

01;05

## Эффективная магнитная проницаемость волокнистого двухфазного ферромагнитного композита

© В.В. Бакаев,<sup>1</sup> А.А. Снарский,<sup>2</sup> М.В. Шамонин<sup>1</sup><sup>1</sup>H. ROSEN Engineering GmbH,  
Am Seitenkanal 8, D-49811 Lingen (Ems), Germany<sup>2</sup>Национальный технический университет Украины "КПИ",  
03056 Киев, Украина  
e-mail: asnar@phys.carrier.kiev.ua

(Поступило в Редакцию 30 октября 2000 г.)

Теоретически изучены магнитные свойства волокнистого двухфазного композита. Рассмотрен случай, когда одна из фаз — ферромагнетик с сильно нелинейной зависимостью локальной магнитной проницаемости от магнитного поля и практически нулевой петлей гистерезиса. Найдены зависимости эффективной магнитной проницаемости (как вдоль, так и поперек волокон) от внешнего магнитного поля и концентрации ферромагнитной фазы. Показано, что вблизи порога протекания происходит резко возрастание эффективной магнитной проницаемости поперек волокон.

Композитные магнитные материалы постоянно привлекают интерес (см., например, [1–5]). В значительной степени это вызвано тем, что возможности чистых (однофазных, однородных, гомогенных) материалов в значительной мере исчерпаны. Создавая композиты, во многих случаях удается достичь комбинации свойств, не присущей каждому из исходных материалов. Большое место в создании новых материалов принадлежит разработке макроскопически неоднородных сред, свойствами которых можно управлять в весьма широких пределах (см., например, [6]).

Основной характеристикой неоднородных сред являются эффективные коэффициенты, в интересующем нас случае — эффективная магнитная проницаемость. Для композитов со случайной структурой вычисление эффективных коэффициентов является сложной задачей и возможно только в определенных приближениях. В зависимости от геометрического расположения фаз, степени неоднородности и т.п. эффективные коэффициенты могут самым различным образом зависеть от концентрации и приложенных полей. Нелинейность локальной магнитной проницаемости, которая по определению присуща ферромагнитной фазе, дополнительно осложняет задачу вычисления эффективных коэффициентов. Прямое численное моделирование, например, двухфазной сильно неоднородной нелинейной среды весьма трудоемко, и, если и реализуемо, только, как правило, в сеточном варианте, когда включения задаются узлами регулярной сетки. Только в последнее время появились удовлетворительные методы, позволяющие достаточно подробно описать нелинейные композиты [6].

В настоящей работе рассмотрен композит, состоящий из ферромагнитных нитей круглого сечения (первая фаза), помещенных в немагнитную матрицу (вторая фаза). Каждая из фаз характеризуется локальными магнитными свойствами. Нелинейность магнитной проницаемости ферромагнитной фазы значительна и принципиальна для

определения магнитных свойств среды в целом. Вторая фаза — парамагнетик или диамагнетик, магнитную проницаемость которых можно с хорошей точностью положить равной  $\mu_0$ . Будет изучена зависимость эффективной магнитной проницаемости от концентрации фаз и приложенного магнитного поля. При этом, рассматривается ферромагнитная фаза с практически нулевой петлей гистерезиса (см., например, [4]). Геометрическое расположение фаз показано на рис. 1.

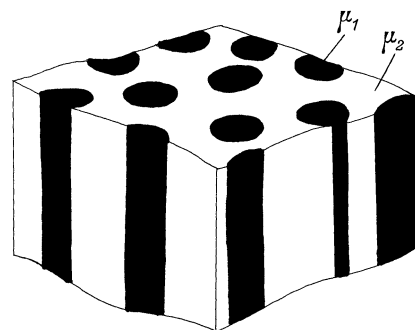
Магнитные свойства первой фазы характеризует зависимость  $\mu_1 = \mu_1(H)$  (рис. 2)

$$\mathbf{B} = \mu_1(H)\mathbf{H}. \quad (1)$$

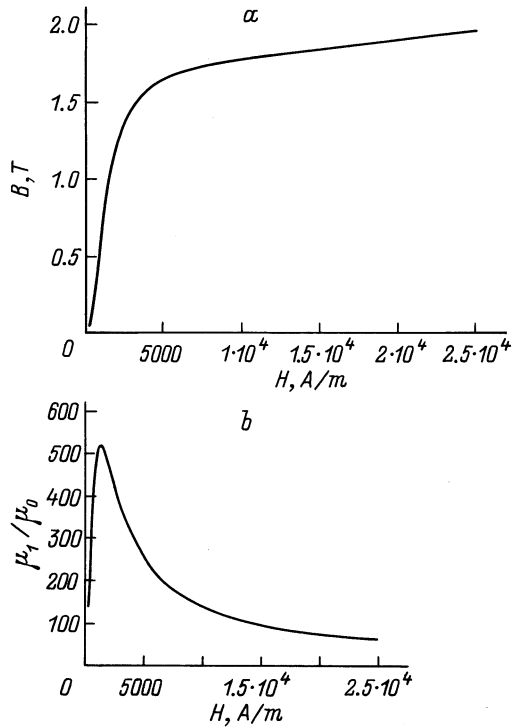
Магнитные свойства среды в целом определяются ее эффективными значениями, связывающими по определению средние по объему напряженность магнитного поля и индукцию,

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \mu^e \langle \mathbf{H} \rangle, \quad (2)$$

где, конечно, даже в линейном случае,  $\mu^e$  является тензором, главные оси которого направлены вдоль и поперек цилиндрических включений.



**Рис. 1.** Волокнистый соосный двухфазный магнитный композит. Сечение нитей круглое, центры окружностей расположены хаотически. Объемная концентрация ферромагнитной фазы (черный цвет) равна  $p$ .



**Рис. 2.** Магнитные свойства ферромагнитной фазы  $B = B(H)$  (a) и локальной магнитной проницаемости ферромагнитной фазы (b).

В главных осях этот тензор диагонален с компонентой —  $\mu_{\parallel}^e$  ”вдоль” включений и двумя одинаковыми компонентами ”поперек” —  $\mu_{\perp}^e$ . Ниже мы рассмотрим два случая, когда  $\langle \mathbf{H} \rangle$  направлено вдоль и поперек ферромагнитных волокон.

Мы предполагаем, что композит задается зависимостью локальной проницаемости от координат  $\mu = \mu(\mathbf{r})$ , т. е. что среда является макроскопически неоднородной. В рассматриваемом двухфазном случае  $\mu(\mathbf{r}) = \mu_1(H(\mathbf{r}))$  в ферромагнитной фазе и  $\mu_2$  — в немагнитной. Мы также предполагаем в этой работе, что размеры рассматриваемого образца композитного материала достаточно большие для того, чтобы при случайном расположении параллельных друг другу ферромагнитных волокон считать, что произошло самоусреднение свойств среды [7], т. е. эффективные свойства разных реализаций неотличимы. И наконец, мы рассматриваем стационарный случай, т. е. считаем, что локальные  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  подчиняются уравнениям Максвелла в виде

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0. \quad (3)$$

Определение продольной компоненты  $\mu_{\parallel}^e$  не представляет трудности. Считая, что  $\langle H \rangle$  направлено вдоль нитей (параллельное направление) из (3) для локального поля находим  $H_{\parallel 1} = H_{\parallel 2}$ , т. е. локальная напряженность магнитного поля в обеих фазах одинакова и равна  $\langle H \rangle_{\parallel}$ . Воспользовавшись этим фактом, можно усреднить ло-

кальный закон

$$B_{\parallel}(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r}, H_{\parallel})H_{\parallel} \quad (4)$$

по объему

$$\langle B_{\parallel} \rangle = \langle \mu(H_{\parallel})H_{\parallel} \rangle = (p\mu_1(\langle H_{\parallel} \rangle) + (1-p)\mu_2)\langle H_{\parallel} \rangle, \quad (5)$$

где  $p$  — концентрация ферромагнитной фазы.

Из (5) сразу же следует выражение для эффективной проницаемости вдоль волокон

$$\mu_{\parallel}^e(\langle H \rangle) = p\mu_1(\langle H \rangle) + (1-p)\mu_2. \quad (6)$$

Задача определения поперечной компоненты сводится к двумерной задаче со случайно распределенными круглыми включениями. Для линейного случая в терминах диэлектрической проницаемости такая задача была поставлена еще Максвеллом [6,8] и решена в приближении уединенных включений. В этом приближении концентрация включений, например, первой фазы считается настолько малой, что искажение полей одним включением никак не сказывается в области других включений [9]. Ясно, что в реальных композитах такое приближение, как правило, не выполняется. Наиболее удачно учет влияния включений друг на друга в линейном случае учитывается в приближении самосогласованного поля Бругемана–Ландауера (БЛ) [8,10]. Этот приближенный метод дает хорошее приближение при не сверхбольших значениях неоднородности для всего диапазона концентраций за исключением близких к порогу протекания (при большой неоднородности), где приходится применять методы теории перколяции. Необходимо отметить, что единого решения задача об определении эффективных значений не имеет, при разных концентрациях, геометрии включений и их расположении, вида локального закона могут иметь место разные закономерности. Только в некоторых ситуациях (малая концентрация включений, концентрация близкая к порогу протекания, особая геометрия расположения фаз в двумерном случае, ...) возможно универсальное, хотя и приближенное, решение, зависящее от малого числа параметров, например мерности задачи.

В настоящей работе мы при определении эффективного значения магнитной проницаемости поперек волокон  $\mu_{\perp}^e$  воспользуемся модифицированным для нелинейного случая приближением БЛ [11,12]. Следуя [11,12], будем считать, что локальное поле внутри нелинейных включений постоянно и с учетом этого будем характеризовать нелинейную фазу некоторой постоянной магнитной проницаемостью  $\tilde{\mu}_1$

$$\tilde{\mu}_1 = \langle \mu(H_{\perp}) \rangle_1, \quad (7)$$

где усреднение  $\langle \dots \rangle_1$  берется по объему включений.

Поскольку теперь среда состоит из двух ”линейных” фаз  $\mu_2$  и  $\tilde{\mu}_1$  для нахождения эффективной магнитной

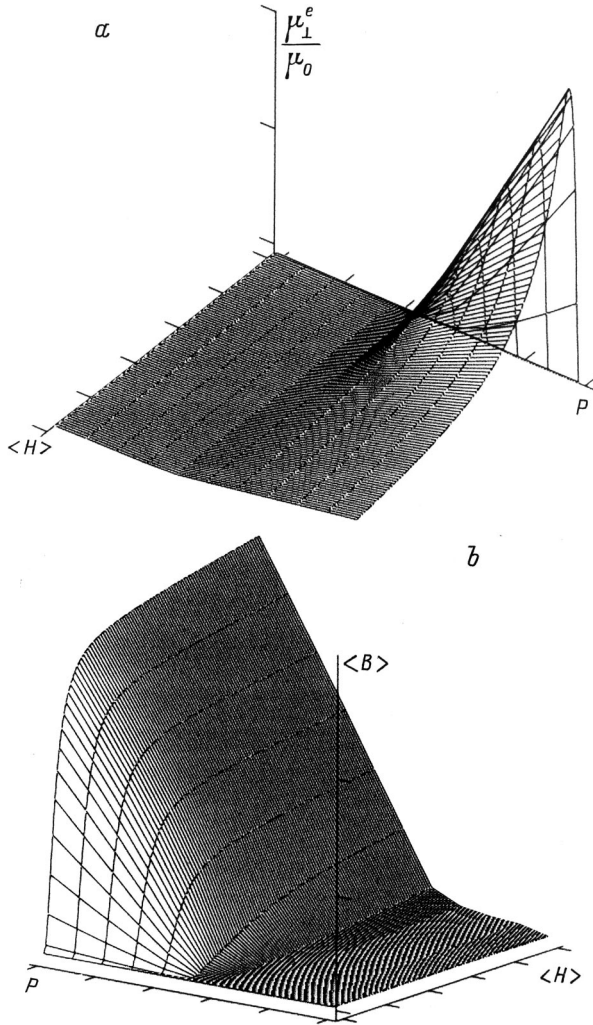


Рис. 3. Средняя по объему индукция магнитного поля и  $\mu_{\perp}^e$  как функция среднего по объему магнитного поля  $\langle H_{\perp} \rangle$ .

проницаемости можно воспользоваться стандартной процедурой БЛ [10,8,13]

$$\mu_{\perp}^e = \frac{1}{2}(1-2p)(\mu_2 - \tilde{\mu}_1) + \frac{1}{2}\sqrt{(1-2p)^2(\mu_2 - \tilde{\mu}_1)^2 + 4\mu_2\tilde{\mu}_1} \quad (8)$$

Как хорошо известно [7], при размерах образца, больших размера самоусреднения (корреляционного радиуса),  $\langle \mathbf{BH} \rangle = \langle \mathbf{B} \rangle \langle \mathbf{H} \rangle$ , откуда с учетом (2) и (7) [11,12]

$$\langle H^2 \rangle_1 = \frac{\langle H^2 \rangle}{p} \frac{\partial \mu_e}{\partial \tilde{\mu}_1}. \quad (9)$$

Следующее (после замены  $\mu_1 = \mu_1(H_{\perp})$  на  $\tilde{\mu}_1 = \langle \mu(H_{\perp}) \rangle_1$ ) необходимое приближение состоит в определении  $\tilde{\mu}_1$  как функции  $\langle H_{\perp}^2 \rangle_1$

$$\tilde{\mu}_1 = \langle \mu(H_{\perp}) \rangle_1 \approx \mu_1 \left( \sqrt{\langle H_{\perp}^2 \rangle_1} \right). \quad (10)$$

Такое приближение хорошо оправдало себя при вычислении эффективной удельной проводимости нелинейных двухфазных композитов [11,12] для так называемого случая сильно нелинейной вольт-амперной характеристики [14,15]. Подстановка (10) в (8) и (8) в (9) дает уравнение для определения  $\langle H_{\perp}^2 \rangle_1$

$$\langle H_{\perp}^2 \rangle_1 = \frac{\langle H_{\perp}^2 \rangle}{2p} \left[ 2p - 1 + \frac{2\mu_2 - (1-2p)^2(\mu_2 - \tilde{\mu}_1)}{\sqrt{(1-2p)^2(\mu_2 - \tilde{\mu}_1)^2 + 4\mu_2\tilde{\mu}_1}} \right]. \quad (11)$$

Определяя из (11)  $\langle H_{\perp}^2 \rangle_1$  и подставляя в (10), находим эффективную магнитную проницаемость нелинейного композита как функцию концентрации, параметров локальной функции нелинейности  $\mu_1 = \mu_1(H_{\perp})$  и внешнего магнитного поля  $\langle H_{\perp} \rangle$ . На рис. 3 показана зависимость эффективной магнитной проницаемости для конкретного вида локальной зависимости. При  $p = 1$ , как и должно быть,  $\mu_{\perp}^e(\langle H_{\perp} \rangle)$  переходит в проницаемость ферромагнитной фазы, при  $p = 0$  — второй, немагнитной.

Как и стандартное приближение БЛ, его нелинейное обобщение приводит к перколяционному подобному поведению  $\mu_{\perp}^e$ . Из рис. 3,а видно, что при определенных значениях поля  $\langle H_{\perp} \rangle$  (таких что  $\mu_{\perp}^e(\langle H_{\perp} \rangle, p = 1)/\mu_0 \gg 1$ ) наблюдается резкое возрастание эффективной проницаемости при прохождении концентрации через пороговое значение. Количественное описание припороговой области, например, определение численных значений критических индексов и их зависимости от  $\langle H_{\perp} \rangle$ , возможно только в рамках теории перколяции [16]. Заметим также, что  $\langle H_{\perp} \rangle_{\max}$ , тогда значение внешнего поля, при котором  $\mu_{\perp}^e(p = \text{const})$  имеет максимальное значение, зависит от концентрации  $\langle H_{\perp} \rangle_{\max} = f(p)$ .

Выражаем благодарность П. Розену, Т. Бойкеру, И. Розенмеллеру за плодотворное обсуждение и Пак-Минг Хью, Д. Кальону и Г. Адачи за присылку отгисков работ. А. Снарский благодарен H. Rosen Engineering GmbH за гостеприимство во время работы над статьей.

## Список литературы

- [1] Fiske T.J., Gokturk H.S., Kalyon D.M. // J. Mat. Sci. 1997. Vol. 32. P. 5551–5560.
- [2] Gokturk H.S., Fiske T.J., Kalyon D.M. // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 73. P. 5598–5600.
- [3] Shui X., Chung D.D.L. // J. Elec. Mat. 1996. V. 25. P. 930–934.
- [4] Arlot R., Izumi H., Machida K. et al. // J. Magnetism and Magnet. Mat. 1997. Vol. 172. P. 119–127.
- [5] Wong S.K., Zhao B., Ng T.K. et al. // Eur. J. Phys. 1999. Vol. B10. P. 481–485.
- [6] Proc. 4<sup>th</sup> Intern. Conf. Elect. Transp. And Optic. Prop. of Inhomog. Media / Ed. A.M. Dykhne. Phys. A. 1997. Vol. 241. N 1–2 / Ed. P.-M. Hui. Phys. 1999. Vol. B279. N 1–3.
- [7] Dykhne A.M. // Sov. Phys. JETP. 1971. Vol. 32. P. 63–65.

- [8] *Landauer R.* // J. Appl. Phys. 1952. Vol. 23. P. 779–784.
- [9] *Landau L.D., Lifshitz E.M.* // Electrodynamics of Continuous Media. Perg. Press. Oxford, 1960. P. 620.
- [10] *Bruggeman D.A.* // Ann. Phys. (Leipzig). 1935. Vol. 24. P. 636–679.
- [11] *Hui P.M., Cheung P., Kwong Y.R.* // Physica. 1997. Vol. A241. P. 301–309.
- [12] *Hui P.M., Woo Y.F., Wan W.M.V.* // J. Phys. 1995. Vol. C7. P. L593–L597.
- [13] *Clerc J.P., Giraud G., Laugier J.M., Luck J.M.* // Adv. Phys. 1990. Vol. 39. P. 191–308.
- [14] *Kenkel S.W., Straley J.P.* // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 767–770.
- [15] *Straley J.P., Kenkel S.W.* // Phys. Rev. 1984. Vol. B29. P. 6299–6305.
- [16] *Stauffer D., Aharony A.* // Introduction to Percolation Theory. London: Washington: Taylor & Francis, 1992. P. 181.