05;12

Влияние малых термических флуктуаций на одноконтактный интерферометр

© И.Н. Аскерзаде

Институт физики АН Азербайджана,
370143 Баку, Азербайджан
e-mail: solstphs@lan.ab.az

(Поступило в Редакцию 13 ноября 2000 г. В окончательной редакции 26 апреля 2001 г.)

Представлен анализ влияния малых термических флуктуаций на одноконтактный интерферометр. Найдена зависимость дисперсии флуктуаций магнитного потока от геометрической индуктивности интерферометра и от внешнего магнитного потока.

Введение

Известно, что [1] принципиально новые эффекты возникают при замыкании джозефсоновского перехода в сверхпроводящее кольцо, что обычно называется одноконтактным квантовым интерферометром. Состояние одноконтактного интерферометра описывается уравнением

$$\phi + l \sin \phi = \phi_e, \tag{1}$$

где $\phi_e = 2\pi\Phi_e/\Phi_0$ — нормированный на квант магнитного потока $\Phi_0 = \hbar\pi/e$ внешний магнитный поток; $l = L/L_c$ — геометрическая индуктивность нормирования на джозефсоновскую индуктивность $L_c = \Phi_0/2\pi I_c$, где I_c — критический ток перехода.

Вид зависимости $\phi(\phi_e)$ для различных значений параметра l резко отличается: при $l \ll 1$ зависимость $\phi(\phi_e)$ почти линейна, а при $l > 1$ $\phi(\phi_e)$ становится неоднозначной. При больших индуктивностях $l \gg 1$ интерферометр имеет $2N$ ($N = l/\pi$) стационарных состояний. Последнее свойство дает возможность построения ячеек памяти на одноконтактных интерферометрах. Несколько вариантов были опробованы экспериментально [2]. В работе [3] было предложено обратимое устройство для обработки информации с рекордным рассеянием энергии, существенно меньшей, чем термическая энергия ("параметрический квантрон"). Еще одним важным применением одноконтактного интерферометра является его использование в качестве чувствительного датчика магнитного потока в СКВИД переменного тока. Надо также отметить последние работы о возможности использования таких интерферометров при построении квантовых компьютеров [4], так как они являются реальными макроскопическими системами с двумя квантовыми состояниями при определенных условиях.

Открытие высокотемпературной сверхпроводимости [5] создало новые возможности для сверхпроводниковой электроники. Переход от "гелиевого" криообеспечения к "азотному" позволяет расширить область применения электронных устройств, использующих явление сверхпроводимости, в том числе и одноконтактных интерферометров. Тем не менее переход на азотные рабочие температуры создает ряд серьезных проблем из-за роста термических флуктуаций с ростом температуры. Как известно, влияние тепловых флуктуаций на свойства устройств на основе джозефсоновских переходов можно характеризовать безразмерным параметром, равным отношению энергии термических флуктуаций kT к джозефсоновской энергии связи $E_j = \hbar I_c/2e$,

$$\gamma = kT/E_j. \tag{2a}$$

Эту величину можно переписать следующим образом:

$$\gamma = I_T/I_c, \qquad I_T = 2ekT/\hbar. \tag{2b}$$

Термические флуктуации считаются малыми, если выполняется соотношение $\gamma \ll 1$. В этом случае заметная термическая активация происходит вблизи критического тока. Интенсивные флуктуации соответствуют обратному пределу ($\gamma > 1$), и здесь они рассматриваться не будут. Для успешного функционирования джозефсоновских схем критический ток I_c должен существенно превышать тепловой ток I_T, т. е. параметр γ должен быть не выше определенных значений. Для оценки теплового тока имеем

$$I_T(\mu\mathrm{A}) = 0.084T\ (\mathrm{K}).$$

Для гелиевой температуры значение I_T весьма мало́ ($I_T = 0.2\,\mu$A), и реализация условия $\gamma \ll 1$ не представляет проблемы. При азотной температуре I_T близко к $3.2\,\mu$A и необходимые значения критических токов должны возрасти. Однако увеличение критических токов вызывает ряд проблем. Например, существенно может возрасти рассеиваемая мощность при переключении туннельных джозефсоновских переходов в резистивное состояние, вычисляемая как

$$P = I_c V_g = I_c 2\Delta(T)/e,$$

где энергетическая щель для высокотемпературных сверхпроводников является большой величиной по сравнению с низкотемпературными сверхпроводниками.

В принципе условие малости тепловых флуктуаций при азотных температурах тоже можно достичь, однако при этом необходимо тщательное геометрическое проектирование как самих джозефсоновских переходов, так и их соединений для получения требуемых характеристик. Данный вопрос требует отдельного рассмотрения, и здесь они рассматриваться не будут. Следует отметить недавние работы по изучению воздействия интенсивных флуктуаций ($\gamma > 1$) на одноконтактный [6] и двухконтактный интерферометры [7]. В этих работах развита аналитическая теория этих устройств при интенсивных термических флуктуациях. В этой работе мы полагаем термические флуктуации малыми и учитываем разные скорости изменения внешнего магнитного поля, наложенного на одноконтактный интерферометр. Такая задача еще представляет интерес при изучении шумовых свойств устройств на основе гранулированных пленок из высокотемпературных сверхпроводников, поскольку одноконтактный интерферометр является одним из основных элементов при моделировании таких сред.

Основные уравнения

Для изучения влияния флуктуаций на одноконтактный интерферометр можно воспользоваться уравнением Фоккера–Планка для плотности вероятности [1]. При этом для плотности вероятности вблизи дна потенциальной ямы справедлива формула

$$\sigma(\phi, v) = \exp\bigl(-G(\phi, v)/kT\bigr) \Big/ \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\phi \int\limits_{-\infty}^{\infty} dv \times \exp\bigl(-G(\phi, v)/kT\bigr), \tag{3}$$

где $G(\phi, v)$ есть энергия одноконтактного интерферометра [1]

$$G(\phi, v) = CV_c^2 v^2/2 + \Phi_0 I_c/2\pi\bigl(1 - \cos\phi + (\phi - \phi_e)^2/2l\bigr). \tag{4}$$

$v = V/V_c$, V — напряжение на джозефсоновском переходе, V_c — характерное джозефсоновское напряжение $V_c = I_c R_N$, R_N — нормальное сопротивление перехода, C — емкость перехода.

В последнем выражении при малых индуктивностях удерживают лишь последний член и пренебрегают возможными флуктуациями критического тока джозефсоновского перехода. Такой же подход применяют и при вычислении времени жизни метастабильного состояния и флуктуаций вблизи абсолютного минимума [1]. В результате в конечных выражениях отсутствуют фактор термических флуктуаций γ (2), а также зависимость от внешнего магнитного потока и скорости его изменения. В нашем рассмотрении учтем вышесказанный недостаток и вычислим флуктуации магнитного потока. С этой целью, используя уравнение состояния интерферометра (1), для дисперсии флуктуаций магнитного потока можем написать

$$\delta\tilde{\Phi}^2/\Phi_0^2 = \bigl(\sin\phi/(\cos\phi + l^{-1})\bigr)^2 \,\delta\tilde{I}_c^2/I_c^2, \tag{5}$$

где фаза ϕ определяется уравнением (1).

Надо отметить, что аналогичное уравнение для флуктуаций было использовано в работе [8]. Дисперсия флуктуаций критического тока джозефсоновского перехода зависит от параметра емкости Мак-Камбера $\beta = 2\pi I_c R_N^2 C/\Phi_0$ и от скорости нарастания тока через переход, определяемая как $\alpha = d(I/I_c)/d(t/\Phi_0/2\pi I_c R_N)$.

1. Интерферометр с малой индуктивностью. При малых индуктивностях в силу уравнения (1) параметр α определяется изменением внешнего потока

$$\alpha = \cos\bigl(\phi_e(t)\bigr)\, d\phi_e/dt. \tag{6}$$

При медленно меняющихся полях (т.е. при малой скорости нарастания тока через переход) и при малости флуктуаций

$$\alpha < (3\gamma/2)^{2/3} \ll 1, \tag{7}$$

как показано в работах [9,10], дисперсия времени задержки слабо зависит от скорости нарастания тока и от параметра емкости, что связано с совпадением динамики джозефсоновской фазы при малых скоростях нарастания тока через переход. При выводе этих формул предполагается, что у флуктуаций хватает времени, чтобы произвести термическую активацию системы через медленно понижающийся энергетический барьер. Умножая полученную формулу для дисперсии времени задержки на α^2, получаем дисперсию критического тока

$$F_0 = (\delta\tilde{I}_c^2/I_c^2) \cong (3\gamma \ln C_0/2^{5/2})^{4/3}/6, \tag{8}$$

где величина C_0 определяется следующим образом [9,10]:

$$C_0 = \begin{cases} \gamma/4\pi\alpha & \text{при} \quad \beta \ll 1, \\ (3\gamma/2)^{5/6}/6\pi\alpha & \text{при} \quad \beta \gg 1. \end{cases} \tag{8a}$$

Таким образом, в силу (5)–(8) окончательная формула для дисперсии магнитного потока в пределе малых скоростей имеет вид

$$(\delta\tilde{\Phi}_c^2/\Phi_0^2) = l^2 \sin^2\phi_e F_0. \tag{9}$$

В противоположном пределе больших скоростей изменения тока через переход, т.е. $\alpha > (3\gamma/2)^{2/3}$ (или относительно малых флуктуаций), происходит незначительное изменение процесса переключения под действием флуктуаций, в частности, возникает зависимость от скорости нарастания тока. Используя соответствующие формулы для дисперсии времени задержки, из работы [11] для туннельного перехода и из работы [10] для безгистерезисного перехода после умножения на α^2 имеем следующее выражение для дисперсии критического тока:

$$F_1 = (\delta\tilde{I}_c^2/I_c^2) = 0.03\gamma\beta^{-3/4}\alpha^{3/4} \quad \text{при} \quad \beta \gg 1,$$
$$11.9\gamma\alpha^{7/9} \quad \text{при} \quad \beta \ll 1. \tag{10}$$

Соответствующая формула для дисперсии магнитного потока получается заменой F_0 на F_1 в формуле (9).

2. Интерферометр с большой индуктивностью. При больших индуктивностях может наблюдаться несколько стационарных состояний. Из них состояние с наименьшей потенциальной энергией является абсолютно устойчивым, а остальные метастабильными. Оценка времени жизни метастабильных состояний производится формулами из работы [12]. Для оценки флуктуаций магнитного потока вблизи абсолютного минимума в формуле (5) учтем соотношение $\sin\phi \approx \phi_e/l$, полученное из уравнения состояния интерферометра при больших индуктивностях. Скорость нарастания тока в этом случае определяется соотношением $\alpha = d\phi_e/dt/l$. При малой скорости нарастания тока через переход и при малых флуктуациях, т.е. при выполнении условия (7), для дисперсии магнитного потока имеем

$$(\delta\tilde{\Phi}^2/\Phi_0^2) = \left(\phi_e/\sqrt{l^2-\phi_e^2}+1\right)^2 F_0. \qquad (11)$$

При получении последней формулы мы воспользовались уравнением (5), уравнениями состояния интерферометра (1) и (8). В противоположном пределе быстрого нарастания тока через переход $\alpha > (3\gamma/2)^{2/3}$ в формуле (11) вместо F_0 надо использовать выражение для F_1.

В отличие от низкоиндуктивного предела при больших l с увеличением внешнего магнитного поля происходит переключение в соседнее стационарное состояние. Вблизи таких переключений знаменатель в выражении $\sin\phi/(\cos\phi + l^{-1})$ стремится к нулю. Действие флуктуаций при подходе к таким пороговым точкам меняется. Пользуясь формулами для пороговых значений фаз в уравнении (1), а также результатами [12], в пределе малых скоростей получим

$$(\delta\tilde{\Phi}^2/\Phi_0^2) = \Big(\big\{l^4 - \big[(l^2-1)^{1/2}(2\tilde{\phi}_e)^{1/2} - l\big]^2\big\}$$
$$/4l(l^2-1)\Big)F_0^{1/2}, \qquad (12)$$

где $\tilde{\phi}_e = |\phi_e^{+,-} - \phi_e|$, $\phi_e^{+,-} = \pi n \pm \sqrt{l^2-1} + \arcsin l^{-1} - \pi/2$, где n — номер состояния.

При выводе последней формулы мы воспользовались выражениями для высоты барьера и частоты малых колебаний одноконтактного интерферометра вблизи пороговых точек, приведенными в [1, глава 6]. При больших скоростях формула (12) остается в силе, однако появляется зависимость от скорости нарастания и вместо фактора $F_0^{1/2}$ следует подставить следующее выражение:

$$F_1^{1/2} = 0.17\alpha^{3/8}\beta^{-3/8}\gamma^{1/2} \quad \text{при} \quad \beta \gg 1,$$
$$3.44\alpha^{7/18}\gamma^{1/2} \quad \text{при} \quad \beta \ll 1. \qquad (12a)$$

Обсуждение

Сравнивая формулы (9) и (11), видим, что влияние флуктуаций в случае низкоиндуктивного интерферометра является квадратично малым. Это связано с тем, что в случае малой индуктивности джозефсоновский переход оказывается шунтированным индуктивностью интерферометра и по этой причине флуктуации оказываются малыми, поскольку при этом бóльшая часть флуктуационного тока проходит через индуктивность. Это становится ясным, если рассматривать одноконтактный интерферометр как параллельное соединение перехода и индуктивности, подключенных к источнику тока с силой тока Φ_e/L. В противоположном пределе больших индуктивностей его влияние на флуктуационные свойства оказывается малым, поскольку при этом поведение интерферометра такое же, как и у одиночного перехода с заданным током $I_e = \Phi_e/L$. Как видно из последней формулы (12), вблизи пороговых точек влияние флуктуаций возрастает. Это связано с тем, что вблизи таких точек влияние джозефсоновской индуктивности возрастает и флуктуационный вклад перераспределяется между индуктивностью кольца и перехода. Такой вывод качественно согласуется с расчетом флуктуаций в гистерезисном режиме [1, глава 14]. Как там отмечено, скачки фазы вблизи пороговых точек приводят к усилению флуктуаций.

Известно, что чувствительность сквидов характеризуется величиной размерности действия

$$E_V = \delta\Phi^2/2L\Delta f,$$

где $\delta\Phi$ — изменение внешнего магнитного потока, эквивалентное собственному шуму сквида в полосе измерений Δf; L — индуктивность датчика (одноконтактного или двухконтактного интерферометра).

Вышеполученные формулы для $\delta\tilde{\Phi}^2/\Phi_0^2$ полезны для оценки энергетической чувствительности сквида. Аккуратное вычисление выходных характеристик ВЧ-сквидов выходит за рамки данной работы. Однако полученные формулы позволяют делать предварительные заключения. В приближении медленного изменения внешнего магнитного потока с понижением частоты энергетическая чувствительность ухудшается (см. формулу (9)). Это связано с увеличением значения логарифма при уменьшении параметра $\alpha \propto \Omega$ в знаменателе, где $\Omega \propto d\phi_e/dt$. Такой вывод качественно согласуется с формулами из [1, глава 14], а также с формулой (30) из недавней работы [6] в пределе малых флуктуаций, который получается при предельном переходе $L/L_F \to 0$ и $\gamma \to 0$. В терминах последней работы этот случай соответствует адиабатическому пределу и выходная энергетическая чувствительность уменьшается с увеличением частоты накачки. С целью улучшения этого параметра целесообразно повышение частоты накачки. В связи с этим переход к сверхвысокочастотным сквидам является актуальным. Однако при частотах накачки порядка характеристической частоты джозефсоновского перехода $\omega \approx \omega_c$ $(\Omega \approx 1)$ резкое ухудшение энергетической чувствительности связано с изменением динамики одноконтактного интерферометра и соответственно дисперсии магнитного потока при блольших скоростях нарастания тока. Это соответствует пределу неадиабатичности [6]. В зависимости от параметра емкости в силу формулы (10) чувствительность ухудшается как $\Omega^{3/4}$ при $\beta \gg 1$, $\Omega^{7/9}$ при $\beta \ll 1$. Согласно [6], в неадиабатическом пределе с увеличением $\Omega \geq 1$ чувствительность также падает.

Таким образом, в данной работе анализировано влияние малых термических флуктуаций на одноконтактный интерферометр. Найдена зависимость дисперсии флуктуаций магнитного потока от геометрической индуктивности и внешнего магнитного потока.

Автор выражает благодарность рецензенту за ценные замечания.

Список литературы

[1] *Лихарев К.К.* Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. 320 с.
[2] *Lum W.Y., Van Duzer T.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. P. 1693–1698.
[3] *Лихарев К.К., Лапир Г.М., Семенов В.К.* // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 10. С. 809–812.
[4] *Orlando T., Mooij J.E., Tian L.* et al. // Phys. Rev. 1999. Vol. B60. P. 15 398–15 413.
[5] *Bednorz J.G., Muller K.A.* // Z. Phys. 1986. Vol. B64. P. 189–192.
[6] *Chesca B.* // J. Low Temp. Phys. 1998. Vol. 110. P. 963–1002.
[7] *Chesca B.* // J. Low Temp. Phys. 1998. Vol. 112. P. 165–196.
[8] *Galperin Yu.M., Gurevich V.L., Kozub V.I.* // NATO ASI series (Bogolyubov N.N. 80). 1989. P. 354–360.
[9] *Снигирев О.В.* // РиЭ. 1984. № 29. С. 2216–2223.
[10] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 9. С. 129–130.
[11] *Askerzade I.N.* // Tr. J. Physics. 1998. Vol. 22. N 8. P. 811–813.
[12] *Kurkijarvi J.* // Phys. Rev. 1972. Vol. B6. P. 832–835.