10;12

Оптимизация характеристик стационарного глубоководного амплитудного черенковского детектора мюонов

© В.С. Кинчаков

Вычислительный центр Дальневосточного отделения РАН,
680063 Хабаровск, Россия
e-mail: kinchakov@as.fe.ru

(Поступило в Редакцию 4 апреля 2000 г. В окончательной редакции 26 марта 2001 г.)

Аналитически выявлено условие однозначного восстановления азимутального угла трека мюона, налагаемое на конструкции как амплитудных, так и временны́х детекторов. Сформулирован оптимальный алгоритм однозначной реконструкции трека мюона амплитудным черенковским детектором. Проведена оптимизация не только по конструкции детектора, но и по методам статистической оценки вспомогательных параметров трека мюона. Предложен оригинальный метод вычисления доверительной области параметров траектории мюона, основанный на найденном алгоритме решения соответствующей задачи нелинейного программирования.

Введение

Как известно [1,2], трудно переоценить роль глубоководного стационарного детектора мюонов для целей локации источников мюонов и нейтрино. Для этого широко применяется вертикальная цепочка четырех модулей ("стринг"), которая не позволяет однозначно восстановить траекторию мюона [1]. В настоящей работе показано, что однозначное восстановление трека мюона возможно для несимметричных детекторов, содержащих не менее шести модулей. Кроме того, практика из соображений экономии часто требует минимально возможного количества модулей в детекторе. В отличие от "стринга" рассматриваемый детектор состоит из шести модулей, расположенных в вершинах двух равносторонних одинаковых треугольников, плоскости которых параллельны, а центры находятся на оси, перпендикулярной плоскостям треугольника. Нижний треугольник отстоит от верхнего на расстоянии H и повернут на угол 60° относительно оси, соединяющей центры треугольников. Треугольники вписаны в окружности диаметра D.

Общим образом удалось выявить условие однозначной реконструкции азимутального угла трека мюона, налагаемое на конструкции как амплитудных, так и временны́х детекторов. Оказалось, что для этого детектор должен содержать не менее трех модулей с ненулевыми координатами по вертикали для любого выбора начала системы отсчета и при этом проекции этих модулей на горизонтальную плоскость не должны лежать на прямой с угловым коэффициентом, равным единице.

В данной работе кроме изложения метода реконструкции траектории мюона рассматриваются и различные методы вычисления статистических оценок восстановленных параметров траектории мюона, необходимость которых вызвана статистическим характером сигнала на фотоэлектронном умножителе (ФЭУ). Проведены сравнительные расчеты, показавшие, что комбинированное использование метода правдоподобия (МП) и метода наименьших квадратов (МНК) позволяет получить практически несмещенные оценки параметров траектории мюона. Прослежено влияние увеличения размеров детектора на точность восстановления параметров траектории мюона.

В известных к настоящему времени публикациях [1,2], посвященных анализу как временны́х, так и амплитудных детекторов, вопрос о вычислении доверительного интервала даже и не ставился. В данной работе предлагается оригинальный метод определения доверительной области параметров траектории мюона, основанный на прямом решении систем неравенств, полученных из пуассоновского распределения сигналов на ФЭУ. С математической точки зрения данная задача является задачей нелинейного программирования, для которой не существует общего алгоритма решения. В связи с этим для данной задачи был разработан численный алгоритм решения и проведены соответствующие расчеты.

Так же как и для "стринга" [1], задача восстановления координат релятивистского мюона по его черенковскому излучению с помощью рассматриваемых конструкций детекторов решается при следующих предположениях: траектория мюона в области регистрации черенковского излучения является прямой линией; модули конструкции детектора рассматриваются как математические точки.

Алгоритм реконструкции трека мюона

В настоящем разделе излагается метод восстановления траектории мюона, основанный на решении нелинейной системы уравнений, полученной в результате сравнения амплитуд сигналов-откликов различных ФЭУ черенковского детектора. Амплитуда A_i сигнала-отклика i-ФЭУ есть

$$A_i = n_i \cos\beta_i, \tag{1}$$

где β_i — угол между нормалью к окну i-ФЭУ и траекторией черенковского фотона; поток n_i черенковских фотонов, прошедших от трека мюона расстояние R_i, равен [2]

$$n_i = n_0 \exp(-R_i/R_0)/(2\pi R_i). \qquad (2)$$

Здесь R_0 — расстояние, на котором поток уменьшается в e раз; n_0 — число генерируемых фотонов с единицы длины трека мюона. Поместим начало координат в центр верхнего треугольника модулей детектора и направим ось z вертикально. Траектория мюона, являющаяся прямой линией, может быть описана четырьмя независимыми параметрами: Θ, ϕ — зенитный и азимутальный углы направляющего вектора $\mathbf{a}$ произвольной траектории и две координаты x_1 и y_1 точки пересечения траектории мюона с плоскостью $z = 0$. Тогда кратчайшее расстояние от траектории до i-детектора равно

$$l_i = \Big[\left(z_i^0\right)^2\left(a_x^2 + a_y^2\right) + \left(x_1 - x_i^0\right)^2\left(a_y^2 + a_z^2\right) + \left(y_1 - y_i^0\right)^2\left(a_x^2 + a_z^2\right) + 2\left(y_1 - y_i^0\right)a_y\big(a_z z_i^0 - a_x\left(x_1 - x_i^0\right)\big) + 2a_x a_z\left(x_1 - x_i^0\right)z_i^0\Big]^{1/2}. \qquad (3)$$

Здесь x_i^0, y_i^0, z_i^0 — декартовы координаты радиус вектора $\mathbf{r}_i^0$, определяющего положение i-го ФЭУ. Отметим, что искомые параметры Θ, ϕ, x_1, y_1 входят в выражение (3) нелинейно. Специально отметим, что для модулей, имеющих координату $z_i^0 = 0$, замена $\phi \to \pi/2 - \phi$ оставляет соответствующие l_i неизменными; для модулей, имеющих координату $z_i^0 \neq 0$, сделанное утверждение справедливо, если

$$y_i^0 = x_i^0 + y_1 - x_1. \qquad (4)$$

Это означает принципиальную неразличимость таких траекторий детекторами, удовлетворяющими уравнению (4), как амплитудными, так и временны́ми, поскольку алгоритм восстановления параметров временны́м детектором также основан на выражении (3). Поэтому любой детектор, однозначно восстанавливающий параметр ϕ любой траектории мюона, должен иметь не менее трех модулей с координатами $z_i^0 \neq 0$, причем проекции этих модулей на плоскость $z_i^0 = 0$ не должны удовлетворять уравнению прямой (4).

Симметрия $\phi \to \pi - \phi$ решений уравнений для траектории мюона, установленная в [1] для "стринга", для данной конструкции детектора не имеет места.

Для расстояния R_i имеем

$$R_i = \left[\left(x_B - x_i^0\right)^2 + \left(y_B - x_i^0\right)^2 + \left(z_B - z_i^0\right)\right]^{1/2}, \qquad (5)$$

где декартовы координаты точки испускания фотона, попавшего в ФЭУ, есть

$$x_B = \left(a_z x_1/a_x - a_z' x_i^0/a_x' + z_i^0 - z_1\right) / \left(a_z/a_x - a_z'/a_x'\right), \qquad (6)$$

$$y_B = \left(a_z y_1/a_y - a_z' y_i^0/a_y' + z_i^0 - z_1\right) / \left(a_z/a_y - a_z'/a_y'\right), \qquad (7)$$

$$z_B = \left(a_x z_1/a_z - a_x' z_i^0/a_z' + x_i^0 - x_1\right) / \left(a_x/a_z - a_x'/a_z'\right), \qquad (8)$$

где a_x', a_y', a_z' — декартовы компоненты направляющего вектора траектории $\mathbf{a}$ черенковского фотона.

Формулы (6)–(8) следуют из уравнений траектории мюона и траектории черенковского фотона.

Сферические углы Θ', ϕ' траектории фотона связаны со сферическими углами Θ, ϕ траектории мюона соотношениями

$$\cos\Theta' = \cos\Theta\cos\alpha - \sin\Theta\sin\alpha\cos\psi_i^0, \qquad (9)$$

$$\sin(\phi' - \phi) = \sin\psi_i^0 \sin\alpha / \sin\Theta', \qquad (10)$$

$$\cos(\phi' - \phi) = (\cos\alpha - \cos\Theta\cos\Theta')/(\sin\Theta\sin\Theta'), \qquad (11)$$

$$\cos\alpha = 1/n, \qquad (12)$$

где n — показатель преломления среды; ψ_i^0 — угол между плоскостью, проходящей через траекторию мюона и ось z, и плоскостью, содержащей траектории мюона и черенковского фотона.

Отметим, что если $\sin\Theta = 0$, то

$$\cos(\phi' - \phi) = \cos\psi_i^0. \qquad (13)$$

Путем несложных выкладок можно показать, что

$$\cos\psi_i^0 = (-a_y A_2 + a_x B_2)/\left[\left(a_x^2 + a_y^2\right)\left(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2\right)\right]^{1/2}, \qquad (14)$$

$$A_2 = z_i^0 a_y/a_z + y_1 - y_i^0, \qquad (15)$$

$$B_2 = -z_i^0 a_x/a_z - x_1 + x_i^0, \qquad (16)$$

$$C_2 = \left(y_i^0 - y_1\right)a_x/a_z + \left(x_1 - x_i^0\right)a_y/a_z. \qquad (17)$$

Знак $\sin\psi_i^0$ устанавливается по знаку смешанного произведения

$$(\mathbf{a}[\mathbf{n}_1\mathbf{n}_2]) = C_2\left(a_x^2 + a_y^2\right)/a_z - a_y B_2 - a_x A_2, \qquad (18)$$

где $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$ — линии пересечения упомянутых выше плоскостей с плоскостью, перпендикулярной к траектории мюона, причем $\mathbf{n}_1$ принадлежит плоскости, содержащей траекторию мюона и ось z.

Взяв отношение амплитуд сигналов-откликов i- и j-ФЭУ, имеем

$$A_i/A_j = R_j\cos\beta_i \exp\big((R_j - R_i)/R_0\big)/(R_i\cos\beta_j). \qquad (19)$$

Параметры Θ, ϕ, x_1, y_1 траектории мюона находятся решением системы нелинейных уравнений (19), причем четыре необходимых для этого уравнения устанавливались следующим образом. Для каждой траектории мюона модули детектора перенумеровывались в порядке убывания чисел зарегистрированных фотонов. Взяв отношения сигналов первых четырех модулей к сигналу пятого модуля (в новой нумерации), получаем искомую систему четырех уравнений. Специально подчеркнем, что вопрос о количестве корней системы нелинейных уравнений достаточно нетривиален и в общем случае их число может быть от нуля до бесконечности. Система нелинейных уравнений (19) решалась численно методом Ньютона. В качестве начального приближения использовалась прямая, проходящая через модуль из верхнего треугольника и модуль из нижнего треугольника модулей детектора, которые зарегистрировали для данной траектории мюона максимальные числа фотонов. При таком выборе начального приближения следует ожидать, что начальная точка итерационного процесса находится недалеко от истинного решения. Проведенные расчеты показали, что система четырех нелинейных уравнений (19) имеет два решения. Если найденное решение удовлетворяло и новой системе уравнений (19), в которой использовался вместо четвертого модуля шестой, то тем самым ложне решение исключалось. Непосредственными тестовыми расчетами было показано, что данный алгоритм восстанавливает истинную траекторию однозначно и быстро. По-видимому, быстрота восстановления траектории связана с удачным выбором начального приближения.

Статистические оценки восстановленных параметров траектории мюона амплитудным детектором

Для статистических оценок, восстановленных параметров траектории мюона использовалось выражение [2] для средней амплитуды на входе i-го ФЭУ

$$\bar{A}_i = C_A \exp\left(-l_i/(R_0 \sin\alpha)\right)/l_i, \qquad (20)$$

где $C_A = 8.57\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{photoelectron}$.

Эта амплитуда являлась параметром пуассоновского распределения сигнала A_i на выходе i-го ФЭУ. По регистрируемым амплитудам A_i не всегда удавалось найти решение уравнений (19). В этом случае оценка проводилась либо по (МП)

$$\sum_{j=1}^{6}\left(\bar{A}_j - A_j\right)\left(1/l_j - 1/(R_0\sin\alpha)\right)\frac{\partial l_j}{\partial x_k} = 0, \qquad (21)$$

где $x_k = \Theta, \phi, x_1, y_1$, а суммирование распространялось на все шесть ФЭУ, так как именно такое их количество в данной конструкции детектора необходимо для однозначного определения параметров траектории мюона, либо по модификации метода правдоподобия (ММП) с двумя системами уравнений (21) и суммированием по двум пятеркам ФЭУ, используемым для однозначного восстановления траектории, причем в качестве оценки параметров траектории отбиралась полусумма близких решений этих двух систем уравнений, либо по (МНК) [2], где минимизировался функционал

$$S' = \sum_{j=1}^{6}\left(A^2_{i\,\mathrm{exp}} - A^2_{i\,\mathrm{theor}}\right)^2/D\left(A_i^2\right), \qquad (22)$$

$$D\left(A_i^2\right) = 4A_i^3 + 6A_i^2 + A_i. \qquad (23)$$

Начальные приближения параметров траектории для решения уравнений правдоподобия находились посредством случайного розыгрыша [3] и удовлетворяли условию

$$A_i^{\min} < A_i\left(\Theta^H, \phi^H, x_1^H, y_1^H\right) < A_i^{\max}, \qquad (24)$$

где границы доверительного интервала $A_i^{\min}$, $A_i^{\max}$ выбирались с коэффициентом доверия 0.99 [4].

Практически максимальное значение доверительной вероятности выбрано из соображений учета и сигналов ФЭУ с максимальным отклонением от среднего. В этом случае для детекторов с числом модулей меньше шести в принципе можно ожидать, что начальное приближение может быть далеким от истинного решения и близким к другим корням системы уравнений (19), что будет приводить к смещенности статистических оценок.

В заключение данного раздела изложим предложенный автором метод нахождения доверительных интервалов параметров таектории мюона, основанный на решении соответствующей задачи нелинейного программирования. По заданной доверительной вероятности α' и средней амплитуде $\bar{A}_i$ (20) на входе i-ФЭУ можно установить [4] доверительные интервалы $A_i^{\min} - A_i^{\max}$, а следовательно, и соответствующие им в (20) $l_i^{\max} - l_i^{\min}$. Для нахождения доверительной области параметров траектории мюона предлагается искать итеративным путем максимум целевой функции

$$F = \sum_{i=1}^{N}\Big[l_i^{\max}\left(x_j^{\max}, x_j^{\min}\right) - l_i^{\min}\left(x_k^{\max}, x_k^{\min}\right)\Big] \Big/ \Big[N\left(l_i^{\max} - l_i^{\min}\right)\Big] \qquad (25)$$

при условии выполнения

$$l_i^{\min} \le l_i^{\max(\min)}\left(x_j^{\min}, x_j^{\max}\right) \le l_i^{\max}\, j = 1, 2, 3, 4. \qquad (26)$$

Здесь N — общее число модулей детектора. Связь величин l_i (3) с параметрами $x_j = \Theta, \phi, x_1, y_1$ траектории мюона нелинейная и немонотонная, и это существенным образом усложняет нахождение доверительной области. Отсутствие монотонности зависимости l_i от параметров x_j приводит к необходимости рассматривать всевозможные наборы переменных $x_j^{\max}$ и $x_j^{\min}$ в неравенствах (26) и выбирать на каждом шаге те из них, которые соответствуют наибольшему значению целевой функции F. По существу данная задача является задачей нелинейного программирования, для которой не существует общего алгоритма решения. В принципе следует ожидать, что увеличение числа модулей детектора N будет уменьшать доверительную область.

Отметим, что поскольку для однозначного восстановления траектории необходимо задействовать все модули детектора, то считалось, что все они срабатывают при пролете мюона. Кроме того, принималось, что в модуле всего один ФЭУ.

Результаты расчетов

Если не отмечено специально, то обсуждаемые ниже расчеты проведены для детектора диаметра $D = 5\,\mathrm{m}$ и высоты $H = 15\,\mathrm{m}$. Прежде всего рассмотрим результаты расчетов доверительной области параметров траектории. Специально созданная программа для отыскания максимума целевой функции (25) при условии

Таблица 1. Доверительные интерваалы параметров траектории мюона для двух вариантов траектории и в зависимости от доверительной вероятности α'

№ варианта	α'	F	$\Theta_{\min}$, rad	$\Theta_{\max}$, rad	$\phi_{\min}$, rad	$\phi_{\max}$, rad	$x_1^{\min}$, m	$x_1^{\max}$, m	$y_1^{\min}$, m	$y_1^{\max}$, m
1	0.9	0.88	0.064	1.17	0.16	4.83	10^{-5}	13.1	10^{-5}	11.9
	0.99	0.90	0.126	1.57	0.05	1.13	0.73	30.4	0.13	36.4
2	0.9	0.84	10^{-5}	0.86	0.064	4.78	0.28	18.3	10^{-5}	2.80
	0.99	0.82	0.020	1.38	10^{-5}	6.07	10^{-5}	31.6	10^{-5}	24.2

выполнения неравенств (26) являлась сложной суперпозицией градиентного метода и метода Монте-Карло и тестировалась примером, в котором вначале задавались параметры $x_j^{\min}$, $x_j^{\max}$ и по этим параметрам вычислялись $l_i^{\min}$ и $l_i^{\max}$, а затем предложенным методом восстанавливались заданные параметры. В табл. 1 вычислены границы доверительных интегралов для двух вариантов параметров траектории мюона: 1) $\Theta = 20°$, $\phi = 45°$, $x_1 = 3.0\,\mathrm{m}$, $y_1 = 3.0\,\mathrm{m}$; 2) $\Theta = 10°$, $\phi = 45°$, $x_1 = 1.0\,\mathrm{m}$, $y_1 = 2.0\,\mathrm{m}$. Сравнительно большая величина доверительных интервалов объясняется как малым уровнем $\bar{A}_i$ на входе каждого ФЭУ и, следовательно, большим относительным отличием $A_i^{\min}$ и $A_i^{\max}$ от $\bar{A}_i$, так и небольшим количеством модулей в рассматриваемом детекторе.

Рассмотрим результаты расчетов эффективной площади восстановления потока траекторий с параметрами Θ и ϕ

$$S_{\mathrm{eff}} = \int_S P_{(6)}(x_1, y_1, \Theta, \phi)\, dS, \tag{27}$$

где S — площадка, перпендикулярная потоку, $P_{(6)}$ — вероятность регистрации траектории детектором

$$P_{(6)} = \prod_{i=1}^{6} P_i, \tag{28}$$

а

$$P_i = 1 - \exp\left(-\bar{A}_i\right) \tag{29}$$

— вероятность регистрации модулем на уровне не менее одного фотоэлектрона.

Результаты расчетов эффективной площади S_{eff} восстановления потока траекторий для различных углов Θ и ϕ приведены в табл. 2, а вероятность регистрации трека детектором в зависимости от параметров Θ, $x_1 = y_1$ — в табл. 3. Видно, что вероятность регистрации трека детектором существенно уменьшается при увеличении расстояния от центра детектора, достигая пренебрежимо малой величины для значений параметра $x_1 = y_1 = 4\,\mathrm{m}$, и несколько уменьшается при увеличении угла Θ. Эффективная площадь S_{eff} восстановления плоского потока траекторий уменьшается с увеличением угла Θ и практически не зависит от угла ϕ, что и следовало ожидать для данной конструкции детектора, достаточно симметричной по углу ϕ.

В табл. 4 приведены результаты расчетов статистических оценок параметров двух реальных траекторий тремя изложенными выше методами. Прежде всего отметим, что достаточная для качественного анализа устойчивость статистических оценок достигается при объеме N_u выборки в сто событий (ср. третью и четвертую строки в табл. 4). Можно утверждать, что МНК по сравенению с МП и ММП дает, вообще говоря, более смещенные оценки всех параметров трека мюона, кроме угла ϕ, который восстанавливается данным методом вполне удовлетворительно для обоих вариантов траекторий. Два других метода МП и ММП восстанавливают угол ϕ гораздо хуже. МП по сравнению с ММП дает более несмещенные оценки параметров трека мюона. Расчеты показали, что существуют детекторы в рамках данной конфигурации, дающие практически несмещенную оценку некоторых параметров реального трека при комбинированном использовании алгоритмов МП и МНК (ср. первую со второй и пятой строками в табл. 4). В принципе следует ожидать, что увеличение числа модулей в детекторе улучшит несмещенность оценок.

Что касается второго варианта трека мюонов (с большим удалением от центра детектора), вероятность реги-

Таблица 2. Эффективная площадь S_{eff} восстановления плоского потока траекторий мюонов в зависимости от параметров Θ и ϕ ($H = 5\,\mathrm{m}$)

Θ, °	ϕ, °	S_{eff}, m^2
10	45	12.1
30	45	10.6
50	45	6.2
10	145	12.1
30	145	10.7
50	145	6.78

Таблица 3. Вероятность $P_{(6)}$ регистрации трека детектором в зависимости от параметров Θ и $x_1 = y_1$ траектории мюона

Θ, °	$x_1 = y_1$ (m)	$P_{(6)}$
10	0.5	0.421
30	0.5	0.293
10	1.0	0.339
30	1.0	0.245
10	2.0	0.152
30	2.0	0.107
10	4.0	0.0132
30	4.0	0.00628

Таблица 4. Статистические оценки параметров Θ, ϕ, x_1, y_1 траектории мюона с соответствующими среднеквадратичными отклонениями σ_Θ, σ_ϕ, σ_{x_1}, σ_{y_1} для двух траекторий, восстановленных тремя методами МП, ММП, МНК

N_u	$\Theta, ^\circ$	$\phi, ^\circ$	x_1, m	y_1, m	$\sigma_\Theta, ^\circ$	$\sigma_\phi, ^\circ$	σ_{x_1}, m	σ_{y_1}, m	Примечания
–	10	45	1.0	2.0	–	–	–	–	Параметры реального трека
100	7.32	71.9	0.825	2.02	0.96	3.45	0.0806	0.177	МП $H = 5$ m
900	10.5	79.3	1.1	2.9	0.32	0.91	0.021	0.05	ММП $H = 5$ m
100	9.16	78.6	0.997	2.74	1.00	2.90	0.0662	0.153	ММП $H = 5$ m
400	30.4	54.5	0.848	2.36	2.86	5.20	0.135	0.206	МНК $H = 5$ m
–	20	70	3.0	4.0	–	–	–	–	Параметры реального трека
100	19.2	101.0	1.53	2.21	1.65	5.16	0.114	0.141	МП $H = 5$ m
100	11.9	91.1	1.56	2.20	0.589	2.84	0.986	0.138	ММП $H = 5$ m
200	6.51	92.9	2.81	2.41	0.622	3.51	0.187	0.235	ММП $D = 10$ m
400	39.2	60.4	0.89	1.7	3.18	7.15	0.137	0.207	МНК $H = 5$ m

страции которого вариантом детектора с $D = 5$ m весьма невелика (табл. 3), то оказывается, что существенное увеличение размеров детектора (девятая строка таблицы) дает гораздо более несмещенную оценку параметра x_1 траектории мюона с одновременным значительным уменьшением среднеквадратичной ошибки σ_{x_1} (ср. восьмую и девятую строки в табл. 4), но заметно ухудшает оценку параметра Θ, хотя следует иметь в виду, что МП изначально дает практически несмещенную оценку Θ (ср. шестую и седьмую строки в табл. 4). Одновременно с увеличением размеров детектора также улучшается оценка параметра y_1, а оценка параметра ϕ остается той же.

Заключение

В отличие от обычной практики рассмотрена несимметричная конфигурация амплитудного детектора минимально возможным количеством модулей, необходимых для однозначного восстановления траектории мюона. Аналитически установлено, что для однозначного восстановления азимутального угла трека мюона детектор должен содержать не менее трех модулей с координатами $z_i^0 \neq 0$, а координаты x_i^0 и y_i^0 этих модулей не должны удовлетворять уравнению прямой (4). Это утверждение справедливо как для амплитудных, так и для временны́х детекторов. Разработан эффективный экономичный алгоритм однозначной реконструкции трека мюона.

Проведена оптимизация не только по конструкции и размерам детектора, но и по выбору метода статистической оценки восстановленных параметров траектории мюона амплитудным детектором. Непосредственными расчетами показана, предпочтительность применения МП для статистических оценок параметров Θ, x_1, y_1 трека мюона. Параметр ϕ траектории мюона лучше всего оценивать с помощью МНК. Детектор с размерами $D = 5$ m и $H = 5$ m является вполне удовлетворительным для реконструкции трека мюона в области, где вероятность регистрации детектора данного трека не менее 0.1 при условии комбинированного использования МП и МНК. Для траекторий удаленных от детектора смещенность статистических оценок параметров x_1 и y_1 трека мюона может быть уменьшена увеличением размеров детектора. В принципе несмещенность оценок может быть улучшена и путем увеличения числа модулей в детекторе.

Предложен оригинальный метод определения доверительных интервалов параметров трека мюона, основанный на разработанном алгоритме численного решения соответствующей задачи нелинейного программирования. Для этого построена целевая функция и найден эффективный алгоритм отыскания ее максимума при условии выполнения системы неравенств, возникающих из пуассоновского распределения сигнала на ФЭУ. Для двух вариантов траектории мюона данным методом найдены доверительные интервалы параметров траекторий мюона.

Автор выражает благодарность В.В. Кобылянскому за стимулирование данной работы.

Список литературы

[1] *Пустоветов В.П.* Препринт ФИАН. М., 1986. № 146. 14 с.

[2] *Айнутдинов В.И., Данильченко И.А., Яшин П.Я.* // Тр. 1-й Всесоюз. конф. "Исследование мюона и нейтрино в больших водных обьемах". Алма-Ата, 1983. С. 195–202.

[3] *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 171 с.

[4] *Большев Н.Л., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1968. 739 с.