

01;09;10

## Генерация пространственно-когерентного излучения в коаксиальном ЛСЭ с комбинированным резонатором, составленным из одномерного и двумерного брэгговских зеркал

© Н.С. Гинзбург, Н.Ю. Песков, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН,  
603600 Нижний Новгород, Россия  
e-mail: peskov@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 14 сентября 2000 г.)

Показано, что использование в ЛСЭ комбинированных резонаторов, составленных из одномерного и двумерного коаксиальных брэгговских зеркал, открывает возможность получения пространственно-когерентного излучения от трубчатых электронных потоков с поперечными размерами, на несколько порядков превосходящими длину волны. Расположенное на катодном конце двумерное брэгговское зеркало обеспечивает синхронизацию излучения поперек трубчатого электронного потока. Традиционное "одномерное" брэгговское зеркало, расположенное на коллекторном конце и обеспечивающее замыкание кольца обратной связи, позволяет снизить омические потери до уровня 5–10% от мощности излучения.

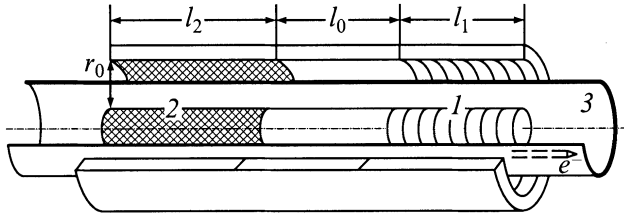
### Введение

В работах [1,2] для получения пространственно-когерентного излучения от мощных электронных пучков ленточной [3,4] и трубчатой [5] геометрии было предложено использование двумерной распределенной обратной связи (РОС). Указанный механизм обратной связи может быть реализован с помощью так называемых двумерных брэгговских резонаторов планарной и коаксиальной геометрии. Эти резонаторы представляют собой волноводные секции соответствующей геометрии, на внутренние стенки которых нанесена двоякопериодическая гофрировка. Проведенный в [6,7] анализ динамики лазера на свободных электронах (ЛСЭ) с подобными двумерными брэгговскими резонаторами показал, что установление стационарного одночастотного режима генерации возможно при практически произвольной ширине электронного потока. К настоящему времени работоспособность новой схемы обратной связи продемонстрирована экспериментально в планарном МСЭ четырех миллиметрового диапазона [8,9], реализованном на базе ускорителя "ЭЛМИ" (ИЯФ СО РАН). На базе сильноточного ускорителя Стратклайдского университета (Глазго, Великобритания) ведется разработка коаксиальной схемы ЛСЭ с двумерной РОС [10].

Следует отметить, что при практической реализации указанного механизма возникают определенные затруднения, связанные прежде всего с необходимостью обеспечения ряда конструктивных ограничений. Например, для ЛСЭ планарной геометрии идеальной является ситуация, когда система открыта в поперечном направлении и возможен вывод во внешнее пространство поперечных (по отношению к поступательному движению электронного пучка) потоков электромагнитной энергии. В то же время для первых экспериментальных реализаций ЛСЭ с двумерной РОС подобная схема является достаточно сложной и желательна разработка более простых,

закрытых в поперечном направлении систем, обладающих однонаправленным выводом излучения. Для ЛСЭ коаксиальной геометрии вопросов, связанных с обеспечением однонаправленного вывода энергии, не возникает, и большая часть излучаемой электронным потоком энергии здесь выводится в направлении поступательного движения электронного пучка. Тем не менее в случае, если двумерная брэгговская структура занимает все пространство взаимодействия, достаточно значительными оказываются омические потери, связанные с наличием "запретных" циркулирующих по азимутальной координате поперечных потоков энергии. Возможна реализация двухзеркальной схемы, когда две двоякопериодические брэгговские структуры (зеркала) разделены участком регулярного волновода. Однако для такой схемы характерно, что в зеркале, расположенном у коллекторного конца системы, оказываются достаточно высокие амплитуды вышеупомянутых азимутальных потоков энергии. Это в конечном итоге может приводить к развитию высокочастотных пробоев.

В этой связи представляется оптимальной схема ЛСЭ с комбинированным двухзеркальным резонатором, составленным из двумерного и одномерного брэгговских зеркал (рис. 1). Расположенное на катодном конце двумерное брэгговское зеркало обеспечивает синхронизацию излучения поперек трубчатого электронного потока. При этом на противоположном, коллекторном, конце оказывается достаточным использование традиционного "одномерного" брэгговского зеркала, отражающего часть мощности выходного излучения и обеспечивающего замыкание кольца обратной связи. В случае оптимально выбранных параметров, когда коэффициент отражения от выходного зеркала не слишком высок и соответственно процесс усиления излучения в основном происходит после входного зеркала, амплитуды азимутальных потоков энергии в первом двумерном зеркале



**Рис. 1.** Схема ЛСЭ с коаксиальным комбинированным резонатором, составленным из одномерного (1) и двумерного (2) брегговских зеркал и запитываемого трубчатый РЭП (3).

оказываются относительно небольшими, а следовательно, невелики и связанные с этими волнами омические потери, которые не оказывают существенного влияния на общий баланс энергии. Одновременно снимается и указанная выше проблема пробойных ограничений.

Предлагаемая схема ЛСЭ с комбинированным коаксиальным двухзеркальным резонатором, составленным из одномерного и двумерного брегговских зеркал (рис. 1), проанализирована в данной работе.

## Модель и основные уравнения

Рассмотрим здесь квазиплоскую модель коаксиального ЛСЭ, предполагая, что радиусы внутреннего и внешнего цилиндров, составляющих коаксиальный волновод, значительно превосходят как длину волны, так и расстояние между цилиндрами. В этом случае зависимость полей от азимутальной координаты можно описывать, вводя декартову переменную  $x = R\varphi$ .

Предположим, что на входное зеркало нанесена неглубокая двумерная гофрировка

$$r = r_2 \cos(\bar{h}_2 z) \cos(\bar{h}_2 x) \quad (1)$$

( $2r_2$  — глубина гофрировки), которая обеспечивает связь и взаимное рассеяние 4 парциальных волн, две из которых ( $A_{\pm}$ ) распространяются в попутном и встречном по отношению к поступательному движению электронов направлениях ( $\pm z$ -направлениях), а две другие ( $B_{\pm}$ ) — в поперечных (азимутальных) направлениях ( $\pm x$ -направлениях)

$$\mathbf{E} = \mathbf{E} \operatorname{Re} \left( [A_+ e^{-ihz} + A_- e^{ihz} + B_+ e^{-ihx} B_- e^{ihx}] e^{i\bar{\omega}t} \right). \quad (2)$$

Допустим, что постоянные распространения парциальных волн  $h$  удовлетворяют условию брегговского резонанса

$$h \approx \bar{h}_2. \quad (3)$$

В (2), (3)  $\bar{h}_2 = \sqrt{2\pi}/d_2$ ,  $d_2$  — период гофрировки;  $A_{\pm}(x, z, t)$ ,  $B_{\pm}(x, z, t)$  — медленные функции;  $\bar{\omega} = \bar{h}_2 c$  — брегговская частота, выбранная в качестве несущей;  $E_0(r)$  — функция, описывающая поперечную (радиальную) структуру волн и совпадающая с одной из мод регулярного волновода. Взаимное рассеяние этих волн

на брегговской структуре (1) с учетом возбуждения электронным потоком синхронной волны  $A_+$  может быть описано с помощью следующей системы уравнений [6,7]:

$$\left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_+ + \sigma A_+ + i\alpha_2 (B_+ + B_-) = J,$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial Z} - \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_- + \sigma A_- + i\alpha_2 (B_+ + B_-) = 0,$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial X} \pm \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) B_{\pm} + \sigma B_{\pm} + i\alpha_2 (A_+ + A_-) = 0. \quad (4)$$

При записи (4) использованы следующие нормированные переменные:  $Z = zC\bar{\omega}/c$ ,  $X = xC\bar{\omega}/c$ ,  $\tau = tC\bar{\omega}$ ,  $(A_{\pm}, B_{\pm}) = (A_{\pm}, B_{\pm})eK\mu/\gamma mc\bar{\omega}C^2$ ,  $K \approx \beta_{\perp}/2\beta_{\parallel}$  — параметр связи электронов с волной,  $\mu \approx \gamma^{-2}$  — параметр инерционной группировки [11],  $\gamma$  — релятивистский масс-фактор электронов,  $\beta_{\parallel}$  — поступательная скорость частиц,  $\beta_{gr}$  — групповая скорость волн,

$$C = \left( \frac{eI_0}{mc^3} \frac{\lambda^2 \mu K^2}{8\pi\gamma r_0} \right)^{\frac{1}{3}}$$

— параметр усиления (параметр Пирса), где  $I_0$  — погонный ток пучка;  $r_0$  — расстояние между пластинами;  $\alpha_2$  — коэффициент связи волн на двумерной брегговской структуре, пропорциональный глубине гофрировки [6,7];  $\sigma$  — параметр, описывающий омические потери.

Важно подчеркнуть, что для рассматриваемой схемы наличие определенных потерь для запертых волн  $B_{\pm}$  является принципиальным фактором, необходимым для установления стационарного режима колебаний. При этом в отсутствие омического затухания указанные потери могут быть обусловлены дифракционным расплыванием волновых пучков  $B_{\pm}$  в направлении оси  $z$ . При записи уравнений (4) дифракционные эффекты не учитывались, поскольку предполагалось, что поперечный размер волновых пучков  $L_x$  существенно превосходит длину волны и справедливо приближение геометрической оптики.

В выходном "одномерном" брегговском зеркале, как и в регулярной части резонатора, присутствуют только две парциальные волны

$$\mathbf{E} = \mathbf{E} \operatorname{Re} \left( [A_+ e^{-ihz} + A_- e^{ihz}] e^{i\bar{\omega}t} \right), \quad (5)$$

распространяющиеся в попутном и встречном по отношению к поступательной скорости пучка направлении. Одномерная брегговская структура

$$r = r_1 \cos(\bar{h}_1 z) \quad (6)$$

при выполнении условия

$$h \approx \bar{h}_1/2 \quad (7)$$

( $\bar{h}_1 = 2\pi/d_1$ ;  $2r_1, d_1$  — глубина и период одномерной гофрировки соответственно) обеспечивает рассеяние этих

волн, которое описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_+ + \sigma A_+ + i\alpha_1 A_- &= J, \\ \left( \frac{\partial}{\partial Z} - \beta_{gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) A_- + \sigma A_- + i\alpha_1 A_+ &= 0, \end{aligned}$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент связи волн на одномерной брэгговской структуре [12].

В регулярной части резонатора процесс усиления волны  $A_+$  описывается уравнением, аналогичным (8), где коэффициент связи волн следует положить равным нулю.

Граничные условия к уравнениям (4), (8) для парциальных волн, соответствующие отсутствию потоков электромагнитной энергии извне в резонатор, имеют вид

$$A_+(X, Z=0) = 0, \quad A_-(X, Z=L_z) = 0, \quad (9a)$$

где  $l_z = l_2 + l_0 + l_1$  — полная длина резонатора (рис. 1).

Кроме этого, амплитуды парциальных волн  $A_{\pm}$  следует считать непрерывными на границах различных секций. В поперечном направлении имеем циклические граничные условия для парциальных волн

$$\begin{aligned} B_{\pm}(X + L_x, Z) &= B_{\pm}(X, Z), \\ A_{\pm}(X + L_x, Z) &= A_{\pm}(X, Z), \end{aligned} \quad (9b)$$

$l_x = 2\pi R$  — периметр системы,  $L_{x,z} = l_{x,z} C\bar{\omega}/c$ .

Это позволяет разложить поля в ряды Фурье

$$\begin{aligned} A_{\pm}(X, Z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{\pm}^m(Z) e^{imsX}, \\ B_{\pm}(X, Z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\pm}^m(Z) e^{imsX}, \end{aligned}$$

$s = 2\pi/L_x$  и рассматривать каждую гармонику как азимутальную моду с индексом  $m$ . Усредненное движение частиц в поле синхронной волны  $A_+$  описывается уравнением [11]

$$\left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\parallel}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \Theta = \text{Re}(A_+ e^{i\Theta}) \quad (10)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \Theta|_{Z=0} &= \Theta_0 \in [0, 2\pi), \\ \left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\parallel}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \Theta|_{Z=0} &= \Delta, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\Theta = \bar{\omega}t - hz - h_w z$  — фаза электронов относительно синхронной волны,  $\Delta = (\bar{\omega} - h\nu_{\parallel} - h_w \nu_{\parallel})/\bar{\omega}C$  — начальная расстройка ондуляторного синхронизма на несущей частоте,  $h_w = 2\pi/d_w$ ,  $d_w$  — период ондулятора. Из решения уравнения (10) находится электронный ток

$$J = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\Theta} d\Theta_0,$$

возбуждающий поле синхронной волны и входящий в правую часть уравнений (4), (8). Электронный КПД в новых переменных определяется соотношениями

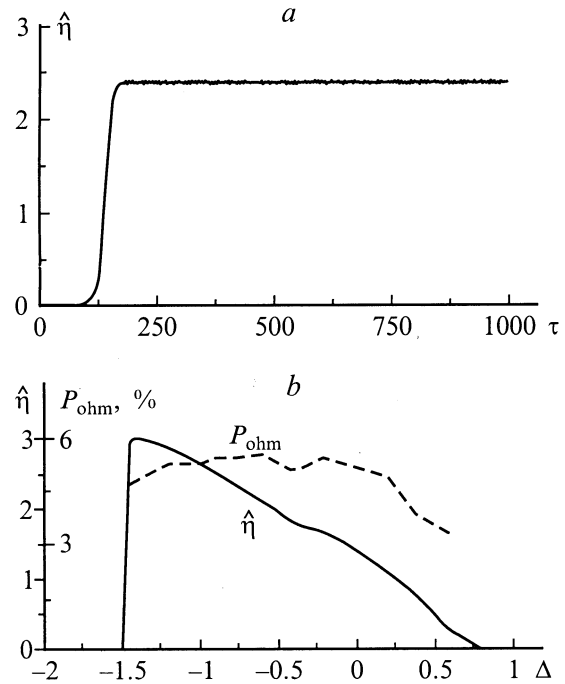
$$\eta = \frac{C}{\mu(1 - \gamma_0^{-1})} \hat{\eta},$$

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi L_x} \int_0^{L_x} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial Z} + \frac{1}{\beta_{\parallel}} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} - \Delta \right) \Big|_{Z=L_z} d\Theta_0 dX. \quad (12)$$

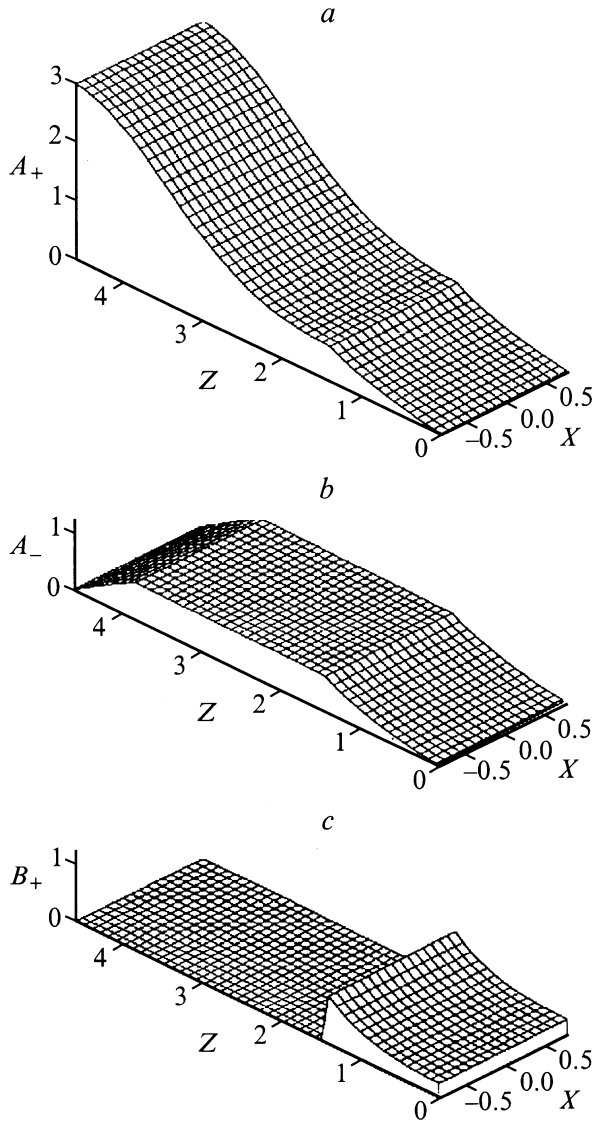
Отметим, что при записи уравнений (4), (8), (10) предполагались одновременно выполненными условия двумерного (3) и одномерного (7) брэгговского резонанса. Это, очевидно, возможно, когда  $\bar{h}_2 = \bar{h}_1/2$ , что выполняется при следующем соотношении между периодами гофрировок  $d_2 = \sqrt{2}d_1$ .

## Результаты численного моделирования

На рис. 2, 3 представлены результаты моделирования системы уравнений (4), (8), (10) при параметрах, близких к условиям экспериментов с ЛСЭ 8-миллиметрового диапазона, которые проводятся на сильноточном ускорителе Стратклайдского университета [10]. В моделировании длина входного ("двумерного") брэгговско-



**Рис. 2.** Моделирование процесса установления автоколебаний в коаксиальном ЛСЭ генераторе с комбинированным брэгговским резонатором. *a* — зависимость нормализованного электронного КПД от времени при оптимальной расстройке  $\Delta = -1.0$ ; *b* — зависимость максимального КПД и относительной величины омических потерь в стационарном режиме генерации от расстройки синхронизма  $\Delta$  при  $L_2 = 1.4$ ,  $L_0 = 2.4$ ,  $L_1 = 0.8$ ,  $L_x = 1.4$ ,  $\alpha_2 = 0.5$ ,  $\alpha_1 = 0.3$ ,  $\sigma = 0.02$ .



**Рис. 3.** Пространственное распределение амплитуд полей парциальных волн  $A_{\pm}$  и  $B_{\pm}$  в стационарном режиме генерации для параметров ЛСЭ, соответствующих рис. 2, *a*.

го зеркала равнялась 23 см, длина выходного (“одномерного”) зеркала 13 см, регулярная часть резонатора составляла 38 см, средний диаметр  $2R = 7$  см, зазор между пластинами  $r_0 = 1$  см. Амплитуда гофра во входном резонаторе была 0.3 мм, а во втором — 0.1 мм. Погонный ток пучка составлял 50–100 А/см, энергия частиц 0.5 MeV, период ондулятора 4 см, осциляторная скорость частиц в поле ондулятора  $\beta_{\perp} \approx 0.2-0.3$ . При этом параметр Пирса составлял  $C \approx 7 \cdot 10^{-3}$  и соответственно безразмерные длины различных секций равнялись  $L_2 = 1.4$ ,  $L_0 = 2.4$ ,  $L_1 = 0.8$  с периметром системы  $L_x = 1.4$ . Параметр потерь принимался равным  $\sigma = 0.02$ , что соответствует резонатору, изготовленному из дюралюминия. При моделировании считалось, что поступательная скорость частиц совпадает с групповой скоростью попутной синхронной волны.

На рис. 2, *a* представлена зависимость нормализованного электронного КПД от времени, показывающая возможность установления стационарного режима генерации в данной схеме ЛСЭ. Максимальный КПД достигается при отрицательных расстройках синхронизма  $\Delta$  вблизи границы полосы самовозбуждения (рис. 2, *b*). В результате для приведенных выше параметров КПД составляет 15–20%, а выходная мощность ЛСЭ достигает 100–200 MW.

Пространственные распределения амплитуд полей парциальных волн в стационарном режиме генерации показаны на рис. 3, *a-c*. Важно, что амплитуда поля синхронной волны  $A_{\pm}$  является постоянной по всей поперечной координате, что соответствует селективному возбуждению азимутально-симметричной моды  $m = 0$ . В этом случае все фракции электронного потока имеют одинаковую энергоотдачу, чем обеспечивается достаточно высокий средний КПД. При этом амплитуда полей поперечных волн  $B_{\pm}$ , распространяющихся во входном зеркале, оказывается не слишком велика. С одной стороны, это позволяет избежать проблем, связанных с развитием ВЧ пробоев. С другой стороны, оказываются достаточно небольшими омические потери, связанные с конечностью проводимости стенок резонатора. Указанные потери могут быть определены как разница между потоком мощности, вносимой пучком в резонатор и излучаемой из резонатора во внешнее пространство,

$$P_{\text{ohm}}(\%) = 1 - \frac{\int_0^{L_x} (|A_+(X, Z = L_x)|^2 + |A_-(X, Z = 0)|^2) dX}{4\eta}.$$

Согласно результатам моделирования при выбранных выше параметрах, величина омических потерь для всех  $\Delta$  не превосходит 5–6% (рис. 2, *b*). Тем не менее важно подчеркнуть, что при полном отсутствии омических (или иных, например дифракционных) потерь для запертых волн  $B_{\pm}$ , стационарный режим генерации в рассматриваемой схеме не устанавливается (см. подробнее в [7]).

Следует подчеркнуть, что характер переходного процесса оставался идентичным представленному на рис. 2, когда диаметр резонатора увеличивался до 50–70 см и соответственно нормированный периметр до  $L_x \approx 10-15$ . При этом предельное значение периметра, при котором наблюдалось установление стационарного режима генерации, было связано исключительно с ограниченностью оперативной памяти компьютера, использованного для численного моделирования. Важно также, что характер установившегося режима не зависел от начального распределения поля как по продольной, так и по азимутальной координатам.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что использование в ЛСЭ коаксиальной геометрии комбинированных резонаторов, составленных из одномерного

и двумерного планарных брегговских зеркал, позволяет получить пространственно-когерентное излучение от трубчатых электронных потоков с поперечными размерами, на несколько порядков превосходящими длину волны. При этом в стационарном режиме генерации пространственная структура выходного излучения совпадает с одной из азимутально-симметричных мод коаксиального волновода.

## Список литературы

- [1] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 9. С. 23.
- [2] Arzhannikov A.V., Ginzburg N.S., Nikolaev V.S. et al. // Proc. 14<sup>th</sup> Intern. FEL Conf. Kobe (Japan), 1992. P. 214.
- [3] Arzhannikov A.V., Nikolaev V.S., Sinitsky S.L., Yushkov M.V. // J. Appl. Phys. 1992. Vol. 72. N 4. P. 1657.
- [4] Arzhannikov A.V., Bobylev V.B., Nikolaev V.S. et al. // Proc. 10<sup>th</sup> Intern. Conf. on High-Power Particle Beams. San Diego (USA), 1994. Vol. 1. P. 136.
- [5] Бастриков А.Н., Бугаев С.П., Киселев И.Н. и др. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 3. С. 483.
- [6] Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. et al. // Nuclear Instr. and Meth. in Phys. Research A. 1995. Vol. A358. P. 189.
- [7] Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. // Optics Commun. 1994. Vol. 112. P. 151.
- [8] Agarin N.V., Arzhannikov A.V., Bobylev V.B. et al. // Proc. IV Intern. Workshop "Strong Microwaves in Plasmas". Nizhny Novgorod, 1999. P. S24.
- [9] Agarin N.V., Arzhannikov A.V., Bobylev V.B. et al. // Abstracts 21<sup>st</sup> Intern. FEL Conf. Hamburg, 1999. P. Mo-O-03.
- [10] Phelps A.D.R., Cross A.W., Robb G.R.M. et al. // Proc. 19<sup>th</sup> Intern. FEL Conf. Beijing (China), 1997. P. II-122.
- [11] Bratman V.L., Denisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 282.
- [12] Ковалев Н.Ф., Орлова И.М., Петелин М.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 5. С. 783.