрее электроны уходят на стенку, т. е. этот процесс обостряется во времени — происходит быстрее, чем по экспоненте. Такое поведение типично для режима с сильной положительной обратной связью [9]. Анализ [9] показал,



что в таких режимах часто возникает волна, распространяющаяся с постоянной скоростью. Применительно к плазме с отрицательными ионами эта концепция развивается в [10].

Расчеты по (9)–(11) хорошо согласуются с точным решением системы (1)–(3) (рис. 1,2). На второй стадии ( $t > t_0$ ) распад ион-ионной (безэлектронной) плазмы  $n_p(x, t) = n_n(x, t)$  определяется ион-ионной амбиполярной диффузией согласно (11). При этом сначала происходит установление основной диффузионной моды за время  $\sim \tau_{ii}$  и далее имеет место обычный закон распада на основной диффузионной моде [6,7].

В заключение отметим, что поскольку самым быстрым процессом чисто диффузионного распада является обострение ухода электронов, то представленная картина качественно не изменится и при наличии дополнительной объемной гибели электронов за счет прилипания. В простейшем варианте решение исходной системы ( $\nu_a$  — частота прилипания) [11]

$$d\bar{n}_p/dt = -\bar{n}_p/\tau_p, \quad d\bar{n}_n/dt = \nu_a\bar{n}_e \quad (13)$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{n}_p(t) &= \bar{n}_p(0) \exp(-t/\tau_p), \\ \bar{n}_e(t) &= \bar{n}_p(t)/(1-a) - [(\bar{n}_n(0) - a\bar{n}_e(0)) \exp(-\nu_a t)]/(1-a). \end{aligned} \quad (14)$$

В зависимости от величины параметра  $a = \nu_a \tau_p$  характерное время обострения ( $\bar{n}_e(t_0) = 0$ ) есть  $t_0 = \tau_p \ln[\bar{n}_p(0)/\bar{n}_n(0)]$  при отсутствии прилипания ( $a = 0$  [5]) и  $t_0 = (\tau_p \ln a)/(a - 1)$  при  $\bar{n}_n(0) = 0$  в экспериментах по определению частоты прилипания ([11]).

Таким образом, в работе выполнен анализ распада плазмы электроотрицательных газов низкого давления при самосогласованном учете баланса частиц и энергий электронов. Для временных зависимостей концентраций заряженных частиц подтвердилась предложенная ранее модель [5–7] обострения распада электронной концентрации и образования ион-ионной (безэлектронной) плазмы на второй стадии распада. Учет прилипания не изменит наблюдаемой физической картины и лишь уменьшит длительность первой стадии  $t_0$ . В то же время процессы отлипания могут драматично изменить представленную картину [12,13] с реализацией другого предельного случая — асимптотического стремления к обычной электрон-ионной (без отрицательных ионов) плазме в процессе эволюции. Поэтому распад при наличии отлипания требует отдельного анализа.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 98–02–17 778 и № 98–02–16 000.

## Список литературы

- [1] Цендин Л.Д. // ЖТФ. 1985. Т. 55. № 12. С. 2318–2322; 1989. Т. 59. № 1. С. 21–28.
- [2] Рожанский А.В., Цендин Л.Д. Столкновительный перенос в частично-ионизированной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1988. 248 с. Rozhansky A., Tsendin L. Transport Processes in Partially Ionized Plasmas. Gordon & Breach, 2001.
- [3] Puckett L.J., Kregel M.D., Teague M.W. // Phys. Rev. A. 1971. V. 4. N 4. P. 1659–1666.
- [4] Smith D., Dean A.G., Adams N.G. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1974. V. 7. P. 1944–1962.
- [5] Туцев С.А., Кудрявцев А.А., Романенко В.А. // ЖТФ. 1995. Т. 65. № 11. С. 77–85.
- [6] Bogdanov E.A., Kudryavtsev A.A., Tsendin L.D. Contributed papers III Int. Conf. "Plasma Physics and Plasma Technology PPPT-3". Minsk: Belarus, 2000. V. 1. P. 118–121.
- [7] Богданов Е.А., Кудрявцев А.А., Цендин Л.Д. // ЖТФ. 2001. № 4.
- [8] Жилинский А.П., Ливенцова И.Ф., Цендин Л.Д. // ЖТФ. 1977. Т. 47. С. 304–312.
- [9] Режимы с обострением. Эволюция идеи / Отв. ред. И.М. Макаров. М.: Наука, 1999. 255 с. Akhromeeva T.S., Kurdyumov S.P., Malinetskii G.G. // Phys. Rep. 1989. V. 76. N 5/6. P. 179–372.
- [10] Kaganovich I.D., Economou D., Ramaturthi B., Midha V. // Phys. Rev. Lett. V. 84A. N 9. P. 1918–1921.
- [11] Кудрявцев А.А. // Док. конф. Физика низкотемпературной плазмы "Плазма XX век". 1998. Ч. 1. С. 618–620. Петрозаводск: Изд-во Петрозаводского ун-та.
- [12] Kaganovich I.D., Ramaturthi B.N., Economou D.J. // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 76. N 20. P. 2844–2846.
- [13] Кудрявцев А.А., Куранов А.Л., Мишаков В.Г. и др. // ЖТФ. 2001. № 4.