

06;07

## Особенности генерации лазеров с распределенной обратной связью на основе гиротропных кубических кристаллов

© Г.В. Кулак

Мозырский государственный педагогический институт, Беларусь  
E-mail: mozinst@mail.ru

Поступило в Редакцию 26 октября 2000 г.

Определены условия генерации лазеров с распределенной обратной связью на основе гиротропных кубических кристаллов. Показано, что частоты собственных право- и левоциркулярно поляризованных продольных мод уменьшаются (увеличиваются) на величину  $\omega_p = \rho c/n$  ( $\rho$  — удельное вращение кристалла,  $n$  — показатель преломления,  $c$  — скорость света в вакууме) относительно брэгговской частоты  $\omega_0 = \pi c/\Lambda n$  ( $\Lambda$  — период фазовой решетки); порог усиления для правоциркулярно поляризованных волн выше, чем для левоциркулярно поляризованных.

Гиротропные кубические кристаллы типа силленита ( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  и др.), обладающие значительным фоторефрактивным (РФ) эффектом, нашли применение при создании устройств обработки информации, в интерферометрии и системах голографической памяти [1,2]. В [3] получена непрерывная лазерная генерация в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20} : \text{Nd}^{3+}$  с торца резонатора излучением перестраиваемого  $\text{Tl}^{3+} : \text{Al}_2\text{O}_3$ -лазера с длиной волны  $\lambda_p = 0.814 \mu\text{m}$  для кристаллографического направления [100]. Обратная связь в таком лазере осуществлялась высокоотражающими зеркалами; пороговая мощность накачки для генерации на длине волны  $\lambda_{sc} = 1.0716 \mu\text{m}$  составила  $\sim 18 \text{ mW}$ .

Лазеры с распределенной обратной связью (РОС) нашли широкое применение в различных областях науки и техники [4,5]. Отражательные фазовые решетки в ФР кристаллах как основной элемент РОС лазеров формируются когерентными световыми волнами при больших углах схождения интерферирующих пучков [1,6]. В работах [6,7] исследованы

особенности дифракции света в гиротропных кубических кристаллах в режиме обратного брэгговского отражения. В [7] установлены два режима дифракции: с монотонным возрастанием дифракционной эффективности при увеличении постоянной связи  $\chi$  в случае малого удельного вращения кристалла  $\rho$  ( $\rho^2 \leq \chi^2$ ) и осциллирующего при больших удельных вращениях ( $\rho^2 > \chi^2$ ). Если в одноосных и двуосных кристаллах гиротропия проявляется лишь для направлений распространения света близком к оптическим осям, то в кубических кристаллах ее необходимо учитывать для любых направлений распространения световых волн [8].

Предположим, что фазовая решетка расположена в области усиливающей среды между плоскостями  $z = 0$  и  $z = 1$ . Падающая световая волна является линейно поляризованной и может быть представлена в виде суммы право- и левоциркулярно поляризованных волн, т.е.  $\mathbf{A} = A_{01}e_+ + A_{02}e_-$ , где  $A_{01}, A_{02}$  — амплитуды циркулярно поляризованных составляющих;  $\mathbf{e}_{\pm} = (\mathbf{e}_1 \pm i\mathbf{e}_2)/\sqrt{2}$  — единичные циркулярные векторы ( $\mathbf{e}_1 \parallel OX, \mathbf{e}_2 \parallel OY$ ).

Известно, что основные характеристики лазеров с РОС (порог генерации, частоты продольных мод и др.) могут быть найдены с привлечением феноменологической теории, основанной на решении системы уравнений Максвелла и материальных уравнений для гиротропной среды [8,9]. Волновое уравнение для напряженности светового поля  $\mathbf{E}$  в усиливающей среде с РОС имеет вид:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{2\alpha}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{rot } \mathbf{E} = \frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Delta \varepsilon^{\phi*} \mathbf{E} + \Delta \varepsilon^{\phi} \mathbf{E}), \quad (1)$$

где  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$  — комплексная диэлектрическая проницаемость усиливающей среды ( $\varepsilon'' < 0$ );  $\alpha$  — параметр оптической активности;  $c$  — скорость света в вакууме;  $\Delta \varepsilon^{\phi} = \Delta \varepsilon_0^{\phi} \exp(iKz)$ , причем  $\Delta \varepsilon_0^{\phi}$  — амплитуда ФР решетки,  $K = 2\pi/\Lambda$  ( $\Lambda$  — период решетки); звездочка обозначает комплексное сопряжение.

Решение волнового уравнения (1) будем искать в виде суммы двух связанных волн с медленно изменяющимися комплексными векторными амплитудами  $\mathbf{E}_0(z), \mathbf{E}_1(z)$ :

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_0(z)e^{ik_0z} + \mathbf{E}_1(z)e^{-ik_0z}] e^{-i\omega t}, \quad (2)$$

где  $k_0 = (\frac{\omega}{c}) n$  ( $n = \sqrt{\varepsilon'}$  — показатель преломления среды). Подставив выражение (2) в волновое уравнение (1), получим следующую систему

уравнений связанных волн:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{E}_0}{dz} &= i\hat{\chi}\mathbf{E}_1e^{i\frac{1}{2}\Delta k} + \frac{1}{2}g\mathbf{E}_0 + \rho[\mathbf{n}_0, \mathbf{E}_0], \\ \frac{d\mathbf{E}_1}{dz} &= -i\hat{\chi}^*\mathbf{E}_0e^{i\frac{1}{2}\Delta k} - \frac{1}{2}g\mathbf{E}_1 + \rho[\mathbf{n}_1, \mathbf{E}_1],\end{aligned}\quad (3)$$

где  $\hat{\chi} = (\pi/2\lambda_0 n)\Delta\hat{\varepsilon}_0^\phi$  — тензорная постоянная связи дифрагированных волн;  $g = (2\pi|\varepsilon''|/\lambda_0 n)$  — коэффициент усиления [9];  $\rho = (\omega/c)^2\alpha$  — удельное вращение кристалла [8];  $\Delta k = (2k - K)$  — отстройка фазового синхронизма;  $\mathbf{n}_{0,1}$  — единичные векторы в направлении распространения дифрагированных волн нулевого и первого порядков.

Для решения системы уравнений связанных волн используют граничные условия:  $\mathbf{E}_0(0) = \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{E}_1(l) = 0$ . В случае распространения генерируемых световых волн вдоль кристаллографических осей второго порядка (см. [2]) следует полагать  $\chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi$ . Решение системы уравнений связанных волн (3) ищем в виде:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_0(z) &= \mathbf{e}_+A_1e^{-a_1z} + \mathbf{e}_+A_2e^{a_1z} + \mathbf{e}_-A_3e^{-a_2z} + \mathbf{e}_-A_4e^{a_2z}, \\ \mathbf{E}_1(z) &= \mathbf{e}_+B_1e^{-a_1z} + \mathbf{e}_+B_2e^{a_1z} + \mathbf{e}_-B_3e^{-a_2z} + \mathbf{e}_-B_4e^{a_2z},\end{aligned}\quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}a_{1,2} &= \\ &= \sqrt{(\gamma^2 + |\chi|^2 - \rho^2) \pm \sqrt{(\gamma^2 + |\chi|^2 - \rho^2)^2 - [\gamma^4 + 2\gamma^2(|\chi|^2 + \rho^2) + (|\chi|^2 - \rho^2)^2]}}\end{aligned}$$

$\gamma = \frac{1}{2}(g - i\Delta k)$ . Постоянные  $A_i$ ,  $B_i$  ( $i = 1-4$ ) находились с учетом граничных условий и очевидных соотношений:  $(\mathbf{e}_\pm\mathbf{e}_\pm^*) = 1$ ,  $(\mathbf{e}_\pm\mathbf{e}_\pm) = 0$ . Выражения для комплексных векторных амплитуд дифрагированных волн даются соотношениями:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_0 &= e^{-i\frac{1}{2}\Delta kz} \left\{ \mathbf{e}_+A_{01} \frac{[a_1\text{ch}[a_1(l-z)] - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_+)\text{sh}[a_1(l-z)]]}{[a_1\text{ch}(a_1l) - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_+)\text{sh}(a_1l)]} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{e}_-A_{02} \frac{[a_2\text{ch}[a_2(l-z)] - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_-)\text{sh}[a_2(l-z)]]}{[a_2\text{ch}(a_2l) - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_-)\text{sh}(a_2l)]} \right\},\end{aligned}\quad (5a)$$

$$\mathbf{E}_1 = -ie^{i\frac{1}{2}\Delta k z} \left\{ \mathbf{e}_+ A_{01} \frac{\chi^* \text{sh}[a_1(l-z)]}{[a_1 \text{ch}(a_1 l) - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_+) \text{sh}(a_1 l)]} + \mathbf{e}_- A_{02} \frac{\chi^* \text{sh}[a_2(l-z)]}{[a_2 \text{ch}(a_2 l) - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_-) \text{sh}(a_2 l)]} \right\}, \quad (56)$$

где  $\Delta k_{\pm} = \Delta k \pm 2\rho$ . При отсутствии усиления ( $g = 0$ ) характеристические постоянные системы уравнений (3) удовлетворяют соотношению:  $a_1 = a_2 = \sqrt{|\chi|^2 - \rho^2}$ , а комплексные амплитуды (5) совпадают с полученными в [7]; пренебрежение гиротропией приводит к известным выражениям [9] для комплексных амплитуд дифрагированных волн.

Из выражений (5) следует, что в гиротропной усиливающей среде генерация право-, левоциркулярно поляризованных волн происходит при разных условиях. По аналогии с результатами работы [9] условия генерации право- и левоциркулярно поляризованных волн имеют вид:

$$a_{1,2} - \frac{1}{2}(g - i\Delta k_{\pm}) \text{th}(a_{1,2} l) = 0. \quad (6)$$

При условии  $g \gg |\chi|$  получаем  $a_{1,2} \approx \sqrt{|\chi|^2 - \frac{1}{4}(\Delta k_{\pm} + ig)^2}$ . В этом случае из (6) следуют фазовые и энергетические условия генерации лазеров, т. е.

$$-2 \arctg\left(\frac{\Delta k_{\pm}}{g_m}\right) + \Delta k_{\pm} l - \frac{2|\chi|^2 \Delta k_{\pm} l}{[g^2 m + (\Delta k_{\pm})^2]} = (2m + 1)\pi, \quad (7a)$$

$$\frac{|\chi|^2 e^{g_m l}}{[g_m^2 + (\Delta k_{\pm})^2]} = 1, \quad (7b)$$

где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Вблизи брэгговской частоты  $\omega_0 = \pi c/n\Lambda$ , т. е. при  $\Delta k_{\pm} \ll g$ , из (7a) получаем частоты генерируемых право- и левоциркулярно поляризованных продольных мод:

$$\omega_m = \omega_0 \mp \omega_{\rho} + \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi c}{n l},$$

где  $\omega_{\rho} = \rho c/n$  — сдвиг частоты излучения, обусловленный гиротропией кристалла.

Таким образом, частоты правоциркулярно поляризованных мод уменьшаются на величину  $\omega_\rho$  по сравнению с негиротропным кристаллом, а левоциркулярно поляризованных — увеличиваются. Данный физический эффект объясняется относительным изменением фазовых скоростей световых волн в гиротропной среде. Порог лазерной генерации, как следует из выражения (76), для правоциркулярно поляризованных мод выше, чем для левоциркулярно поляризованных. В отличие от известных результатов для негиротропной среды [9] в гиротропном кристалле генерация оптического излучения возможна на брэгговской частоте  $\omega_0$ . Для этого должны выполняться соотношения:  $\pm\omega_\rho = (m + 1/2)(\pi c/nl)$ . Например, для правоциркулярно поляризованной моды (в случае  $m = 0$ ) и длины волны  $\lambda_{sc} = 1.0716 \mu\text{m}$  в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  [см. 10] генерация на брэгговской частоте возможна при ширине активного слоя  $l = 1.3 \text{ cm}$ .

В работе [11] теоретически и экспериментально исследованы частотные биения между фазосинхронизованными лазерными модами, связанными с двумя собственными циркулярными состояниями поляризации лазера во внешнем магнитном поле. Аналогичные биения должны наблюдаться в естественно гиротропной среде. Частота поляризационных биений для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  при  $\lambda_{sc} = 1.0716 \mu\text{m}$  составляет  $2\omega_\rho = 28.6 \text{ GHz}$ .

## Список литературы

- [1] Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. С.-Петербург: Наука, 1992. 320 с.
- [2] Solytar L., Cooke D.J. Volume holography and volume gratings. London: Press, 1981. 500 p.
- [3] Каминский А.А., Багаев С.Н., Гарсия-Золе Х. // Квант. электрон. 1999. Т. 26. № 2. С. 6–8.
- [4] Ляхов Г.А., Свирко Ю.П., Сузько Н.В. // Квант. электрон. 1993. Т. 20. № 10. С. 941–968.
- [5] Афанасьев А.А., Волков В.М., Рубинов А.Н. и др. // Квант. электрон. 1999. Т. 29. № 2. С. 123–126.
- [6] Huijnard J.P., Herrian J.P., Rivet G. et al. // Opt. Lett. 1980. V. 5. P. 102–104.
- [7] Храмович Е.М., Шепелевич В.В. // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 1987. № 2. С. 106–112.

- [8] Федоров Ф.И. Теория гиротропии. Минск.: Наука и техника, 1976. 453 с.
- [9] Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
- [10] Кизель В.А., Бурков В.И. Гиротропия кристаллов. М.: Наука, 1980. 304 с.
- [11] Vallet M., Brunel M., Bretenaker F. et al. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 74. N 22. С. 3266–3268.