

01;04;09

## Сферический плазмод с нерезкой границей в линейно поляризованном квазистатическом электромагнитном поле

© Л.П. Грачев, И.И. Есаков, С.Г. Малык

Федеральное государственное унитарное предприятие Московский радиотехнический институт РАН,  
113519 Москва, Россия  
e-mail: esakov@dataforce.net

(Поступило в Редакцию 18 сентября 2000 г. В окончательной редакции 30 ноября 2000 г.)

Рассчитано поле в окрестности сферически симметричного плазмоида с гауссовым распределением электронной концентрации, помещенного в линейно поляризованное однородное квазистатическое электромагнитное поле. Результаты расчета сравнены с известным полем сферического плазмоида с однородной концентрацией. Осуждена возможность трансформации возникающего в результате безэлектронного СВЧ пробоя газов начального плазмоида в СВЧ стример.

### Введение

Эксперименты показали, что безэлектродный СВЧ разряд в воздухе высокого давления в поле линейно поляризованной волны высокочастотного открытого двухзеркального резонатора реализуется в виде СВЧ стримера [1,2]. Такой разряд зарождается в пучности электрической компоненты электромагнитного (ЭМ) поля  $\mathbf{E}$ , формируемой в резонаторе стоячей волны на единичном точечном затравочном элементе, например фоновом свободном электроны. Первоначально он развивается в виде сферически симметричного плазменного образования с гауссовым распределением электронной концентрации, а затем вытягивается вдоль поля в обе стороны от места зарождения в виде тонкого плазменного канала [1].

В [3] предложен физический механизм, могущий привести к "вытягиванию" начального плазмоида. Последний в [3] при количественных оценках рассматривался в виде сферы с резкой границей и однородной объемной электронной концентрацией. Электростатические эффекты взаимодействия такой сферы и СВЧ поля приводят к тому, что поле на ее полюсах, где вектор  $\mathbf{E}$  перпендикулярен поверхности сферы, увеличивается, а в ее экваториальной области ослабляется. В результате возрастает темп ионизации на полюсах плазменного зародыша, и он за счет ионизационно-диффузного механизма распространения границы разряда начинает удлиняться вдоль поля.

В [4] такой подход в квазистатическом приближении применен и к анализу динамики развития плазменного эллипсоида с однородной концентрацией, вытягивающегося вдоль ионизирующего  $\mathbf{E}$ . Однако в ней же численный расчет двумерного СВЧ стримера дает темп его роста, меньший, чем следующий из аналитических оценок. В [5], где также проанализирована ионизационно-диффузная модель развития двумерного СВЧ стримера уже с учетом эффектов "запаздывания" поля, это расхождение объяснено диффузной размытостью границ плазменного образования, которые формируются в ходе его развития. И наконец, в [6] численным моделированием

исследована динамика формирования высокочастотного стримера при условии, что основную роль в распространении разрядного фронта играет ионизирующее излучение из области разряда.

В настоящей работе сделана попытка оценить влияние диффузной гауссовой размытости границ СВЧ разряда на самой начальной сферически симметричной стадии развития стримера. При этом в исследуемой ниже модели исключен процесс ионизации. В ней величина электронной концентрации и ее пространственное распределение являются наперед заданными и неизменными.

### Постановка задачи

Под высоким давлением  $p$  газа мы будем понимать такое  $p$ , при котором выполняется условие

$$\nu_c \gg \omega, \quad (1)$$

где  $\nu_c$  — частота соударений электронов с нейтралами,  $\omega$  — круговая частота ЭМ поля.

Например, для воздуха при уровне напряженности поля  $\mathbf{E}$ , лишь незначительно превышающем уровень пробойного поля  $\mathbf{E}_c$ ,  $\nu_c \cong 4 \cdot 10^9 p, s^{-1}$  [7]. Здесь и в аналогичных формулах, приводимых ниже, давление  $p$  выражено в Торг. Для экспериментальных условий работы [1] при  $\omega \cong 2 \cdot 10^{10} s^{-1}$ , неравенство (1) заведомо справедливо при атмосферном  $p$ , при котором выполнялись описанные в ней опыты. При соблюдении (1) комплексную диэлектрическую проницаемость плазмы  $\epsilon$  можно записать в виде [8]:  $\epsilon = 1 - iN$ ; где  $N = n/n_0$  — относительная электронная концентрация плазмы,  $n$  — ее абсолютное значение, а ее характерное значение

$$n_0 = (m_e \epsilon_0 / q_e^2) \omega \nu_c, m^{-3}. \quad (2)$$

Здесь  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$  — масса,  $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$  — заряд электрона,  $\epsilon_0 = 10^{-9} / (36\pi)$ ,  $F/m$  — диэлектрическая проницаемость вакуума. Например, для условий работы [1]  $n_0 = 2.5 \cdot 10^{10} p (cm^{-3})$  и при  $p = 760 \text{ Торг}$   $n_0 \cong 2 \cdot 10^{13} cm^{-3}$ . Если в исходное однородное линейно

поляризованное СВЧ поле величиной  $\mathbf{E}_0$  помещен плазменный шар с однородной по объему диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , то при радиусе шара  $a \ll 1/k$ , где  $k = \omega/c$  — величина волнового вектора ЭМ поля,  $c$  — скорость света, поле внутри него  $\mathbf{E}_i$  будет также однородным и иметь величину [8]

$$E_i = |3/(\varepsilon + 2)|E_0. \quad (3)$$

На полюсах же такого шара напряженность поля максимальна:

$$E_m = |\varepsilon|E_i. \quad (4)$$

Пусть теперь, например, в воздухе, на который наложено СВЧ поле с  $E_0 > E_c$ , в момент времени  $t = 0$  и в некоторой точке, которую мы примем за начало координат, появился свободный электрон, с которого начинает развиваться СВЧ пробой. Очевидно, что при  $N \ll 1$  нарабатываемая плазма практически не искажает исходное поле. Кроме того, будем полагать, что на рассматриваемом временном интервале в разрядной плазме еще не успевает накопиться заметное количество ее компонент, нарабатывающихся в плазмохимических реакциях и ответственных за ионизирующее излучение из разрядной области [9]. В этом случае развитие электронной лавины во времени и пространстве, учитывающее только ее диффузионное расплывание, можно описать равенством [3]

$$n = \frac{e^{(\nu_i - \nu_a)t}}{\pi^{3/2} a^3} e^{-(r/a)^2}, \quad (5)$$

где  $r$  — длина радиус-вектора, а характерный размер сферически симметричного плазменного облака

$$a = 2\sqrt{Dt}. \quad (6)$$

В (5) коэффициент  $\nu_a = 2 \cdot 10^4 p (\text{s}^{-1})$  — частота прилипания электронов [10], а при  $E_0 \leq 3E_c$  частота ионизации [10]

$$\nu_i = \nu_a (|E_0|/E_c)^{5.34} \quad (7)$$

является функцией лишь модуля поля и не зависит от его направления. В (6) величина коэффициента диффузии  $D$  определяется величинами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{a}$ . При малом  $\mathbf{n}$ , пока дебаевский радиус  $r_d = \sqrt{\varepsilon_0 U_e / (2q_e n)} > a$ , где  $U_e \cong 1 \text{ eV}$  — энергия плазменных электронов [11], их диффузия является свободной и  $D = D_e \cong 1.6 \cdot 10^6 / p (\text{cm}^2/\text{s})$  [11]. При  $r_d < a$  процесс диффузии становится амбиполярным и  $D = D_a \cong 1.4 \cdot 10^4 / p (\text{cm}^2/\text{s})$  [11].

Из (5) и (6) следует, что на этой стадии развития разряда его граница с малой заданной электронной концентрацией перемещается по  $\mathbf{r}$  со скоростью

$$V = 2\sqrt{D(\nu_i - \nu_a)}. \quad (8)$$

Переходя к решению поставленной задачи и ориентируясь на (4), будем считать, что в однородное линейно

поляризованное ЭМ поле величиной  $\mathbf{E}_0$  помещен сферически симметричный плазмоид с пространственным распределением комплексной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon = 1 - iNe^{-(r/a)^2} \quad (9)$$

и характерным размером  $a \ll 1/k$ . В этом случае можно воспользоваться квазистатическим приближением и считать, что скалярный потенциал поля  $\Phi$  в окрестности такого плазмоида подчиняется уравнению [8]

$$\text{div}(\varepsilon \nabla \Phi) = 0, \quad (10)$$

а

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi, \quad (11)$$

и при  $r \gg a$  напряженность поля  $E = E_0$ .

Уравнения (9)–(11) решались в сферических координатах, полярный угол которых  $\Theta$  отсчитывался от направления вектора  $\mathbf{E}_0$  исходного поля, а начало помещалось в центр плазмоида. При решении равенством  $x = r/a$  был введен безразмерный масштаб.

## Результаты расчетов

Результаты выполненных расчетов приведены на рис. 1–7. На рис. 1 в качестве примера при  $N = 10$  приведены распределения величины поля в зависимости от  $x$  при  $\Theta = 0$  и  $\pi/2$ , наложенные на пространственное распределение электронной концентрации. Из них видно, что в центре плазмоида при  $r = 0$  поле  $E_i$  меньше исходного  $E_0$ , соответствующего на графиках  $r \gg a$ , а в его полярной области наблюдается усиление поля.

На рис. 2 приведены зависимости от  $N$  относительных максимальных усиления поля в полярных областях анализируемого плазмоида и плазмоида с однородной электронной концентрацией. Видно, что уже на начальной стадии развития СВЧ разряда неучет диффузной размытости границ плазменного зародыша может привести к значительным количественным ошибкам. У такого плазмоида усиление поля в полярных областях с ростом  $N$  происходит существенно медленнее. Так, у однородного

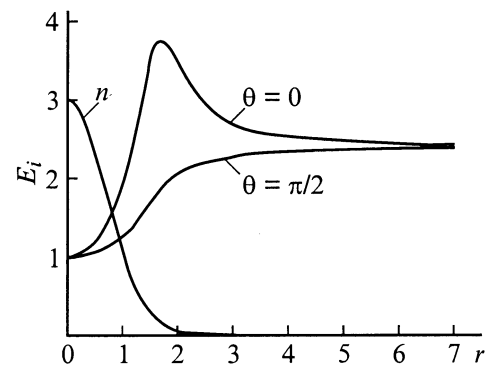
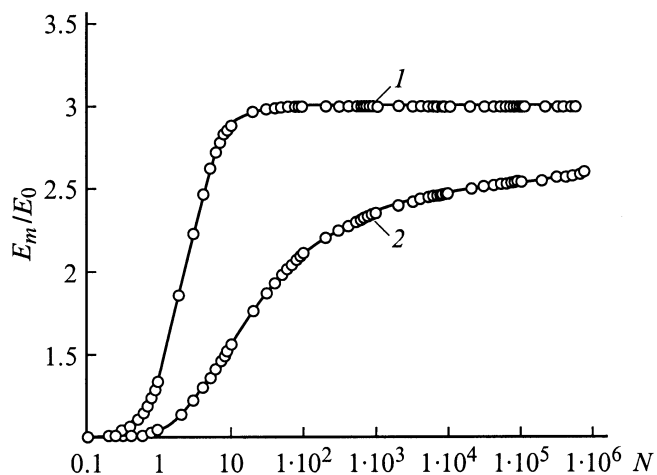
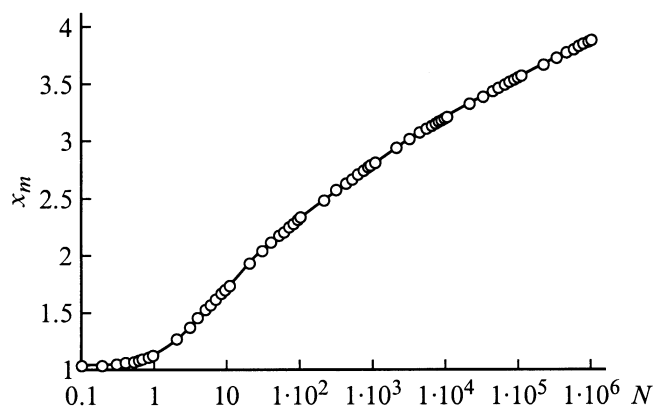


Рис. 1. При  $N = 10$  распределение по радиусу плазмоида электронной концентрации  $n$  и поля.



**Рис. 2.** Зависимость от электронной концентрации в центре плазмоида максимального усиления поля в полярной области плазмоида с равномерным (1) и гауссовым (2) характером ионизации.



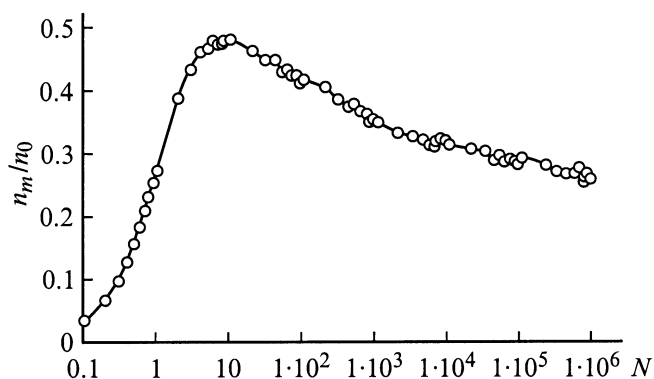
**Рис. 3.** Положение максимума напряженности поля в полярной области плазмоида в зависимости от электронной концентрации в его центре.

плазмоида при  $N = 1$  величина  $E_m/E_0 = 1.34$ , где  $E_m$  — максимум напряженности поля в области его усиления, а у плазмоида с диффузной границей — всего 1.05, т.е. по (7) темп ионизации на полюсах однородного плазмоида вырос бы почти в пять раз, а у реального — всего на 30%.

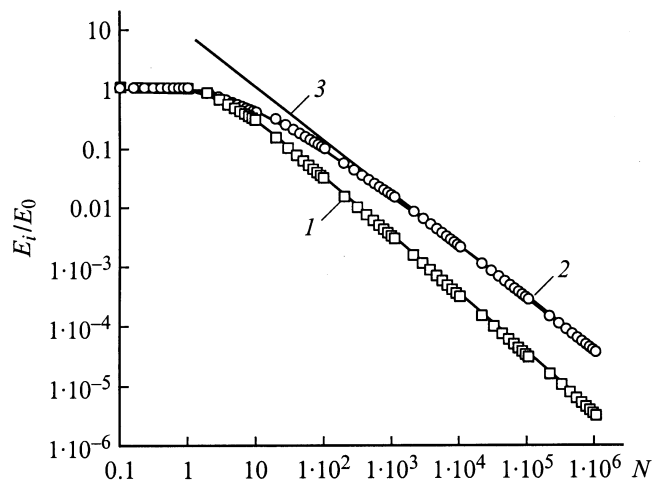
На рис. 3 показана зависимость от  $N$  положения максимума поля  $x_m$  в полярной области плазмоида с гауссовым распределением электронной концентрации. Из него следует, что при  $N \ll 1$  это положение находится практически на размере  $a$ , а с ростом  $N$  начинает удаляться от центра плазмоида. На рис. 4 для такого же плазмоида дана зависимость от  $N$  значения электронной концентрации  $n_m$ , соответствующей расстоянию  $x_m$ . Из него следует, что с ростом  $N$ , т.е. концентрации в центре плазмоида, величина  $n_m$  практически стабилизируется на уровне  $n_m/n_0 \cong 0.25$ .

На рис. 5 показано ослабление поля в центре плазмоида с равномерным и гауссовым распределением электронной концентрации. Видно, что в обоих случаях при  $N \leq 1$  напряженность поля в плазмоиде практически равна исходной. Например, при  $N = 1$  поле  $E_i$  отличается от  $E_0$  всего на 5%. При больших  $N$  оно начинает "провисать", причем у плазмоида с нерезкой границей несколько медленнее. Так, если для однородного плазмоида при  $N > 50$  отношение  $E_i/E_0 \cong 3/N$ , то для плазмоида с гауссовым распределением  $N$  при  $N > 500$  отношение  $E_i/E_0$  можно аппроксимировать зависимостью  $8/N^{0.9}$ .

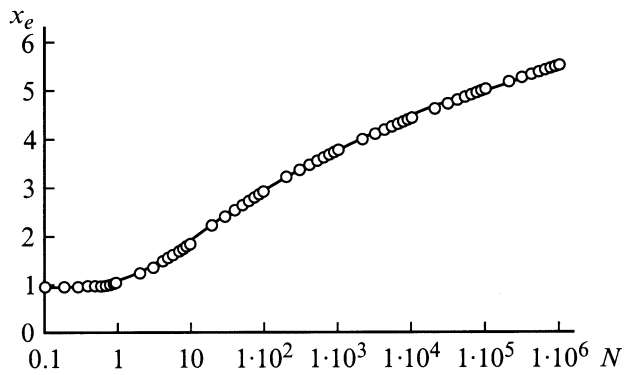
На рис. 6 для плазмоида с диффузной границей приведена зависимость от  $N$  пространственного масштаба  $x_e$  искажения поля плазмоидом в его экваториальной плоскости по уровню  $[E_i + (E_0 - E_i)/\sqrt{2}]$ . Из нее следует, что при  $N \leq 1$  масштаб  $x_e$  практически не отличается от единицы и растет с ростом  $N$ . На рис. 7 (кривая 1) для такого плазмоида показана зависимость от  $N$  величины электронной концентрации  $n_e$ , соответ-



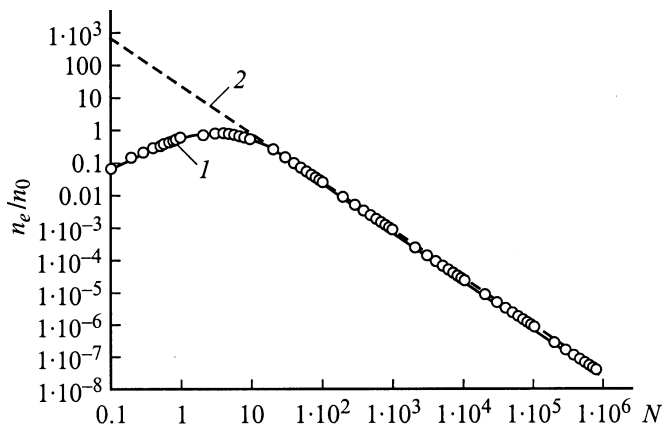
**Рис. 4.** Зависимость от электронной концентрации в центре плазмоида ее уровня, соответствующего положению максимума напряженности поля.



**Рис. 5.** Зависимость ослабления поля в центре плазмоида от электронной концентрации в нем с равномерным (1) и гауссовым (2) характером ионизации; 3 — аппроксимация.



**Рис. 6.** Зависимость от электронной концентрации в центре плазмоида характерного пространственного масштаба ослабления поля по его экваториальному сечению.



**Рис. 7.** Зависимость от электронной концентрации в центре плазмоида ее уровня на соответствующем размере  $x_e$ .

ствующей экваториальной области плазмоида с  $x = x_e$ . При  $N > 10$  (кривая 2) зависимость  $n_e/n_0$  может быть аппроксимирована выражением  $10/N^{1.4}$ .

## Обсуждение результатов расчетов применительно к безэлектродному СВЧ разряду

Обсудим полученные результаты. Из (8) следует, что ионизационно-диффузная скорость перемещения границы разряда существенно зависит от характера диффузии электронов, так как  $D_e$  на два порядка больше  $D_a$ . При оценке этой скорости при малых  $N$ , когда  $r_d > a$  даже в центре плазмоида, проблема не возникает, так как во всем его объеме  $D = D_e$ . Ситуация усложняется при больших  $N$ , когда в центральной области плазмоида, включая  $x_m$ ,  $r_d < a$  и в ней  $D = D_a$ . Например, для экспериментальных условий работы [1] в воздухе при  $p = 760$  Торг, положив в оценках  $E_0/E_c = 1.3$  и  $D = D_e$ , из (5) и (6) получим время наработки концентрации плазмы в центре плазмоида до уровня, соответствующего

щего  $N = 1$ ,  $t_1 = 5.4 \cdot 10^{-7}$  s, а характерный размер плазмоида  $a_1 = 7 \cdot 10^{-2}$  cm. При этом из рис. 4 следует, что в этом случае на размере  $x_m$  концентрация плазмы  $n_m = 0.2 \cdot n_0 = 4 \cdot 10^{12}$  cm $^{-3}$ , т.е.  $r_d = 3 \cdot 10^{-4}$  cm  $\ll a_1$  даже при  $N = 1$ .

В то же время из-за гауссова характера распределения  $n$  всегда можно указать достаточно удаленную от центра полярную область плазмоида, где  $r_d > a$  и диффузия электронов является свободной. Например, для варианта, отраженного на рис. 1, на полюсах плазмоида локальное значение скорости  $V$ , рассчитанное по (8), при  $x_m$ , где  $D = D_a$ , несмотря на усиление поля в 1.5 раза и связанный с этим почти десятикратный рост  $\nu_i$  (см. (7)), все равно меньше, чем при  $r \gg a$ , где  $D = D_e$ , а ионизация идет практически в неусиленном поле  $E_0$ . В работе же [12] показано, что в этом случае формирование фронта СВЧ разряда определяется именно свободной диффузией электронов.

Аналогичная ситуация реализуется и в экваториальной области плазмоида. И в ней всегда можно указать такое  $r \gg a$ , где  $D = D_e$ , а ионизация идет практически в неискаженном поле  $E_0$ .

Таким образом, из расчетов следует, что сами по себе электростатические ионизационно-дрейфовые эффекты, скорее всего, не могут привести к росту вдоль  $E_0$  реального начального пробойного плазмоида с диффузной размытостью границ.

Наличие такого "вытягивания", полученного численным моделированием в работах [4] и [5], обусловлено заданием исходного распределения  $n$ . В [4] расчет начинается с малой прямоугольной области с однородной электронной концентрацией. Очевидно, что такой подход качественно не отличается от подхода, используемого в работе [3]. В [5] исходно задается некий плавный профиль плазмоида, который тем не менее резко разграничивает области с  $n = 0$  и  $n \neq 0$ . В [6] расчет начинается с плазмоида, имеющего гауссово распределение концентрации, и также приводит к образованию СВЧ стримера. Однако в ней скорость движения границы разряда обусловлена фотоионизацией и не зависит от концентрации плазмы.

В то же время реализация именно фотоионизационного механизма роста стримера в опубликованных к настоящему времени экспериментальных работах вызывает сомнение. Во-первых, свойства наблюдаемых СВЧ стримеров в воздухе и водороде качественно не отличаются [13], хотя очевидно, что фотоионизационные механизмы в них существенно различны. Во-вторых, СВЧ разряды высокого давления являются стримерными и в подкритических полях, а для этого вида разряда имеются экспериментальные данные по многим газам [14]. Эти разряды в различных газах также качественно не различаются. Таким образом, более вероятно, что именно ионизационно-диффузный механизм перемещения плазменной границы как раз и является универсальным механизмом, не зависящим от сорта газа, который ответствен за стримерный характер СВЧ разряда. И наконец,

выполненные в настоящей работе расчеты структуры поля в области диффузного плазмоида в значительной степени объясняют пространственную структуру СВЧ разряда в воздухе на начальных временах его развития, отраженную в виде фотографий в работе [13].

В [13] показано, что в диапазоне  $p$  от 20 до 60 Torr СВЧ разряд в воздухе и водороде в поле сфокусированной бегущей волны в своем развитии проходит несколько последовательных стадий: диффузную, ионизационно-перегревную, стримерную и т. д. С ростом  $p$  их последовательность и количество не меняются, хотя временные и пространственные масштабы сокращаются и с ростом  $p$  их становится трудно идентифицировать экспериментальными методами. В этой работе зафиксировано, что на диффузионной стадии расплывание разрядной области идет во все стороны примерно с одинаковой скоростью, а вытягиванию ее вдоль поля обязательно предшествует ионизационно-перегревная стадия. На этой стадии в полярных областях начального диффузного плазмоида образуются более яркие, вытянутые вдоль  $E_0$  каналы, которые с ростом  $p$  за счет ионизационно-диффузионного механизма и начинают удлиняться, формируя стример.

Естественно предположить, что этот механизм справедлив и для СВЧ разряда в поле стоячей волны. Тогда выполненные расчеты объясняют положение начальных ионизационно-перегревных каналов, вероятность появления которых, естественно, выше в полярных эллипсоидальных областях усиленного поля, формируемых на заключительном этапе квазистатической сферически симметричной диффузной стадии развития разряда.

## Заключение

Таким образом, выполненные достаточно простые модельные расчеты позволяют оценить характеристики безэлектродного СВЧ разряда в газах высокого давления в линейно поляризованном ЭМ поле на самом начальном этапе его развития. Из них следует, что простейшая модель начального плазмоида с резкой границей далека от реальности. Оценки показывают, что только электростатические эффекты взаимодействия разрядной плазмы с внешним полем с учетом ионизационно-диффузионного механизма распространения границы разряда не могут привести к началу роста СВЧ стримера. Образование стримера в этом случае может происходить лишь при включении в модель дополнительного физического процесса, связанного с пространственно неоднородным нагревом газа в разрядной плазме.

Использованный упрощенный подход к анализу начальной стадии СВЧ разряда, не учитывающий процессов ионизации, может быть использован и при построении модели для вычисления поля в окрестности плазменного эллипсоида с диффузной границей. Такие вычисления позволяют оценить условия его трансформации в СВЧ стример, т. е. оценить характеристики следующего этапа

развития разряда. Этот же подход можно использовать для построения модели СВЧ стримера, учитывающей соизмеримость полной длины пробойного плазменного канала с длиной волны СВЧ поля. Приведенные в работе расчетные данные могут служить ориентирами при построении полномасштабной модели СВЧ стримера, учитывающей процессы ионизации.

## Список литературы

- [1] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 2. С. 26–37.
- [2] Вихарев А.Л., Еремин Б.Г. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. Вып. 2. С. 452–455.
- [3] Двинин С.А. // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1985. Т. 26. № 6. С. 30–33.
- [4] Гильденбург В.Б., Гуцин И.С., Двинин С.А., Ким А.В. // ЖЭТФ. 1990. Т. 97. Вып. 4. С. 1151–1157.
- [5] Веденин П.В., Розанов Н.Е. // ЖЭТФ. 1994. Т. 105. Вып. 4. С. 868–880.
- [6] Найдис Г.В. // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. Вып. 4. С. 1288–1296.
- [7] Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир, 1969. 205 с.
- [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 531 с.
- [9] Богатов Н.А., Голубев С.В., Зорин В.Г. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. Вып. 14. С. 888–891.
- [10] Лупан Ю.А. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 11. С. 2321–2326.
- [11] Гуревич А.В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. 19. Вып. 4. С. 633–640.
- [12] Горелик Б.Р., Ходатаев К.В. // Физика плазмы. 1997. Т. 23. № 3. С. 236–245.
- [13] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 7. С. 32–45.
- [14] Грачев Л.П., Есаков И.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1998. Т. 68. № 4. С. 33–36.