

01;09;10;12

Высокочастотная фокусировка ионных пучков в аксиально-симметричной периодической структуре линейного ускорителя

© Э.С. Масунов, Н.Е. Виноградов

Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет),
115409 Москва, Россия
e-mail: masunov@dinus.mephi.ru;
masunov@edhem.mephi.msk.su

(Поступило в Редакцию 3 ноября 2000 г.)

Предложен новый подход к анализу движения заряженных частиц в периодических ускоряющих резонансных высокочастотных структурах. Получено трехмерное уравнение движения в гамильтоновой форме, что позволяет подробно изучить связь продольной и поперечной динамики ионных пучков при небольших начальных энергиях. Сформулированы в общем виде условия реализации высокочастотной фокусировки в линейных ионных ускорителях. Основные выводы сравниваются с результатами численного эксперимента по моделированию динамики пучка в полигармоническом поле ускоряющего резонатора. Приведен конкретный вариант протонного ускорителя с высокочастотной фокусировкой, обеспечивающего коэффициент токопрохождения, близкий к ускорителю с пространственно однородной квадрупольной фокусировкой.

Введение

Как известно, достижение одновременно продольной и поперечной устойчивости движения ионного пучка в линейном ускорителе возможно либо при использовании внешних фокусирующих элементов, либо за счет применения ускоряющих полей специальной конфигурации (ВЧ фокусировка). Для ускорителей ионов на малые энергии второй способ является более эффективным. К настоящему моменту известно несколько разновидностей высокочастотной (ВЧ) фокусировки. Это фазопеременная фокусировка (ФПФ), пространственно однородная квадрупольная фокусировка (ПОКФ) и ондуляторная ВЧ фокусировка (ОВФ). Основные принципы ФПФ в одноволновом приближении были сформулированы в [1–3]. Позднее модель с двумя бегущими волнами, одна из которых синхронна с пучком, была взята за основу описания ФПФ [4,5]. При последующем анализе [6] было показано, что в некоторых случаях необходим учет второй несинхронной гармоники ВЧ поля. Случай большого числа пространственных гармоник стоячей волны в приближении коротких зазоров рассматривался в [7]. Методы, использованные для описания ФПФ в отмеченных работах, имеют ряд существенных недостатков. Отсутствует корректный учет связи между продольным и поперечным движениями. Это относится и к влиянию быстрых продольных осцилляций на динамику пучка. Метод усреднения, используемый для анализа ВЧ фокусировки в [5], также не вполне корректен. Таким образом, существующая теория ФПФ не позволяет до конца реализовать все возможности ВЧ фокусировки.

В настоящий момент большой интерес представляет увеличение тока и коэффициента токопрохождения для линейных ускорителей на малые энергии. В рамках обычной теории ФПФ решить поставленную задачу

не представляется возможным. Именно этим обстоятельством объясняется снижение интереса к аксиально-симметричной ВЧ фокусировке в последние годы. В работе [8] за основу описания систем с ВЧ фокусировкой был взят метод усреднения по быстрым осцилляциям (так называемое гладкое приближение). Было показано, что в гладком приближении задача расчета трехмерной динамики пучка сводится к анализу функции Гамильтона. Причем при использовании некоторых свойств решений уравнений Максвелла гамильтониан системы приобретает простой вид [8]. Позже этот же подход был применен в [9,10] для исследования в одночастичном приближении ускорения и фокусировки пучка в полигармоническом поле резонатора.

Данная работа является продолжением исследований, начатых в [9,10], аксиально-симметричной ВЧ фокусировки (АВФ) в периодических резонансных структурах с учетом поля пространственного заряда пучка.

Уравнение движения в гладком приближении

Рассмотрим вначале уравнение движения в одночастичном приближении без учета собственного поля пучка. Представим внешнее ВЧ поле периодической структуры в виде разложения по пространственным гармоникам

$$E_z = \sum_{n=0}^{\infty} E_n I_0(h_n r) \cos\left(\int h_n dz\right) \cos(\omega t),$$

$$E_r = \sum_{n=0}^{\infty} E_n I_1(h_n r) \sin\left(\int h_n dz\right) \cos(\omega t), \quad (1)$$

где E_n — амплитуды гармоник на оси; $h_n = h_0 + 2\pi n/D$, $h_0 = \mu/D$, μ — вид колебаний, D — период структуры;

I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков.

Траектории частиц в полигармоническом поле можно представить в виде суммы медленно и быстро меняющихся слагаемых. Тогда, проводя усреднение по быстрым осцилляциям, как это сделано в [8,9], получим уравнение движения в виде:

$$\frac{d^2\bar{\mathbf{R}}}{d\tau^2} = -\frac{\partial}{\partial\bar{\mathbf{R}}} \bar{U}_{\text{eff}}, \quad (2)$$

где $\bar{U}_{\text{eff}} = \bar{U}_0 + \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3$ есть эффективная потенциальная функция

$$\begin{aligned} \bar{U}_0 &= -\frac{1}{2} \bar{e}_s \beta_s \left[I_0(\bar{\eta}/\beta_s) \sin(\psi + \bar{\chi}/\beta_s) - (\bar{\chi}/\beta_s) \cos \psi \right], \\ \bar{U}_1 &= \frac{1}{16} \sum_{n \neq s} \frac{\bar{e}_n^2}{\Delta_{s,n}^{-2}} g_{s,n}(\bar{\eta}) + \frac{1}{16} \sum_n \frac{\bar{e}_n^2}{\Delta_{s,n}^{+2}} g_{s,n}(\bar{\eta}), \\ \bar{U}_2 &= \frac{1}{16} \sum_{\substack{n \neq s \\ n+p=2s}} \frac{\bar{e}_n \bar{e}_p}{\Delta_{s,n}^{-2}} \\ &\quad \times \left[f_{s,n,p}^{(1)}(\bar{\eta}) \cos(2\psi + 2\bar{\chi}/\beta_s) + 2(\bar{\chi}/\beta_s) \sin(2\psi) \right], \\ \bar{U}_3 &= \frac{1}{8} \sum_{n \neq s} \frac{\bar{e}_n \bar{e}_p}{\Delta_{s,n}^{-2}} \\ &\quad \times \left[f_{s,n,p}^{(2)}(\bar{\eta}) \cos(2\psi + 2\bar{\chi}/\beta_s) + 2(\bar{\chi}/\beta_s) \sin(2\psi) \right], \\ &\quad h_n - h_p = 2h_s. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\bar{\mathbf{R}} = [\bar{\chi}, \bar{\eta}], \quad \bar{\chi} = 2\pi(z_s^{\text{slow}} - z_s^{\text{slow}})/\lambda,$$

$$\bar{\eta} = 2\pi r^{\text{slow}}/\lambda, \quad \tau = \omega t, \quad \Delta_{s,n}^{\pm} = (h_n \pm h_s)/h_s,$$

$$g_{s,n}(\bar{\eta}) = I_0^2\left(\frac{h_n}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) + I_1^2\left(\frac{h_n}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) - 1,$$

$$\begin{aligned} f_{s,n,p}^{(1)}(\bar{\eta}) &= I_0\left(\frac{h_n}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) I_0\left(\frac{h_p}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) \\ &\quad - I_1\left(\frac{h_n}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) I_1\left(\frac{h_p}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{s,n,p}^{(2)}(\bar{\eta}) &= I_0\left(\frac{h_n}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) I_0\left(\frac{h_p}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) \\ &\quad + I_1\left(\frac{h_n}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right) I_1\left(\frac{h_p}{h_s} \frac{\bar{\eta}}{\beta_s}\right). \end{aligned}$$

Переменные ψ и $\beta_s = \omega/h_s c$ — фаза и скорость синхронной частицы, а введение переменных $(\bar{\chi}, \bar{\eta})$ означает переход к системе координат, связанной с синхронной частицей.

Эффективная потенциальная функция \bar{U}_{eff} дает полное трехмерное описание динамики частицы в гладком одночастичном приближении и определяет гамильтониан системы

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\bar{\mathbf{R}}}{d\tau} \right)^2 + \bar{U}_{\text{eff}} = \bar{H}. \quad (4)$$

Анализ эффективной потенциальной функции позволяет определить условия связи между амплитудами гармоник, при которых удается обеспечить одновременно радиальную и фазовую устойчивость движения частиц пучка, а также найти ограничения на величины этих амплитуд.

Общий анализ эффективной потенциальной функции

Как видно из выражения (3), \bar{U}_{eff} состоит из нескольких слагаемых. Член \bar{U}_0 описывает взаимодействие частицы с синхронной гармоникой, которая ускоряет пучок и одновременно дефокусирует его по радиусу, т.е. точка экстремума \bar{U}_0 является седловой точкой. Слагаемое \bar{U}_1 дает вклад только в поперечное движение, всегда фокусируя пучок в радиальном направлении. Величина \bar{U}_1 не зависит от амплитуды и фазы синхронной волны. Как будет видно из дальнейшего, учет этих двух слагаемых уже позволяет обосновать некоторые виды ФПФ, о которых упоминалось ранее. При выполнении условия $n+p=2s$, где s — тоже целое число, в выражении для \bar{U}_{eff} появляется слагаемое \bar{U}_2 . Оно оказывает влияние как на продольное, так и на поперечное движение частицы и возникает при наличии двух и более несинхронных гармоник поля. Наконец, если выполнено условие $h_n - h_p = 2h_s$, $n \neq s$, становится отличным от нуля член \bar{U}_3 . Это слагаемое тоже влияет и на радиальную, и на продольную динамику. В отличие от \bar{U}_2 член \bar{U}_3 может быть не равен нулю даже в двухволновом приближении (синхронная и одна несинхронная волны). Точки экстремума \bar{U}_2, \bar{U}_3 , как и функции \bar{U}_0 , являются седловыми точками. Поэтому необходимым условием достижения одновременно продольной и поперечной устойчивости пучка является наличие у суммарной функции \bar{U}_{eff} абсолютного минимума. В этом случае \bar{U}_{eff} представляет собой движущуюся трехмерную яму, в точке минимума которой находится синхронная частица.

Для общности рассмотрения в дальнейшем удобно исключить из всех выражений в (3) синхронную скорость β_s . Это можно сделать, если перейти к новым переменным $\chi = \bar{\chi}/\beta_s$, $\eta = \bar{\eta}/\beta_s$, $e_n = \bar{e}_n/\beta_s$, $\mathbf{R} = \bar{\mathbf{R}}/\beta_s$. Трехмерная яма $U_{\text{eff}} = \bar{U}_{\text{eff}}/\beta_s^2$ при этом сохраняет свою форму.

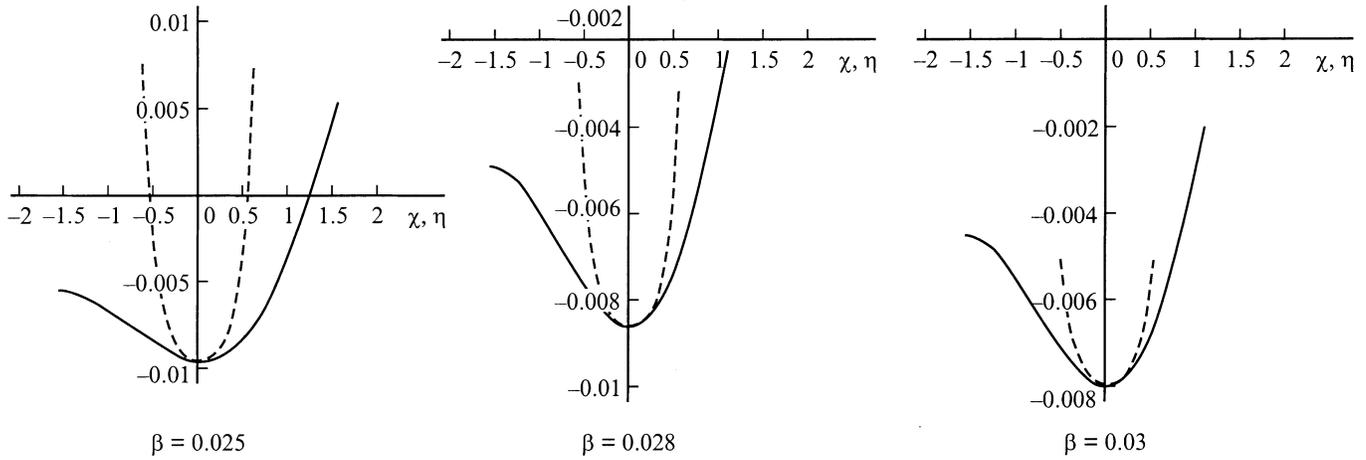


Рис. 1. Сечение U_{eff} плоскостями $\eta = 0$ (сплошная кривая) и $\chi = 0$ (штриховая кривая) при различных значениях скорости синхронной частицы. $\psi = 0.25\pi$.

Анализ U_{eff} начнем с простейшего случая, разлагая эту функцию вблизи минимума $\{\chi = 0, \eta = 0\}$,

$$U_{\text{eff}}(\chi, \eta) = U(0, 0) + \omega_\chi^2 \chi^2 / 2 + \omega_\eta^2 \eta^2 / 2 + \delta\chi\eta^2 / 2 + \gamma\chi^3 / 3 + \dots \quad (5)$$

Коэффициенты разложения здесь зависят от амплитуд гармоник e_n ($n = 0, 1, \dots$). Очевидно, что необходимым условием достижения одновременно радиальной и фазовой фокусировки будет такой выбор амплитуд, когда

$$\omega_\chi^2 > 0, \quad \omega_\eta^2 > 0. \quad (6)$$

Отметим, что при определенных соотношениях между ω_χ и ω_η возможно появление параметрических резонансов связи, нарушающих устойчивость пучка. Для исследования этих резонансных эффектов необходимо учитывать два последних слагаемых в выражении (5).

В общем случае анализ полученной эффективной потенциальной функции в зависимости от гармонического состава поля позволяет изучать важные особенности динамики частицы не только вблизи точки минимума, но и во всей области изменения координат $\{\chi, \eta\}$ и скоростей. Первое важное ограничение на выбор величин амплитуд пространственных гармоник поля может быть получено из условия неперекрывания резонансов для разных волн при рассмотрении фазового портрета динамической системы пучок-волна в плоскости (β_χ, χ) . Это условие, с одной стороны, определяет границы применимости метода усреднения, с другой стороны, гарантирует от возможного нарушения условий устойчивости продольного движения частиц пучка. Используя вид гамильтониана (4) и анализируя форму четырехмерного фазового пространства, несложно найти также связь между заданным продольным аксептансом канала и предельной величиной поперечного эмиттанса с целью получения максимального коэффициента токопрохождения. Все сказанное выше удобно проиллюстрировать на

примере нескольких частных случаев реализации ускоряюще-фокусирующего канала с разной формой U_{eff} .

Примеры реализации ускоряющих систем с ВЧ фокусировкой

Приведенные амплитуды пространственных гармоник на оси системы представим как $e_n = \alpha_n e_{\text{max}}$, $\alpha_n \leq 1$. Величина e_{max} , связанная с максимальной по пробое амплитудой ускоряющего поля, обычно определяется конструктивными особенностями резонатора и далее будет считаться фиксированной. Таким образом, задача состоит в нахождении набора весовых коэффициентов $\{\alpha_n\}$ для разных вариантов фокусировки.

1. Синхронная и одна несинхронная гармоники поля. Наиболее простой является система с синхронной и одной несинхронной гармониками. Сложение члена U_0 , имеющего вид седла, и U_1 , обеспечивающего радиальную фокусировку, позволяет при выполнении некоторых условий добиться образования трехмерной потенциальной ямы. Набор весовых коэффициентов теперь удобно определить так: $\{\alpha_s = \alpha, \alpha_n = 1\}$.

Рассмотрим сначала поле с видом колебания $\mu = 0$ и $s \geq 1$. Система $\{s = 1, n = 0\}$ соответствует обычной структуре Альвареса. Фокусирующий эффект здесь отсутствует, так как $U_1 = \text{const}$. Случай $\{s = 2, n = 0\}$ — это тот же тип структуры, но с удвоенным периодом. Системы $\{s = 1, n = 2\}$, $\{s = 2, n = 1\}$ отличаются отсутствием нулевой гармоники, причем структура $\{s = 1, n = 2\}$ может обеспечить достаточно эффективную фокусировку.

Практическая реализация аксиально-симметричной ВЧ фокусировки значительно упрощается для структур с видом колебаний $\mu = \pi$ и с $s \geq 0$. Системы $\{s = 0, n = 1\}$, $\{s = 1, n = 0\}$ представляют собой структуры типа Видероз, реализуемые чередованием трубок различной длины и различного внутреннего диаметра.

Для случая $\{s = 0, n = 1\}$ характерно появление слагаемого U_3 , однако его влияние малое. Указанная комбинация гармоник, а также $\{s = 1, n = 2\}$ позволяет обеспечить эффективную поперечную фокусировку пучка при соответствующем выборе амплитуд.

Условие поперечной фокусировки можно выразить в виде

$$\alpha \sin \psi < \frac{3}{8} e_{\max} \left(\frac{1}{\Delta_{s,n}^{+2}} + \frac{1}{\Delta_{s,n}^{-2}} \right) \times \left(\frac{h_n}{h_s} \right)^2 + \frac{3}{8} e_{\max} \frac{\alpha}{4}. \quad (7)$$

Темп набора энергии пропорционален α

$$\frac{dW_s}{dz} = \frac{1}{2} \alpha E_{\max} \cos \psi, \quad (8)$$

что ограничивает этот параметр снизу. В упомянутом ранее в [2] простейшем варианте ФПФ фазовая скорость фокусирующей волны меньше, чем ускоряющей ($n > s$), а амплитуды гармоник убывают с ростом их номера ($e_s > e_n$). Поэтому условие (7) может быть выполнено только при малой величине синхронной фазы ψ ($\sin \psi \ll 1$). Этот вариант ВЧ фокусировки характеризуется низкой величиной продольного акцептанса и большим темпом набора энергии.

В одном из рассматриваемых нами случаев также считается, что $n > s$, но условие (7) может быть выполнено и при большом коэффициенте захвата, когда $\sin \psi \sim 1$, если сделать амплитуду ускоряющей гармоники e_s меньше амплитуды фокусирующей e_n , т.е. если $\alpha \ll 1$. Этот вариант ВЧ фокусировки можно реализовать, например, специальным выбором структуры периода, в котором содержатся два и более ускоряющих зазора. Из условия (7) также видно, все варианты с $n > s$ являются малоприменимыми с точки зрения эффективности поперечной фокусировки.

Другое важное ограничение на амплитуды связано с условием неперекрывания резонансов (сепаратрис) от соседних волн. Величина размаха сепаратрисы по продольным скоростям увеличивается с ростом амплитуд гармоник волны и, начиная с некоторых значений амплитуд, происходит перекрытие сепаратрис. Это приводит к нарушению условий фазовой устойчивости пучка.

За исключением случая $\{\mu = \pi, s = 0, n = 1\}$, выражение для U_{eff} может быть представлено так:

$$U_{\text{eff}} = -A \left[F_1(\eta) \sin(\psi + \chi) - \chi \cos \Psi \right] + F_2(\eta). \quad (9)$$

Выбор начальной величины гамильтониана и U_{eff} сильно зависит от размера апертуры канала и синхронной скорости. На рис. 1 приведены сечения U_{eff} плоскостями ($\eta = 0$) и ($\chi = 0$). Для обеспечения эффективного захвата частиц по фазе и фокусировки по радиусу желательное равенство глубин срезов, показанных на рис. 1. Данное требование можно выразить соотношением

$$A [\sin \psi - 2\psi \cos \psi] = -A F_1(a) \sin \psi + F_2(a), \quad (10)$$

где $a = 2\pi R / \lambda \beta_s$ — величина безразмерной апертуры.

Тип структуры	Состав ВЧ поля	U_{eff}
$\mu = 0, s \geq 1$	$s = 1, n = 2, p = 0$	$U_0 + U_1 + U_2 + U_3$
	$s = 2, n = 4, p = 0$	$U_0 + U_1 + U_2 + U_3$
	$s = 2, n = 1, p = 3$	$U_0 + U_1 + U_2$
$\mu = \pi, s \geq 0$	$s = 0, n = 2, p = 1$	$U_0 + U_1 + U_3$
	$s = 1, n = 3, p = 0$	$U_0 + U_1 + U_3$
	$s = 1, n = 0, p = 2$	$U_0 + U_1 + U_2$
	$s = 2, n = 1, p = 3$	$U_0 + U_1 + U_2$

Для протонных ускорителей в области низких энергий (100–300 keV) выполнить требование (10) по всей длине канала затруднительно. Как показало численное моделирование динамики (см. ниже), это является одной из причин потерь частиц по фазе в начале ускорения.

Выбор ВЧ структуры и оптимизация гармонического состава поля в одночастичном приближении проводится по следующей схеме. Фиксируются вид колебаний μ , величина синхронной фазы ψ , максимальное поле e_{\max} и параметр α , удовлетворяющие (7). Тем самым продольное движение частицы, в том числе продольный акцептанс, в гладком приближении полностью определено. Параметр α и значение ψ выбираются такими, чтобы темп ускорения и величина продольного акцептанса имели приемлемое значение. Параметры e_{\max} и μ определяются конструктивными особенностями ускоряющей системы. Далее для различных значений s и n вычисляются величины частот поперечных колебаний ω_η . Наилучшими являются системы, обладающие большими величинами ω_η . При этом следует учитывать, что, во-первых, величина амплитуды поля, при которой наступает перекрытие сепаратрис, быстро уменьшается с ростом номеров гармоник. Во-вторых, практическая реализация поля с высокими номерами гармоник ($n > 2$) при малых β затруднена необходимостью усложнения структуры периода, когда надо иметь два или больше ускоряющих зазора на коротком периоде D . Поэтому, например, система $\{s = 2, n = 3\}$, обладающая максимальным значением ω_η для любых μ , не может быть реализована при малой энергии пучка.

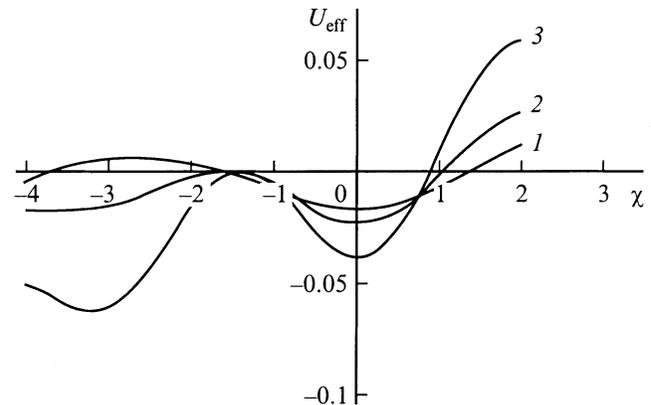


Рис. 2. Сечение U_{eff} плоскостью $\eta = 0$. ϵ : 1 — 0.05, 2 — 0.3, 3 — 0.7.

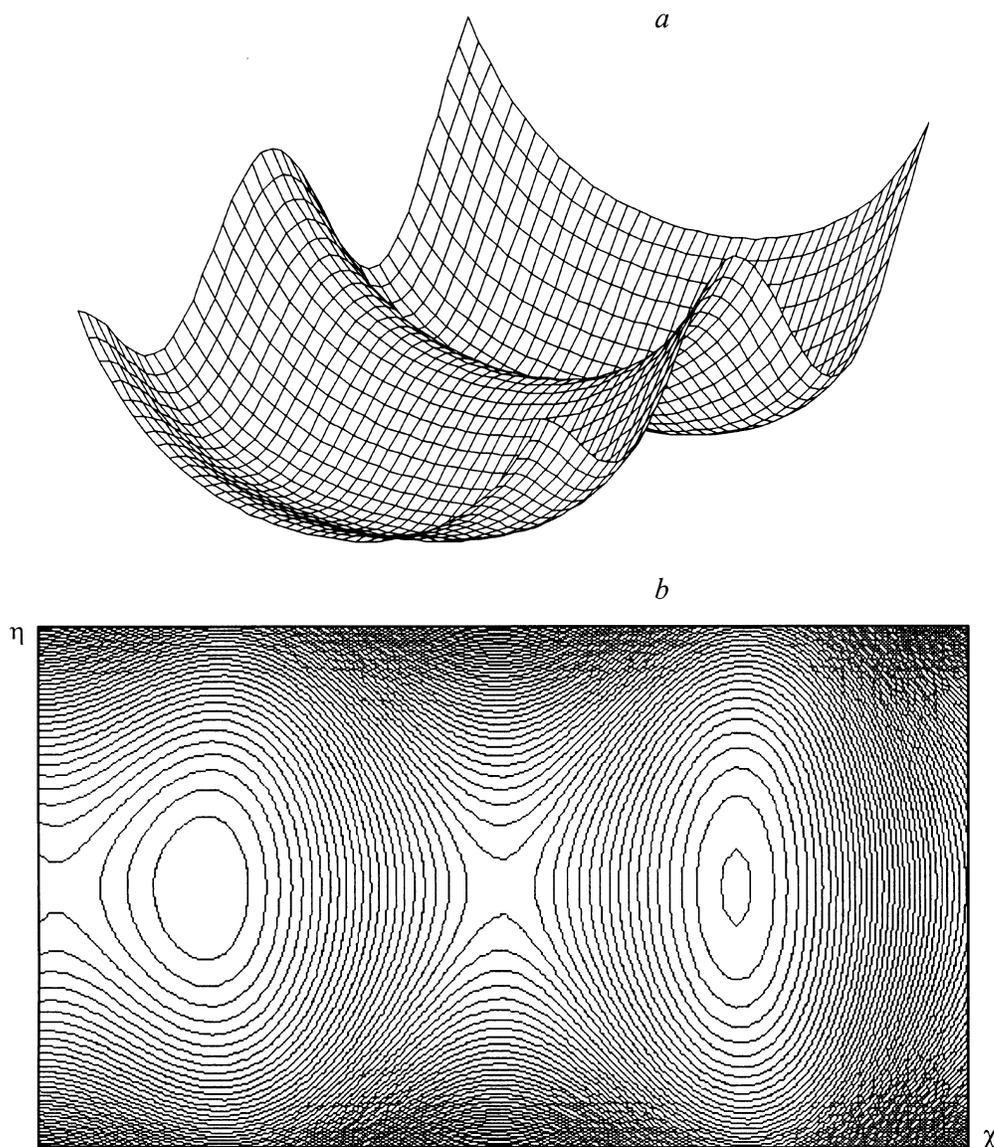


Рис. 3. Эффективная потенциальная функция при образовании второго минимума, *a* — общий вид, *b* — карта изоуровней.

2. Влияние второй несинхронной гармоники. При практической реализации оптимальных вариантов ускоряющих резонаторов даже с простой структурой периода следует учитывать вклад высших пространственных гармоник, амплитуда которых обычно быстро уменьшается с ростом номера. Анализ U_{eff} позволяет наглядно изучать характер влияния этих гармоник на динамику частиц. Покажем это на примере учета второй несинхронной волны в рассмотренной выше системе с $\alpha \ll 1$. При этом к набору весовых коэффициентов $\{\alpha_s = \alpha, \alpha_n = 1\}$ добавляется $\alpha_p \equiv \varepsilon < 1$. В зависимости от номеров гармоник и типа структуры возможны два различных случая. В первом $U_{2,3} = 0$. Это означает, что вторая несинхронная гармоника увеличивает только одно слагаемое U_1 , т.е. усиливает фокусировку, не влияя на продольное движение, причем добавка к

фокусирующей силе пропорциональна ε^2 . Во втором случае комбинационное воздействие несинхронных волн приводит к образованию перекрестных слагаемых $U_{2,3}$ (см. таблицу). При этом фазовый портрет динамической системы приобретает качественные отличия. На рис. 2 показано сечение эффективной потенциальной функции плоскостью ($\eta = 0$) для различных значений ε . При $\varepsilon \rightarrow 0$ U_{eff} переходит в (9). С ростом этого параметра ширина продольного захвата уменьшается, а темп ускорения возрастает. Причем добавка к темпу пропорциональна ε , а выбор структуры D будет зависеть от величины несинхронной гармоники. При некотором значении ε появляется еще один минимум U_{eff} , что приводит к образованию второго сгустка на периоде. Вид и карта изоуровней эффективной потенциальной функции, соответствующая этому случаю, показаны на рис. 3.

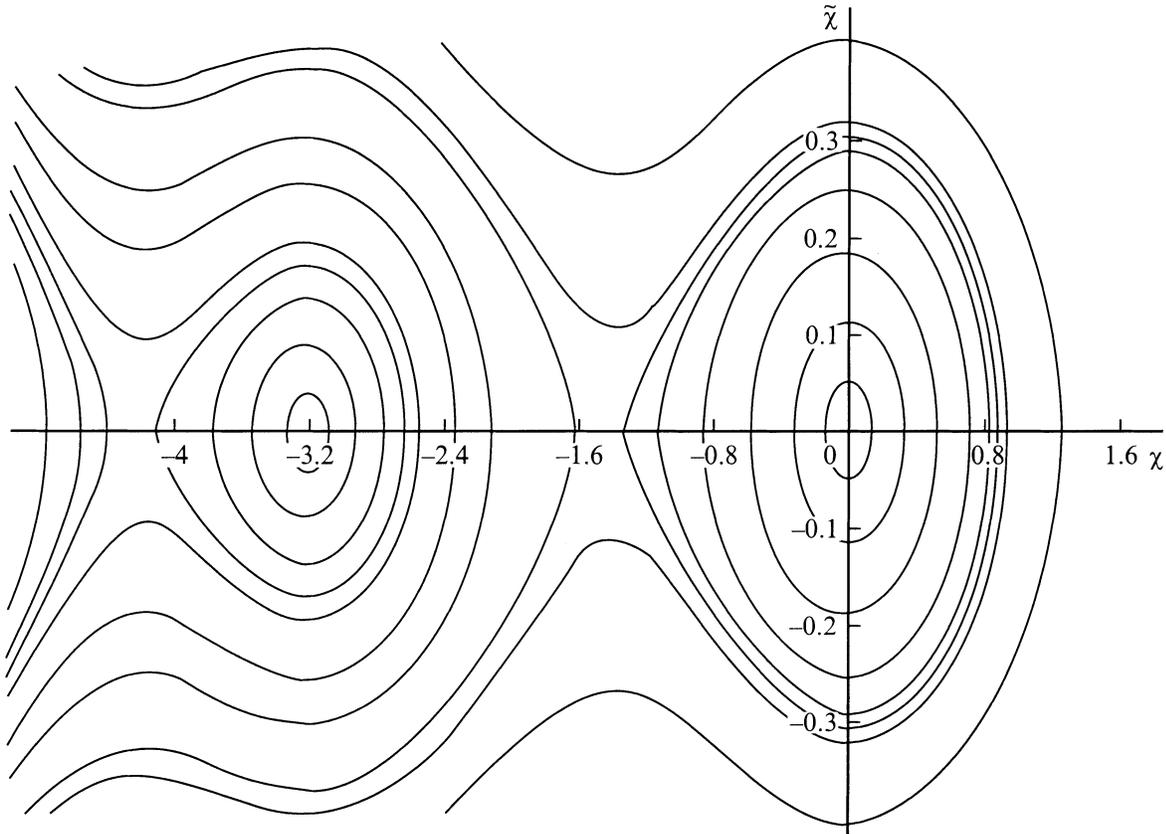


Рис. 4. Фазовый портрет системы $\{\mu = \pi, s = 1, n = 2, p = 0\}$ при образовании второго сгустка.

Фазовый портрет при образовании второй области устойчивого движения приведен на рис. 4. Как показали дополнительные исследования, ускоряющая структура со второй несинхронной волной большой амплитуды ($\varepsilon \sim 1$) не является эффективной с точки зрения получения максимального коэффициента токопрохождения. Однако предложенный подход позволяет изучать поправки к движению частицы, учет которых необходим при расчете динамики пучка. Например, важно учитывать вклад несинхронных гармоник в уравнение продольного движения, при нахождении периода ВЧ структуры, а значит, и скорости синхронной частицы. С этой точки зрения предложенная в (3) модификация ФПФ (АФПФ) может быть интерпретирована как попытка увеличить продольный акцептанс канала за счет влияния несинхронных волн на фазовое движение пучка.

3. Ускоряющая система без синхронной гармоники. Из выражения (3) видно, что ускорение частицы при одновременной радиальной устойчивости возможно и без синхронной гармоники ($\alpha_s = 0$). Трехмерная потенциальная яма может быть образована слабыми $U_{2,3}$. При этом ускорение осуществляется в поле комбинационной волны, образованной совместным воздействием двух несинхронных гармоник поля (ондуляторный механизм ускорения [8]). Такая система имеет целый ряд интересных особенностей. Во-первых, моду-

ляция происходит на удвоенной частоте. Во-вторых, в соотношения (2), (3) заряд частицы входит квадратично, что делает возможным ускорение равноионно заряженных ионов в одном сгустке. Это позволяет добиться компенсации пространственного заряда и существенно повысить ток пучка.

Рассмотрим для примера случай $U_2 \neq 0$, $U_3 = 0$ (структуры $\{\mu = 0, s = 2, n = 1, p = 3\}$, $\{\mu = \pi, s = 1, n = 0, p = 2\}$). Темп ускорения

$$\frac{dW}{dz} = \frac{1}{4} \alpha_n \alpha_p \frac{e_{\max} E_{\max}}{\Delta_{s,n}^2} \sin(2\psi). \quad (11)$$

После замены $\hat{\chi} = 2\chi$, $\hat{\psi} = 2\psi + \pi/2$ эффективная потенциальная функция принимает здесь вид (9). Таким образом, на данный случай переносятся все выводы анализа гамильтониана системы с синхронной и одной несинхронной волнами.

Выбор параметров ускоряющего канала

При ускорении интенсивных пучков выбор параметров ускоряющего канала должен проводиться с учетом поля пространственного заряда. Ограничимся далее структурой $\{\mu = \pi, s = 0, n = 1\}$ в двухволновом приближении.

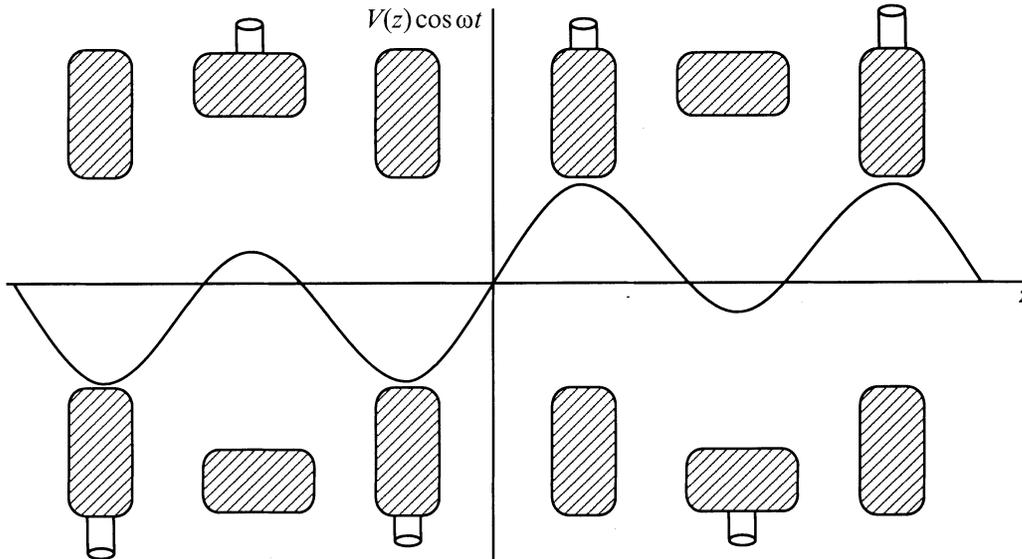


Рис. 5. Пример реализации структуры.

Разделим ускоряющий канал на два участка: группирующий и основной. На группирующем участке синхронная фаза уменьшается линейно от значения $\psi = \pi/2$ до некоторого номинального, а амплитуда ВЧ поля монотонно возрастает. На ускоряющем участке эти параметры фиксированы. Такое разделение позволяет существенно увеличить фазовый захват. Амплитуда ВЧ поля как функция продольной координаты на группирующем участке подлежит определению, при этом целью является увеличение коэффициента токопрохождения до максимально возможного значения. Выше амплитуды гармоник ВЧ поля были определены как $E_n(z) = \alpha_n E_{\max}(z)$, $\alpha_n \leq 1$. При отыскании оптимальной функции $E_{\max}(z)$ для двухволнового приближения начнем с рассмотрения одномерной модели. Представим гамильтониан системы на оси (при $\eta = 0$) в виде

$$H_1 = \frac{P_\varphi^2}{2m_\varphi} + V_{\text{ext}}(\varphi) + V_c. \quad (12)$$

Здесь $\{P_\varphi, \varphi\}$ — канонически-сопряженные переменные: импульс $P_\varphi = W - W_s$ и координата

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \int dz^{\text{slow}} (1/\beta_s - 1/\beta), \quad m_\varphi = mc^2 \beta_s^2 / \omega,$$

$$V_{\text{ext}} = \frac{2\pi mc^3 \beta_s}{\lambda} \bar{U}_0(\varphi, \eta = 0),$$

V_c — часть потенциальной функции, связанная с пространственным зарядом. Функция распределения может быть выбрана в виде

$$\begin{aligned} f &= f_0 \sqrt{H_0 - H_1} \quad \text{при } H_1 \leq H_0, \\ f &= 0 \quad \text{при } H_1 > H_0. \end{aligned} \quad (13)$$

В этом случае при некотором значении тока I_n , которое назовем предельным током системы, реализуется состояние безразличного равновесия. Этот параметр является функцией продольной координаты

$$I_n(z) \propto \beta_c^2(z) E_{\max}(z) \Phi(\psi), \quad (14)$$

где $\Phi = \Delta(2\psi \cos \psi - \sin \psi) + \cos(\Delta - \psi) - \cos \psi + (\Delta^2/2 - 2\Delta\psi) \cos \psi$, Δ — фазовая ширина сепаратрисы.

Можно показать, что предельный ток I_n примерно пропорционален величине продольного аксептанса. Для того чтобы обеспечить большую величину коэффициента токопрохождения, продольный аксептанс должен быть неубывающей функцией продольной координаты. Это утверждение позволяет найти функцию $E_{\max}(z)$. Будем считать, что на группирующем участке

$$I_n(z) = I_n(0)F(z), \quad (15)$$

где $I_n(0)$ — значение предельного тока при инъекции, $F(z)$ — некоторая неубывающая функция продольной координаты.

Соотношения (2), (14), (15) позволяют определить связь между параметрами ускоряющего канала $E_{\max}(z)$, $\beta_c(z)$, $\psi(z)$. Она содержит неизвестную функцию $F(z)$, которая должна быть выбрана как достаточно быстро возрастающая, но в то же время ограниченная сверху функция. Найденная при этом зависимость $E_{\max}(z)$ может быть улучшена с помощью численной оптимизации.

Принципы реализации структуры

Известно, что в обычной резонаторной структуре типа Видероз величины амплитуд пространственных гармоник быстро убывают с ростом их номера. Как было пока-

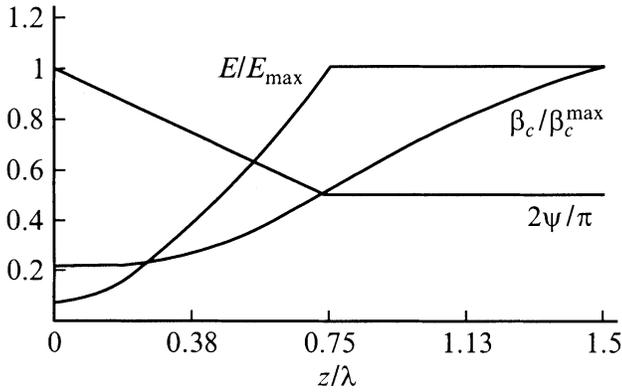


Рис. 6. Параметры ускоряющей структуры как функции продольной координаты.

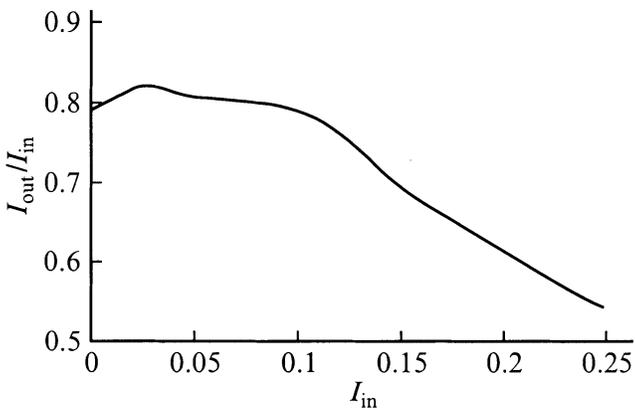


Рис. 7. Коэффициент токопрохождения как функция входного тока.

зано выше, для получения эффективной ВЧ фокусировки и ускорения пучка необходимо, чтобы амплитуда первой гармоники ($n = 1$) была много больше амплитуды нулевой ($s = 0$). Реализовать это условие удастся, если использовать модифицированную структуру Видероз, которая имеет сложный период, состоящий из трубок дрейфа различной длины и внутреннего диаметра. В качестве примера на рис. 5 приведены один из вариантов реализации такой структуры и искомое распределение потенциала поля на оси. Потенциалы, подаваемые на соседние электроды, равны между собой по амплитуде и сдвинуты по фазе на π . Потенциал поля на оси как функция продольной координаты содержит две пучности одинаковой амплитуды на периоде структуры, расположенных симметрично относительно третьей. Эту функцию удастся реализовать за счет изменения внутреннего диаметра, длины и формы трубок. Например, при искомом распределении потенциала средняя пучность имеет меньшую по модулю амплитуду по сравнению с двумя другими. Этого можно добиться, если выбрать внутренний диаметр средней на периоде трубки больше, чем двух

соседних. Выбор длин трубок и формы скруглений позволяет почти полностью подавить присутствие высших гармоник в разложении потенциала. Получаемое при этом поперечное распределение ВЧ поля соответствует его представлению в виде модифицированных функций Бесселя. Длина периода составляет $\lambda\beta_c/2$, что затрудняет реализацию структуры с $n \geq 2$, так как при этом возникает пять и более трубок на одном периоде. При ускорении тяжелых ионов сильно снижается величина синхронной скорости, что уменьшает длину периода. Эта трудность может быть преодолена переходом к более низкой рабочей частоте, т. е. увеличением λ .

Численное моделирование

Численное моделирование динамики сильнооточного протонного пучка в описанной аксиально-симметричной ускоряющей структуре с ВЧ фокусировкой проводилось методом крупных частиц, для чего была разработана специальная компьютерная программа. Гармонический состав ВЧ поля структуры был выбран с помощью описанной выше методики для случая $\{\mu = \pi, s = 0, n = 1\}$. Параметры ускоряющего канала как функции продольной координаты представлены на рис. 6. Амплитуда поля $E_{\max}(z)$ на группировочном участке была найдена с помощью описанного выше подхода. Эта функция может быть улучшена при использовании специальных методов численной оптимизации. Расчетные характеристики ускоряющей системы следующие: рабочая частота 150 МГц, параметр $\alpha_s = 0.1$, параметр $\alpha_n = 1$, максимальная амплитуда поля 300 кВ/см, энергия на входе/выходе 0.1/2.2 МэВ, ток пучка на входе/выходе 0.1/0.079 А, коэффициент токопрохождения 0.79, полная длина канала 3 м, темп ускорения 0.7 МэВ/м, радиус апертуры 0.6 см. Как видно, коэффициент токопрохождения составляет 0.79 при темпе ускорения 0.7 МэВ/м, что является большим достижением для ускорителей с аксиально-симметричной ВЧ фокусировкой. Коэффициент токопрохождения как функция входного тока показан на рис. 7. Для проверки применимости метода усреднения проводилось численное моделирование и в полном, и в усредненном полях. Все результаты, полученные в гладком приближении и в полном поле, совпали с точностью до 5–10%.

Заключение

Разработан новый подход к описанию ВЧ фокусировки в аксиально-симметричном ВЧ поле ионного линейного ускорителя. Предложен метод классификации всех типов ВЧ фокусировки на основе рассмотрения гармонического состава ВЧ поля. На основании анализа АВФ проведен выбор параметров ускоряющего канала для структуры типа Видероз, где удастся обеспечить большое значение коэффициента токопрохождения пучка. Проведено компьютерное моделирование динамики сильнооточного

ионного пучка в структуре с АВФ. Показана применимость метода усреднения. Характеристики полученной ускоряющей системы в некоторых случаях оказались близки к ПОКФ, что доказывает эффективность АВФ.

Список литературы

- [1] *Good M.L.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 92. P. 538.
- [2] *Файнберг И.Б.* // ЖТФ. 1959. Т. 29. С. 568–579.
- [3] *Кушин В.В.* // Атомная энергия. 1970. Т. 29. Вып. 3. С. 123–127.
- [4] *Ткалич В.С.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 625–626.
- [5] *Баев В.К., Минаев С.А.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. С. 2310–2315.
- [6] *Данилов В.Д., Ильин А.А.* Теоретические и экспериментальные исследования ускорителей заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 93–97.
- [7] *Okamoto H.* // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A. 1989. Vol. 284. P. 233–241.
- [8] *Масунов Э.С.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 152–157.
- [9] *Masunov E.S.* Undulator and RF-System for Ion Linear Accelerators. Proc. 18th intern. Linac Conf. Geneva: CERN, 1996. Vol. 2. P. 487–489.
- [10] *Masunov E.S., Vinogradov N.E.* // Proc. 1999 Particle Accelerator Conf. New York, 1999. Vol. 4. P. 2855–2857.