

01;07;12

## О возможности детектирования гравитационных волн по сдвигу резонансной частоты оптического резонатора

© Г.Г. Карапетян

Ереванский физический институт,  
375036 Ереван, Армения  
e-mail: gkarap@crdix5.yerphi.am

(Поступило в Редакцию 3 мая 2000 г. В окончательной редакции 29 января 2001 г.)

Под воздействием гравитационной волны (ГВ) длина оптического резонатора (ОР), а следовательно и его резонансная частота меняются. В обычном резонаторе такой сдвиг частоты крайне мал и не может быть зарегистрирован. Предлагаемый новый метод позволяет получить очень сильную зависимость между изменением длины ОР и сдвигом резонансной частоты. В результате при воздействии, например, ГВ напряженностью  $10^{-21}$  резонансная частота ОР смещается более чем на 10 кГц, что может быть легко обнаружено.

Разрабатываемые в настоящее время установки для детектирования гравитационной волны (ГВ) [1–4] основаны на лазерной интерферометрии. Предполагается зафиксировать малое изменение разности фаз между двумя лазерными лучами, распространяющимися в двух взаимоперпендикулярных плечах интерферометра. Эта разность фаз появляется поскольку под воздействием ГВ длины плеч интерферометра осциллируют с частотой ГВ: причем когда одна из них увеличивается, другая уменьшается. Согласно реалистическим теоретическим оценкам ГВ, излучаемые некоторыми астрофизическими объектами имеют у Земли напряженность  $h$  порядка  $10^{-21}$ , что определяет относительное изменение  $\Delta L$  длины плеча  $L$  интерферометра  $|\Delta L/L| = h \sim 10^{-21}$ . Так как современная лазерная интерферометрия способна измерять абсолютные смещения вплоть до  $10^{-16}$  см, то для детектирования ГВ нужно иметь достаточно длинные  $L$ . Например, в наиболее крупном проекте LIGO длины плеч интерферометров равны 4 км [4].

Другая возможность детектирования ГВ основана на использовании оптического резонатора (ОР). Как известно, резонансная частота ОР  $f_0$  определяется из того условия, что на его длине  $L$  укладывается целое число полуволн, или, что то же самое, фаза волны вдоль длины ОР изменяется на целое число  $\pi$ , т. е.

$$2\pi f_0 L/c = m\pi, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света,  $m$  — целое число.

Под воздействием ГВ длина ОР, а следовательно, и его резонансная частота слегка меняются, причем из предыдущего условия следует, что смещение резонансной частоты  $\delta f$  прямо пропорционально изменению длины ОР

$$\delta f = f_0 |\Delta L/L| = f_0 h. \quad (2)$$

Для  $f_0 = 3 \cdot 10^{14}$  Hz и  $h \sim 10^{-21}$  из (2) получается  $\delta f \sim 10^{-7}$  Hz, т. е. в обычном резонаторе смещение резонансной частоты, обусловленное воздействием ГВ, крайне мало и практически не может быть зарегистрировано.

В настоящей работе предлагается новый метод, позволяющий получить другую, гораздо более сильную, чем (2), зависимость между изменением длины ОР и смещением резонансной частоты. Этот метод, условно названный "методом смещения фазы", был разработан для существенного улучшения характеристик оптического гироскопа [5] и состоит в установке в ОР специального фазосдвигателя ( $\Phi$ ). Тогда резонансная частота  $f_1$  подчиняется вместо (1) требованию

$$2\pi f_1 L/c + \varphi(f_1) = m\pi, \quad (3)$$

где функция  $\varphi(f)$  — это фазочастотная характеристика (ФЧХ) фазосдвигателя, описывающая фазу, приобретаемую волной с частотой  $f$  при проходе через  $\Phi$ .

Задавая в (3) малые смещения  $\Delta L$  и  $\Delta f$  и разлагая  $\varphi(f)$  по степеням в точке  $f_1$ , получаем следующее квадратное уравнение, определяющее зависимость между  $\Delta L$  и  $\Delta f$ :

$$\varphi'' \Delta f^2 + 2[\varphi' + 2\pi(L + \Delta L)/c] \Delta f + 4\pi f_1 \Delta L/c = 0, \quad (4)$$

где  $\varphi'$  и  $\varphi''$  — соответственно первая производная (крутизна ФЧХ) и вторая производная фазы по частоте невозмущенного резонанса  $f_1$ .

Исследование решений (4) показывает, что при крутизне ФЧХ, равной

$$\varphi' = -2\pi L/c, \quad (5)$$

смещение резонансной частоты с относительной погрешностью  $\sim |\Delta L/L|^{1/2}$  пропорционально квадратному корню от  $\Delta L$

$$\Delta f \approx \pm (-4\pi f_1 \Delta L/c \varphi'')^{1/2}. \quad (6)$$

Отсюда, в частности, следует, что, когда  $\Delta L$  и  $\varphi''$  имеют разные знаки, резонансная частота ОР с  $\Phi$  при малом изменении длины ОР расщепляется на две частоты  $f_1 \pm \Delta f$ . Когда же  $\Delta L$  и  $\varphi''$  имеют одинаковые знаки, (6) дает мнимые значения для  $\Delta f$ , что означает

отсутствие резонансных колебаний в ОР. Для оценки (6) необходимо знать величину  $\varphi''$ , которая может варьироваться в широких пределах для разных  $\Phi$ . При грубой оценке можно положить  $\varphi'' \sim \varphi'/f_1 \sim L/cf_1$ . В результате из (6) для  $\Delta f$  получается величина

$$\Delta f \sim f_1 |\Delta L/L|^{1/2} \sim f_1 h^{1/2} \sim 10 \text{ kHz}, \quad (7)$$

когда в огромной степени превосходит смещение частоты (2) обычного ОР. Таким образом, при наличии  $\Phi$  с крутизной, удовлетворяющей (5), малое изменение длины ОР ведет к образованию двух резонансов (при  $\Delta L\varphi'' < 0$ ) с разностной частотой  $2\Delta f$ , по которой из (6) определяется изменение длины ОР и, следовательно, напряженность ГВ. Заметим, что зависимость (6) сохраняется и при малом нарушении условия (5), пока второй член в (4) не сравнивается по порядку малости с первым. Это происходит при изменении  $\varphi'$  на  $\sim |L\Delta L|^{1/2}/c$ , следовательно, условие (5) может выполняться с относительной погрешностью  $\sim |L/\Delta L|^{1/2}$ , при этом все еще справедливо  $\Delta f/f_1 \sim |L/\Delta L|^{1/2}$ .

Основной проблемой при реализации предлагаемого метода является разработка  $\Phi$  с отрицательной крутизной ФЧХ в некотором малом интервале частот согласно условию (5). В оптике такие  $\Phi$  могут быть созданы на основе сред с аномальной дисперсией (АД), где при увеличении частоты волновое число и, следовательно, разность фаз между выходом и входом  $\Phi$  уменьшаются. В обычном диэлектрике АД сопровождается сильным поглощением и практически не используется. Поэтому можно исследовать активные (усиливающие) среду, в которых АД имеет место на частотах вблизи линии усиления [6], или периодические структуры, где, как известно [7], также возможна АД с малыми потерями.

Таким образом, для детектирования ГВ нами предложен метод, значительно повышающий "чувствительность" резонансной частоты ОР к изменению его длины. Его можно применять также в различных оптических сенсорах, действие которых основано на измерении смещения резонансной частоты ОР. Например, в лазерных гироскопах используется эффект Саньяка [8]: при вращении кольцевого ОР его оптическая длина релятивистски мало изменяется. Из-за этого возникает малое смещение резонансной частоты, по величине которого определяется угловая скорость вращения. Численные оценки [5] показывают что при применении данного метода чувствительность гироскопа возрастает на много порядков и реальным становится измерение угловых скоростей вращения менее  $10^{-9}$  grad/h. Это позволит, в частности, осуществить более точную экспериментальную проверку некоторых фундаментальных физических принципов и геофизических гипотез (подробно см. [9]).

Работа выполнена при поддержке INTAS (грант № 97-30748).

## Список литературы

- [1] *Abramovici A. et al. // Science. 1992. Vol. 256. P. 325.*
- [2] *Bradaschia C. et al. // Nuclear Instr. Phys. Res. 1990. Vol. A 289. P. 518.*
- [3] *Брагинский В.Б. // УФН. 2000. Т. 170. № 7. С. 743.*
- [4] *Dietrich J. // Engin & Sci. 1998. Vol. 61(2). P. 8.*
- [5] *Карапетян Г.Г. // Изв. АН РА. Техника. 2000. Т. 53. № 3. С. 412.*
- [6] *Steinberg A.M., Chiao R.Y. // Phys. Rev. 1994. Vol. A 49. P. 2071.*
- [7] *Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966.*
- [8] *Бычков С.И., Лукьянов Д.П., Бакаляр А.И. Лазерный гироскоп. М.: Наука, 1975.*
- [9] *Stedman G.E. // Rep. Progr. Phys. 1997. Vol. 60. P. 615.*