01

Нетвердотельно вращающиеся структуры в изотермических намагниченных атмосферах

© Ю.В. Вандакуров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 16 октября 2000 г.)

Изучаются возможные равновесные вращающиеся намагниченные плазменные конфигурации, в которых отсутствуют эффекты угловой асимметрии из-за неоднородного распределения молекулярного веса. Вязкость среды принимается несущественной. Разделение переменных осуществляется в рамках точных нелинейных уравнений путем представления векторных полей в виде рядов по ортогональным векторным сферическим гармоникам. Эти ряды обычно расходятся, но возможно и обрывание рядов. Соответствующие последнему условию равновесные модели являются обобщением простейшей жестко вращающейся модели, они изучаются ниже. Показано, что возможны неосесимметричные равновесные структуры с магнитным полем повернутого диполя. В случае изотермической атмосферы может формироваться режим со сверхвращением среды и с меридиональной циркуляцией вещества. Обсуждается возможность реализации подобного режима в верхней атмосфере Земли.

Введение

Мы рассматриваем простейшие вращающиеся и намагниченные модели, представляя все векторные поля в виде разложений по полной системе ортогональных векторных сферических гармоник. В этом случае разделение переменных (угловых и радиус-время) осуществляется в рамках точных соотношений вне зависимости от того, является уравнение линейным или нелинейным, причем учитываются также условия регулярного пространственного поведения полей (раздел 1). Анализ нелинейных уравнений, получающихся после разделения переменных и имеющих форму бесконечных рядов по упомянутым гармоникам, приводит к выводу о существовании некоторых чисто математических проблем, ранее остававшихся незамеченными при рассмотрении систем сложных многомерных исходных уравнений. Фактически речь идет о том, что в случае бесконечного ряда, содержащего нелинейные члены, число членов ряда при переходе от одного приближения к следующему обычно растет быстрее, чем растет число переменных, из-за чего ненулевое решение может быть невозможным (раздел 2). Подобное затруднение, обусловленное нелинейностью магнитной силы, обсуждалось в работах [1,2] на примере задачи равновесия изолированной осесимметричной магнитной трубки в лучистой зоне невращающейся звезды. В этом случае задача равновесия имеет решение, только если поле является дипольным. Вероятно, по причине недипольного поля в магнитных звездах могут образовываться химические неоднородности в виде пятен [3,4].

В связи со сказанным интерес представляет такое общее решение обсуждаемой проблемы равновесия вращающейся намагниченной невязкой конфигурации, которому соответствует нелинейная сила, описывающаяся конечным рядом по векторным сферическим гармоникам. Мы изучаем ниже случай обрывания на самом начальном этапе рядов по векторным гармоникам для гидродинамической скорости и магнитного поля (разделы 2 и 3). Рассматриваемые равновесные конфигурации представляют собой обобщение простейшей немагнитной жестко вращающейся модели или невращающейся модели с дипольным магнитным полем. Такое исследование позволяет получить ответ на следующие важные вопросы: 1) является ли движение среды, эквивалентное твердотельному вращению среды, единственно возможным в обсуждаемых моделях; 2) может ли выполняться условие равновесия в случае наклонного к оси вращения дипольного магнитного поля.

С целью выяснения этих вопросов нами выводятся общие точные формулы для нелинейных сил при выполнении сформулированного выше условия обрывания рядов (раздел 3). Полученные формулы показывают, что простое точное решение может быть найдено как в случае осесимметричной угловой скорости вращения, так и в присутствии зависящей от долготы составляющей гидродинамической скорости. В последнем варианте присутствует также меридиональная компонента скорости. Формирование подобного сложного движения среды с меридиональной циркуляцией вещества могло бы способствовать выравниванию температур между приэкваториальными и полярными областями даже в отсутствие конвективной неустойчивости. Выведенные соотношения позволяют провести численное изучение таких моделей в рамках точных уравнений. Возможны также невращающиеся модели с наклонным к оси вращения дипольным магнитным полем.

Раздел 4 посвящен более детальному исследованию моделей, в которых давление является функцией одной плотности. В частности, это условие удовлетворяется в однородных по составу изотермических зонах. Подобные зоны обычно присутствуют в верхних атмосферах звезд и планет. Выведенные нами соотношения позволяют провести анализ возможности формирования в этих верхних частично или полностью ионизованных изотермических атмосферах режима со сверхвращением и меридиональной циркуляцией вещества в том случае, когда происходит вынос генерирующегося магнитного поля вместе с заряженными частицами в вышерасположенные слои.

Наблюдения, по-видимому, подтверждают существование зон с сверхвращением в атмосферах некоторых планет, в частности Земли. В пользу присутствия в земной атмосфере зоны, в которой угловая скорость вращения увеличивается приблизительно на 30%, говорят наблюдения изменений наклонений орбит спутников [5]. Речь идет о высотах около 200 km, соответствующих нижней границе верхней изотермической области. Наши расчеты приводят к небольшой зоне сверхвращения шириной около 30 km (раздел 4). Мы обсуждаем ниже также возможность приложения полученных результатов к объяснению сильного сверхвращения, наблюдаемого в верхней венерианской атмосфере, вращающейся со скоростью на два порядка более высокой, чем сама планета. Заметим еще, что выбросы вещества и поля происходят также в солнечной короне. Мы проводим краткий анализ этих проблем в разделе 5.

1. Основные уравнения

Уравнение равновесия и ротор этого уравнения имеют вид

$$\frac{1}{2}\,\nabla(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v})+\mathbf{Q}+\frac{1}{\rho}\,\nabla p+\nabla\Phi=0, \qquad (1)$$

$$\mathbf{R}+(\nabla p\times\nabla\rho)/\rho^2=0, \qquad (2)$$

где

$$\mathbf{Q}=(\mathrm{rot}\,\mathbf{v})\times\mathbf{v}-(\mathrm{rot}\,\mathbf{B})\times\mathbf{B}/(4\pi\rho), \qquad (3)$$

$$\mathbf{R}=\mathrm{rot}\,\mathbf{Q}, \qquad (4)$$

$\mathbf{v}, \mathbf{B}, \Phi, p$ и ρ обозначают соответственно гидродинамическую скорость, магнитное поле, гравитационный потенциал, давление и плотность среды.

В полную систему уравнений кроме уравнения (1) входят также

$$\mathrm{div}\,(\rho\mathbf{v})\approx 0, \quad \mathrm{div}\,\mathbf{B}=0 \qquad (5)$$

и уравнения поля и энергии. Последние уравнения мы не выписываем. Заметим, что ниже рассматривается приближение медленного вращения и малой магнитной силы, так что плотность, входящую в формулу для магнитной силы, можно трактовать как сферически симметричную. В этом приближении возможна также линеаризация как 2-го члена в уравнении (2), так и члена с градиентом давления в уравнении (1). В итоге основные нелинейные проблемы оказываются связанными с изучением вихревой составляющей нелинейной силы. Впрочем, мы рассматриваем ниже также член, содержащий скалярное произведение $\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}$.

Разделение переменных осуществляется путем представления любого вектора $\mathbf{f}$ (или скаляра p) в виде разложения по ортогональным векторным сферическим гармоникам $\mathbf{Y}^{(\lambda)}_{JM}$ (или сферическим функциям Y_{JM})

$$\mathbf{f}=\sum_{\lambda JM} f^{(\lambda)}_{JM}\mathbf{Y}^{(\lambda)}_{JM}=\sum_{JM}\Bigg\{\mathbf{i}_r f^{(-1)}_{JM}Y_{JM}$$
$$+\mathbf{i}_\vartheta\frac{1}{[J(J+1)]^{1/2}}\left[f^{(+1)}_{JM}\frac{\partial Y_{JM}}{\partial\vartheta}-\frac{M}{\sin\vartheta}f^{(0)}_{JM}Y_{JM}\right]$$
$$+\mathbf{i}_\varphi\frac{i}{[J(J+1)]^{1/2}}\left[\frac{M}{\sin\vartheta}f^{(+1)}_{JM}Y_{JM}-f^{(0)}_{JM}\frac{\partial Y_{JM}}{\partial\vartheta}\right]\Bigg\}, \qquad (6)$$

$$p=\sum_{JM}p_{JM}Y_{JM}, \qquad (7)$$

где $f^{(\lambda)}_{JM}=f^{(\lambda)}_{JM}(r)$, $Y_{JM}=Y_{JM}(\vartheta,\varphi)$, $\mathbf{i}_r$, $\mathbf{i}_\vartheta$, $\mathbf{i}_\varphi$ — орты сферической системы координат r,ϑ,φ; индекс J — целое неотрицательное число; $M=-J,-J+1,\ldots,J$; $\lambda=-1,0$ или $+1$; коэффициенты $f^{(\pm1)}_{JM}$ и $f^{(0)}_{JM}$ определяют соответственно полоидальные и тороидальные составляющие.

В частности, при $\mathbf{f}=\mathbf{v}$ коэффициенты $\upsilon^{(0)}_{J0}$ описывают вращение среды. Например, если существенным является лишь член с $J=1$, то будем иметь

$$\upsilon^{(0)}_{10}=-ir\Omega(8\pi/3)^{1/2}, \qquad (8)$$

где Ω — угловая скорость вращения.

В случае осесимметричного дипольного магнитного поля $\mathbf{f}=\mathbf{B}$ и лишь коэффициент $B^{(\pm1)}_{10}$ отличен от нуля. Здесь речь идет о поле с широтной структурой, как у поля диполя, но радиальная зависимость определяется из уравнения равновесия.

Использование соотношений (6), (7) позволяет привести исходные нелинейные уравнения равновесия в частных производных к решению системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений для зависящих от r коэффициентов упомянутых разложений. Явные выражения для коэффициентов разложений в случае нелинейных членов рассматривались в работе [2], где были выведены формулы как для коэффициентов $Q^{(\lambda)}_{JM}$, определяющих разложение нелинейной силы (3) по векторным сферическим гармоникам, так и для величин Ψ_{JM}, входящих в уравнение

$$\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}=\sum_{JM}\Psi_{JM}Y_{JM}. \qquad (9)$$

Эти формулы используются ниже при нахождении решения уравнений.

2. Проблема разрешимости уравнений

Обусловленные нелинейностью проблемы можно пояснить на простых примерах. Пусть сначала речь идет о вращении изотермической немагнитной среды, для которой $\nabla p \times \nabla \rho = 0$ и в соответствии с уравнениями (2)–(4)

$$\mathrm{rot}\left[(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}) \times \mathbf{v}\right] = 0. \qquad (10)$$

Конечно, неодномерность уравнения (10) сильно усложняет обсуждаемую задачу. Если бы речь шла просто о нахождении из уравнения

$$(A_n)^2 = 0 \qquad (11)$$

коэффициентов a_k ряда Фурье $A_n = a_1 \sin\varphi + a_2 \sin 3\varphi + + \ldots + a_n \sin[(2n-1)\varphi]$, где $n = 1, 2, 3, \ldots, \infty$, то при не равных тождественно нулю a_k каждый переход от n-го к $(n+1)$-му приближению приводил бы к появлению в уравнении (11) не одной, а двух дополнительных тригонометрических функций. Например,

$$A_1 = a_1 \sin\varphi, \quad (A_1)^2 = (1/2)(a_1)^2(1-\cos 2\varphi),$$

$$A_2 = A_1 + a_2 \sin 3\varphi,$$

$$(A_2)^2 = (A_1)^2 + \left[a_1 a_2(\cos 2\varphi - \cos 4\varphi) + (1/2)(a_2)^2(1-\cos 6\varphi)\right].$$

В результате рост числа уравнений, определяющихся числом новых тригонометрических функций в уравнении (11), происходил бы быстрее, чем рост числа переменных a_k.

Хотя этот пример не имеет прямого отношения к обсуждаемой проблеме, он все же, как будет видно из нижеследующего, поясняет суть дела. Пусть, например, речь идет о нахождении решения уравнения (10) в случае осевой симметрии, тогда $M = 0$ и $M_k = 0$. Из приведенных в работе [2] формул получим, что не равные тождественно нулю члены в левой части уравнения (10) определяются условием неравенства нулю коэффициентов Клебша–Гордана $C^{J0}_{J_1 0 J_2 0}$. Последнее же условие выполняется, если удовлетворяется известное правило треугольника $|J_1 - J_2| \le J \le J_1 + J_2$, причем $J + J_1 + J_2$ — четное число, и $J > 0$ (при $J = 0$ левая часть уравнения (10) очевидно равна нулю). Кроме того, из структуры этого уравнения видно, что индексы J_1 и J_2, относящиеся к коэффициентам $\upsilon^{(\lambda)}_{J_1 0}$ и $\upsilon^{(\lambda)}_{J_2 0}$, имеют одинаковую четность, причем J — четное число.

Если ряд для $\upsilon^{(0)}_{J0}$ типа (6) содержит только одну моду, т. е. число мод $N = 1$, и присутствует лишь коэффициент скорости с 1-м индексом $J_1 = J_2 = 1$, уравнение (10) приводится к одному уравнению, соответствующему индексу $J = 2$. При помощи этого уравнения можно определить радиальную зависимость коэффициента $\upsilon^{(0)}_{10}$. Если же $N = 2$ и каждый из коэффициентов J_1 или J_2 равен либо 1, либо 3, то правило треугольника приводит к 3-м уравнениям (при J равном 2, 4 и 6) для двух величин: $\upsilon^{(0)}_{10}$ и $\upsilon^{(0)}_{30}$. Видно, что в данном случае появляется разность между числом уравнений и числом неизвестных и эта разность, как нетрудно убедиться, растет с увеличением числа N. Таким образом, при $N > 1$ обсуждаемая система уравнений становится неразрешимой. Этот вывод справедлив и для более общих конфигураций. Например, если бы индексы J_1 и J_2 были четными (это соответствует антисимметричному относительно экваториальной плоскости распределению скорости вращения), то уже при $N = 1$ и наименьшем значении индекса $J_1 = J_2 = 2$ мы бы имели 2 уравнения (при $J = 2$ и $J = 4$) для одной переменной $\upsilon^{(0)}_{20}$.

В случае вращающейся магнитной конфигурации в лучистой зоне существенную роль может играть второй член в левой части уравнения (4), зависящий от распределения температуры. Все же переменные, входящие в обсуждаемый дополнительный член, определяются другими уравнениями, так что сформулированный выше вывод о неразрешимости всей системы уравнений равновесия (в случае, если условие обрывания ряда для нелинейной силы не удовлетворяется) остается в силе. Например, если бы подбором распределения температуры мы бы устранили в уравнении (2) обсуждаемый эффект неразрешимости, то выполнение условия теплового равновесия стало бы, вообще говоря, невозможным. Мы предполагаем, что образование пятен другого химического состава в магнитных звездах [3,4] связано с обсуждаемой неразрешимостью уравнений равновесия из-за сложной конфигурации магнитного поля.

Заметим, что сложные вращающиеся структуры могут формироваться в звездных и атмосферных конвективных зонах, наиболее яркими являются примеры солнечного дифференциального вращения и ускоренного вращения венерианской конвективной атмосферы. В последнем случае конвекция возбуждается из-за больших горизонтальных температурных градиентов [6–9], поэтому следует ожидать, что ускорение вращения атмосферы очень медленно вращающейся планеты, а также возбуждение сопутствующей этому ускорению меридиональной циркуляции способствует облегчению конвективного переноса тепла. Расчеты [9] подтверждают факт возможности самовозбуждения упомянутого конвективного режима, однако обоснование справедливости использованного в расчетах обрывания рядов, описывающих конвективные движения среды, вызвало дискуссию [10,11]. На основании сказанного выше можно утверждать, что какое-то обрывание обсуждаемых рядов всегда должно иметь место, иначе решение вообще не будет существовать. По-видимому, конвективная турбулентная вязкость может способствовать реализации рассматриваемого обрывания рядов. В случае Солнца облегчение конвективного теплопереноса, скорее всего, связано с трансформацией тепловой энергии в магнитную энергию [12], возникающая проблема обрывания рядов изучалась в этой работе.

Существуют, однако, конфигурации, описывающиеся конечными рядами по обсуждаемым сферическим гармоникам. В рассмотренном выше примере это условие удовлетворялось в случае $N = 1$ и $J_1 = J_2 = 1$. В частности, такое условие выполняется, если вращение является твердотельным. Более общие модели обсуждаемого типа, изучаются в следующем разделе.

3. Возможные равновесные структуры

Будем рассматривать равновесные вращающиеся намагниченные структуры, для которых ряды вида (6) для скорости **v** и поля **B** содержат только члены с 1-м нижним индексом $J = 1$, считая, что ограничения на другие индексы должны будут определяться из уравнений равновесия (1), (2). Таким образом, мы предполагаем, что ряды по J для гидродинамической скорости и магнитного поля обрываются на самом начальном этапе, т. е. только коэффициенты $\upsilon_{1M}^{(\lambda)}$, и $B_{1M}^{(\lambda)}$ отличны от нуля. Здесь $\lambda = 0, \pm 1$. В этом случае, как вытекает из общих формул (13), (22)–(24) работы [2], могут отличаться от нуля лишь коэффициенты нелинейной силы $Q_{JM}^{(\lambda)}$ с индексами $J = 0, 1$ и 2, причем $\lambda = 0, \pm 1$ и $|M| \le J$. Рассмотрим прежде всего вопрос о возможности компенсации сил, обусловленных присутствием таких коэффициентов.

Нетрудно показать, что коэффициенты $Q_{1M}^{(0)}$ и $Q_{2M}^{(0)}$ должны быть равны нулю, иначе равновесие будет невозможным. В случае, когда речь идет об уравнениях, содержащих коэффициенты $Q_{1M}^{(\pm 1)}$, существенным мог бы быть вклад, вносимый градиентом скалярного произведения скоростей, однако возможно и такое решение, при котором все эти вклады порознь равны нулю. Тогда мы приходим к следующим уравнениям:

$$Q_{1M}^{(\lambda)} = \left(q^{(\lambda)}/r\right)\Theta_{11}^{1}\left[\Xi_{1M}^{(\lambda)}(\upsilon) - \Xi_{1M}^{(\lambda)}(B)/(4\pi\rho)\right] = 0, \tag{12}$$

$$Q_{2M}^{(0)} = \left[3\Big/\left(5^{1/2}r\right)\right]K_{11}^{2} \times\left[\xi_{2M}^{(0)}(\upsilon) - \xi_{2M}^{(0)}(B)/(4\pi\rho)\right] = 0, \tag{13}$$

$$\Psi_{1M} = -(8/3)^{1/2}y_M C_{111x_M}^{1|M|}\Theta_{11}^{1} \times\left[\upsilon_{1y_M}^{(0)}\upsilon_{1x_M}^{(+1)} - \upsilon_{1x_M}^{(0)}\upsilon_{1y_M}^{(+1)}\right] = 0, \tag{14}$$

где

$$\Xi_{1M}^{(-1)}(f) = y_M C_{111x_M}^{1|M|}\left[f_{1x_M}^{(+1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1y_M}^{(0)} - f_{1y_M}^{(+1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1x_M}^{(0)} - f_{1x_M}^{(0)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1y_M}^{(+1)} + f_{1y_M}^{(0)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1x_M}^{(+1)} + 2^{1/2}\left(f_{1x_M}^{(0)}f_{1y_M}^{(-1)} - f_{1y_M}^{(0)}f_{1x_M}^{(-1)}\right)\right], \tag{15}$$

$$\Xi_{1M}^{(+1)}(f) = y_M C_{111x_M}^{1|M|}\left[2^{1/2}\left(f_{1x_M}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1y_M}^{(0)} - f_{1y_M}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1x_M}^{(0)}\right) + 2\left(f_{1y_M}^{(0)}f_{1x_M}^{(+1)} - f_{1x_M}^{(0)}f_{1y_M}^{(+1)}\right)\right], \tag{16}$$

$$\Xi_{1M}^{(0)}(f) = y_M C_{111x_M}^{1|M|}2^{1/2} \times\left[f_{1x_M}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1y_M}^{(+1)} - f_{1y_M}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1x_M}^{(+1)}\right], \tag{17}$$

$$\xi_{20}^{(0)}(f) = C_{111-1}^{20}\left[2^{3/2}\left(f_{10}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{10}^{(0)} - 2f_{10}^{(0)}f_{10}^{(+1)}\right) + 2^{1/2}\left(f_{1-1}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{11}^{(0)} + f_{11}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1-1}^{(0)}\right) - 2\left(f_{11}^{(0)}f_{1-1}^{(+1)} + f_{1-1}^{(0)}f_{11}^{(+1)}\right)\right], \tag{18}$$

$$\xi_{2\pm1}^{(0)}(f) = C_{1110}^{21}\left[2^{1/2}\left(f_{10}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}rf_{1\pm1}^{(0)} + f_{\pm1}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}rf_{10}^{(0)}\right) - 2\left(f_{1\pm1}^{(0)}f_{10}^{(+1)} + f_{10}^{(0)}f_{1\pm1}^{(+1)}\right)\right], \tag{19}$$

причем $x_M = |M| - 1$, $y_M = 1 + M - |M|$, $q^{(-1)} = (2/3)^{1/2}$, $q^{(+1)} = q^{(0)} = (1/3)^{1/2}$, $C_{J_1M_1J_2M_2}^{JM}$ — коэффициенты Клебша–Гордана, а величины $K_{11}^{2} = 1/(4\pi^{1/2})$ и $\Theta_{11}^{1} = -3/(4\pi^{1/2})$ определяются из более общих формул (10), (11) работы [2]. Заметим, что $C_{111-1}^{10} = C_{1110}^{11} = C_{1110}^{21} = 2^{-1/2}$, $C_{1010}^{20} = 2C_{111-1}^{20} = (2/3)^{1/2}$, $C_{1111}^{22} = 1$.

Как нетрудно убедиться, уравнения (12)–(14) удовлетворяются, если выполняются условия

$$\upsilon_{10}^{(-1)} = 0,\quad \upsilon_{1\pm1}^{(-1)} = 0,\quad \upsilon_{10}^{(+1)} = 0,\quad \upsilon_{1\pm1}^{(+1)} = 0,$$

$$B_{10}^{(0)} = 0,\quad B_{1\pm1}^{(0)} = 0, \tag{20}$$

$$B_{1-1}^{(-1)}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r^2B_{11}^{(-1)} - B_{11}^{(-1)}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r^2B_{1-1}^{(-1)} = 0, \tag{21}$$

$$B_{10}^{(-1)}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r^2B_{1\pm1}^{(-1)} - B_{1\pm1}^{(-1)}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r^2B_{10}^{(-1)} = 0, \tag{22}$$

В двух последних уравнениях величина $B_{1M}^{(+1)}$ исключена при помощи соотношения, вытекающего из второго уравнения (5),

$$B_{JM}^{(+1)} = \frac{1}{r[J(J+1)]^{1/2}}\frac{\partial}{\partial r}r^2B_{JM}^{(-1)}. \tag{23}$$

Уравнения (21), (22) удовлетворяются, если радиальные зависимости всех магнитных мод одинаковы. Это эквивалентно тому, что речь идет об одном дипольном поле, ось которого может составлять какой-то угол с осью вращения. В дальнейшем принимаем, что уравнения (20)–(22) удовлетворяются, т. е. отличны от нуля лишь моды $\upsilon_{1M}^{(0)}$ и $B_{1M}^{(\pm)}$. Соответствующие этим модам векторные поля **v** и **B** являются дополнительными друг к другу в том смысле, что первое является тороидальным, а второе — полоидальным, но в сумме оба векторных поля образуют некоторое общее векторное поле дипольного типа. Заметим, кроме того, что при рассматриваемых условиях оба уравнения (5) будут удовлетворяться.

При выполнении условий (20)–(22) будут тождественно равны нулю все коэффициенты $Q_{JM}^{(\lambda)}$ и Ψ_{JM}, для которых $J > 2$, при этом другие коэффициенты будут определяться соотношениями

$$Q_{00}^{(-1)} = \frac{1}{r(4\pi)^{1/2}}\Big\{\upsilon_{10}^{(0)}\frac{\partial}{\partial r}r\upsilon_{10}^{(0)} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r^2\upsilon_{11}^{(0)}\upsilon_{1-1}^{(0)} + E^{(+1)} - 2H^{(+1)}\Big\}, \quad (24)$$

$$Q_{00}^{(+1)} = 0, \quad Q_{00}^{(0)} = 0, \quad Q_{1M}^{(\lambda)} = 0, \quad \Psi_{1M} = 0, \quad (25)$$

$$Q_{2M}^{(\pm1)} = -\frac{1}{4r(5\pi)^{1/2}}\kappa_M^{(\pm1)}S_{2M}^{(\pm1)}, \quad (26)$$

$$\Psi_{00} = -\left[1/(4\pi)\right]^{1/2}\left[\left(\upsilon_{10}^{(0)}\right)^2 - 2\upsilon_{11}^{(0)}\upsilon_{1-1}^{(0)}\right], \quad (27)$$

$$\Psi_{20} = \left[1/(20\pi)\right]^{1/2}\left[\left(\upsilon_{10}^{(0)}\right)^2 + \upsilon_{11}^{(0)}\upsilon_{1-1}^{(0)}\right], \quad (28)$$

$$\Psi_{2\pm1} = \left[3/(20\pi)\right]^{1/2}\upsilon_{10}^{(0)}\upsilon_{1\pm1}^{(0)}, \quad (29)$$

$$\Psi_{2\pm2} = \left[3/(40\pi)\right]^{1/2}\left(\upsilon_{1\pm1}^{(0)}\right)^2, \quad (30)$$

где

$$S_{20}^{(-1)} = \upsilon_{10}^{(0)}\frac{\partial}{\partial r}r\upsilon_{10}^{(0)} + \frac{1}{2r}\frac{\partial}{\partial r}r^2\upsilon_{11}^{(0)}\upsilon_{1-1}^{(0)} + E^{(+1)} + H^{(+1)}, \quad (31)$$

$$S_{20}^{(+1)} = 2\left[\left(\upsilon_{10}^{(0)}\right)^2 + \upsilon_{11}^{(0)}\upsilon_{1-1}^{(0)}\right] + 2^{1/2}\left[E^{(-1)} + H^{(-1)}\right], \quad (32)$$

$$S_{2\pm1}^{(-1)} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r^2\upsilon_{10}^{(0)}\upsilon_{1\pm1}^{(0)} + \frac{1}{4\pi\rho}\left[B_{10}^{(+1)}D_{1\pm1} + B_{1\pm1}^{(+1)}D_{10}\right], \quad (33)$$

$$S_{2\pm1}^{(+1)} = 4\upsilon_{10}^{(0)}\upsilon_{1\pm1}^{(0)} + \frac{2^{1/2}}{4\pi\rho}\left(B_{10}^{(-1)}D_{1\pm1} + B_{1\pm1}^{(-1)}D_{10}\right), \quad (34)$$

$$S_{2\pm2}^{(-1)} = \frac{1}{2r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\upsilon_{1\pm1}^{(0)}\right]^2 + \frac{1}{4\pi\rho}B_{1\pm1}^{(+1)}D_{1\pm1}, \quad (35)$$

$$S_{2\pm2}^{(+1)} = 2\left(\upsilon_{1\pm1}^{(0)}\right)^2 + \frac{2^{1/2}}{4\pi\rho}B_{1\pm1}^{(-1)}D_{1\pm1}, \quad (36)$$

$$D_{1M} = \frac{\partial}{\partial r}rB_{1M}^{(+1)} - 2^{1/2}B_{1M}^{(-1)} = \frac{1}{2^{1/2}}\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2}r^2B_{1M}^{(-1)} - 2B_{1M}^{(-1)}\right], \quad (37)$$

$$E^{(\pm1)} = \frac{1}{4\pi\rho}B_{10}^{(\pm1)}D_{10},$$

$$H^{(\pm1)} = \frac{1}{8\pi\rho}\left[B_{1-1}^{(\pm1)}D_{11} + B_{11}^{(\pm1)}D_{1-1}\right], \quad (38)$$

причем

$$\kappa_M^{(+1)} = (3/2)^{1/2}\kappa_M^{(-1)}, \qquad \kappa_0^{(-1)} = 2,$$
$$\kappa_{\pm1}^{(-1)} = 3^{1/2}, \qquad \kappa_{\pm2}^{(-1)} = 6^{1/2}.$$

Рассматриваемые векторные поля $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$ имеют следующий вид:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/2}\Big\{\mathbf{i}_\vartheta\left(\upsilon_{11}^{(0)}e^{i\varphi} + \upsilon_{1-1}^{(0)}e^{-i\varphi}\right) + i\mathbf{i}_\varphi\Big[2^{1/2}\upsilon_{10}^{(0)}\sin\vartheta + \left(\upsilon_{11}^{(0)}e^{i\varphi} - \upsilon_{1-1}^{(0)}e^{-i\varphi}\right)\cos\vartheta\Big]\Big\}, \quad (39)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/2}\Big\{\mathbf{i}_r\Big[2B_{10}^{(-1)}\cos\vartheta - 2^{1/2}\left(B_{11}^{(-1)}e^{i\varphi} - B_{1-1}^{(-1)}e^{-i\varphi}\right)\sin\vartheta\Big] - \mathbf{i}_\vartheta\Big[2^{1/2}B_{10}^{(+1)}\sin\vartheta + \left(B_{11}^{(+1)}e^{i\varphi} - B_{1-1}^{(+1)}e^{-i\varphi}\right)\cos\vartheta\Big] - i\mathbf{i}_\varphi\left(B_{11}^{(+1)}e^{i\varphi} + B_{1-1}^{(+1)}e^{-i\varphi}\right)\Big\}. \quad (40)$$

Из условия действительности правых частей этих уравнений вытекает, что

$$\upsilon_{1-1}^{(0)} = \upsilon_{11}^{(0)*}, \quad B_{1-1}^{(\pm1)} = -B_{11}^{(\pm1)*}, \quad (41)$$

где $*$ обозначает комплексное сопряжение.

При этом $i\upsilon_{10}^{(0)}$ и $B_{10}^{(-1)}$ являются действительными величинами, а коэффициенты $B_{1M}^{(+1)}$ могут быть выражены через $B_{1M}^{(-1)}$ при помощи уравнения (23). Напомним еще, что коэффициенты $B_{1M}^{(-1)}$ должны быть выбраны в соответствии с уравнениями (21), (22), т.е. радиальная зависимость этих коэффициентов при всех значениях M должна быть одной и той же. В случае повернутого дипольного поля магнитное поле представляется в повернутой (штрихованной) системе координат как сумма по M' величин $B_{1M'}^{(\lambda)}\mathbf{Y}_{1M'}^{(\lambda)}(\vartheta', \varphi')$ с заданными коэффициентами $B_{1M'}^{(\lambda)}$, причем $\lambda = \pm1$. Если эйлеровы углы поворота обозначить через α_e, β_e и γ_e, то, пользуясь приведенными в [13] формулами, получим, что в уравнениях (21), (22) и (40) вместо $B_{1M}^{(\lambda)}$ будет входить сумма по M' величин $a_{MM'}B_{1M'}^{(\lambda)}$, где

$$a_{MM'} = \frac{1}{2}e^{-i(M\alpha_e + M'\gamma_e)}\Big[(1 + MM'\cos\beta_e)\delta_{|M|1}\delta_{|M'|1} + 2^{1/2}(\sin\beta_e)\left(M'\delta_{|M|0}\delta_{|M'|1} - M\delta_{|M|1}\delta_{|M'|0}\right) + 2(\cos\beta_e)\delta_{M0}\delta_{M'0}\Big], \quad (42)$$

а δ_{ab} равно 1, если $a = b$, и 0 при $a \neq b$.

Используя выведенные формулы, можно построить модели равновесных вращающихся или намагниченных конфигураций, для которых в рядах типа (7) для p и ρ содержатся лишь члены с $J = 0$ и $J = 2$. Дополнительные соотношения в уравнениях равновесия не появляются, если квадратичные поправки, содержащие, например, произведение $p_{2M}\rho_{2M}$, являются пренебрежимо малыми. Некоторые модели уже рассматривались в работах [1,2] для того случая, когда один из векторов **v** и **B** равен нулю. Видно, что возможны не только жестко вращающиеся равновесные модели, но и такие, в которых скорость **v** имеет гармонически зависящую от долготы составляющую, при этом меридиональная скорость, антисимметричная относительно экваториальной плоскости, не зависит от ϑ, т.е. в конечном счете от широты. Антисимметричным относительно экваториальной плоскости является также второй член в скобках для зональной скорости (в отличие от 1-го члена).

В случае магнитного поля (40) тоже имеется различие в симметрии относительно экваториальной плоскости между составляющими, зависящими и не зависящими от азимутального угла, причем осесимметричное поле антисимметрично относительно упомянутой плоскости. Это поле является дипольным с произвольным углом к оси вращения. Однако при рассмотрении намагниченных сред необходимо учитывать уравнение поля. Конечно, выведенное выражение для нелинейной силы может быть использовано при изучении различных нестационарных процессов. В частности, интерес представляют изотермические структуры, существование которых связано с выносом генерируемого поля в вышерасположенные слои. Такие структуры изучаются в следующем разделе.

4. Сверхвращение изотермической модели

В случае модели, для которой давление является функцией одной плотности, уравнение (2) существенно упрощается. Сформулированное условие выполняется, например, при однородном распределении температуры и молекулярного веса или в случае приблизительно адиабатической конвективной зоны. Однако в последнем случае существенную роль обычно играет турбулентная вязкость среды, возникающие проблемы обсуждались в работе [12]. Будем принимать, что вязкость несущественна и давление зависит от одной плотности, тогда из уравнения (2) получим, что

$$\mathbf{R} = \operatorname{rot}\mathbf{Q} = 0. \qquad (43)$$

Подстановка формул (24)–(26) приводит к следующему представлению вектора **R**:

$$\mathbf{R} = \frac{i}{4r^2(5\pi)^{1/2}}\Big\{2(6)^{1/2}U_{20}\mathbf{Y}_{20}^{(0)} + 3(2)^{1/2}\Big[U_{21}\mathbf{Y}_{21}^{(0)} + U_{2-1}\mathbf{Y}_{2-1}^{(0)}\Big] + 6\Big[U_{22}\mathbf{Y}_{22}^{(0)} + U_{2-2}\mathbf{Y}_{2-2}^{(0)}\Big]\Big\}, \qquad (44)$$

где

$$U_{2M} = S_{2M}^{(-1)} - \frac{r}{2}\frac{\partial}{\partial r}S_{2M}^{(+1)}, \qquad (45)$$

а величины в правой части определяются формулами (31)–(28).

В нашем случае справедливо уравнение (43), поэтому при всех M

$$U_{2M} = 0, \quad M = 0, \pm 1, \pm 2. \qquad (46)$$

Эти уравнения следует рассматривать вместе с уравнением поля, а опущенное нами уравнение баланса тепла в данном случае выражается просто в поддержании изотермической структуры зоны.

В немагнитной конфигурации уравнения (46) удовлетворяются, если гидродинамические скорости пропорциональны радиусу r. В частности, возможно как твердотельное вращение, так и более сложное неосесимметричное течение среды с меридиональной циркуляцией вещества. В невращающейся среде уравнения (46) выполняются, если величины $B_{1M}^{(-1)}$ либо постоянны, либо пропорциональны r^{-3}. Последний случай соответствует полю магнитного диполя. Кроме того, возможны модели с равной нулю суммой кориолисовой и магнитной сил; изучение таких моделей мы проведем на следующем простом примере.

Предположим, что в рассматриваемом изотермическом слое радиальные зависимости равновесной плотности и любой моды с размерностью скорости можно приближенно представить как

$$\rho \approx \mathrm{const}\, r^{-s}, \quad v_{1M}^{(0)} \approx \mathrm{const}\, r^{\alpha},$$
$$B_{1M}^{(-1)}/(4\pi\rho^{1/2}) \approx \mathrm{const}\, r^{\alpha}, \qquad (47)$$

где $s \approx \mathrm{const}$, $\alpha = \mathrm{const}$.

Тогда из уравнений (23) и (37) вытекает, что

$$B_{1M}^{(+1)} = 2^{-1/2}(\alpha - s/2 + 2)B_{1M}^{(-1)}, \quad D_{1M} = \psi B_{1M}^{(-1)}, \qquad (48)$$

где

$$\psi = 2^{-1/2}(\alpha - s/2)(\alpha - s/2 + 3), \qquad (49)$$

В результате при помощи уравнений (26), (31)–(36) и (45) получим

$$U_{20} = -(\alpha - 1)\Big[\Big(v_{10}^{(0)}\Big)^2 + v_{11}^{(0)}v_{1-1}^{(0)}\Big] - 2^{-1/2}\psi(\alpha + s/2 - 2)\Big[(A_{10})^2 + A_{11}A_{1-1}\Big], \qquad (50)$$

$$U_{2\pm1} = -2(\alpha - 1)v_{10}^{(0)}v_{1\pm1}^{(0)} - 2^{1/2}\psi(\alpha + s/2 - 2)A_{10}A_{1\pm1}, \qquad (51)$$

$$U_{2\pm2} = -(\alpha - 1)\Big(v_{1\pm1}^{(0)}\Big)^2 - 2^{-1/2}\psi(\alpha + s/2 - 2)(A_{1\pm1})^2. \qquad (52)$$

Здесь

$$A_{1M} = B_{1M}^{(-1)}/(4\pi\rho)^{1/2}. \quad (53)$$

Приравнивая нулю уравнения (51) и (52), найдем, что

$$(\alpha - 1)\left(\upsilon_{1M}^{(0)}\right)^2 = -2^{-1/2}\psi(\alpha + s/2 - 2)(A_{1M})^2, \quad (54)$$

где $M = 0, \pm 1$.

Кроме того, уравнение (46), соответствующее $M = 0$, дает

$$(\alpha - 1)\upsilon_{11}^{(0)}\upsilon_{1-1}^{(0)} = -2^{-1/2}\psi(\alpha + s/2 - 2)A_{11}A_{1-1}. \quad (55)$$

Учитывая еще соотношения (41), найдем, что задача нахождения решения системы уравнений (46) или системы (54), (55) эквивалентна задаче нахождения решения следующей системы двух уравнений:

$$(\alpha - 1)\upsilon_{1M}^{(0)}\upsilon_{1M}^{(0)*} = \left(\alpha - \frac{s}{2}\right)\left(\alpha - \frac{s}{2} + 3\right) \times \left(\alpha + \frac{s}{2} - 2\right)\frac{1}{8\pi\rho}B_{1M}^{(-1)}B_{1M}^{(-1)*}, \quad (56)$$

где $M = 0$ или 1. Видно, что уравнения для осесимметричных и неосесимметричных составляющих разделяются, причем в случае $M = 0$ в соответствии с формулой (8) будем иметь $\upsilon_{10}^{(0)}\upsilon_{10}^{(0)*} = (8\pi/3)(r\Omega)^2$.

Конечно, уравнения (56) нужно рассматривать совместно с уравнением поля. Однако очевидно, что в нетвердотельно вращающейся среде стационарное решение обсуждаемой системы уравнений не существует. Например, в случае не зависящих от долготы полей (39), (40) входящий в уравнение поля вектор $\mathrm{rot}\,(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$ равен $\mathbf{i}_\varphi[3(2^{1/2})/(8\pi)]iB_{10}^{(-1)}r(\partial/\partial r)(\upsilon_{10}^{(0)}/r)\sin\vartheta\cos\vartheta$, т.е. он не равен нулю, если отношение $\upsilon_{10}^{(0)}/r$ не является постоянной. Таким образом, в случае нетвердотельного вращения генерируется азимутальное магнитное поле, пропорциональное $\sin 2\vartheta$.

В связи со сказанным представляют интерес структуры с резко возрастающей с высотой угловой скоростью вращения, поскольку в этом случае повышается вероятность осуществления выноса появляющегося магнитного поля вместе с вмороженными в него заряженными частицами в вышерасположенные слои. Здесь мы имеем в виду структуры, формирующиеся в верхних изотермических слоях атмосфер звезд и планет. Эти слои обычно являются частично или даже полностью ионизованными. Вынос поля и вещества из атмосферы соответствует уменьшению порядка и увеличению беспорядка в системе, т.е. возрастает общая энтропия. Следовательно, самоорганизация упомянутого процесса выноса поля и вещества находится в согласии с законами необратимой термодинамики. Не исключено, что вынос поля будет сопровождаться возбуждением каких-то нерегулярных волновых процессов.

Учитывая сказанное, будем рассматривать модели, для которых

$$s \gg 1, \quad \alpha \gg 1, \quad (57)$$

т.е. выполняется как условие малого отношения характерной радиальной шкалы равновесной плотности к радиусу звезды или планеты, так и условие резкого роста с высотой амплитуд всех мод с размерностью скорости. Если, например, при таких условиях разность $\alpha - s/2$ не очень велика, то напряженность магнитного поля будет сравнительно близкой к однородной. Видно, что при удовлетворении неравенств (57) из уравнений (56) вытекает, что $(\alpha - s/2)(\alpha - s/2 + 3) > 0$, т.е. $\psi > 0$.

С учетом уравнения (48) и условий (57) соотношение (56) можно переписать в виде

$$\frac{B_{1M}^{(+1)}B_{1M}^{(+1)*}}{4\pi\rho} \approx \frac{\alpha(\alpha - s/2 + 2)^2}{(\alpha + s/2)(\alpha - s/2)(\alpha - s/2 + 3)}\upsilon_{1M}^{(0)}\upsilon_{1M}^{(0)*}. \quad (58)$$

Здесь M равно либо 0, либо 1, причем $\upsilon_{10}^{(0)}\upsilon_{10}^{(0)*} = (8\pi/3)(r\Omega)^2$. Кроме того, знаменатель в правой части уравнения (58) в связи с условием $\psi > 0$ положителен, а в числителе $\alpha - s/2 + 2$ не мало. Видно, что по порядку величины альвеновская скорость должна быть сравнима со скоростью вращения.

Характерной особенностью обсуждаемых изотермических моделей является сверхвращение вышерасположенных слоев. В случае земной атмосферы в пользу присутствия сверхвращения атмосферы на высотах выше 150 и до 400 km говорят наблюдения изменений наклонений орбит спутников [5]. В среднем угловая скорость вращения может составлять 1.3 своей нормальной величины. Если принять, что нижняя граница зоны сверхвращения находится на высоте около 200 km, то плотность будет порядка $10^{-12.5}\,\mathrm{g/cm^3}$ [14]. Тогда величина магнитного поля, согласно уравнениям (58), будет порядка 10^{-1} Gs. В этой зоне условие изотермичности, по-видимому, приближенно удовлетворяется. Полученная величина поля довольно близка к той, которая, как следует ожидать, присутствует на рассматриваемых высотах.

Соотношения (58) могут быть удовлетворены, если протяженность зоны сверхвращения сравнительно невелика. Например, в случае тридцатикилометровой зоны и $s \sim 100$, $\alpha \sim s/2$ (но при не близких к нулю $\alpha - s/2$ и $\alpha - s/2 + 3$) придем к выводу, что угловая скорость верхних слоев зоны может быть приблизительно в 1.4 раза больше, чем нижних слоев. При этом плотность среды в пределах зоны меняется не более, чем в 2 раза. Таким образом, выведенные уравнения могут описывать наблюдаемое в земной атмосфере сравнительно умеренное сверхвращение среды с малым углом наклона дипольного магнитного поля.

Сильное сверхвращение образуется в венерианской атмосфере на высотах выше приблизительно 50 km [6–8]. В этом случае сама планета и ее верхняя атмосфера вращаются соответственно в 243 и 4 раза медленнее Земли, причем по крайней мере нижняя атмосфера является конвективной. Решение, описывающее быстрое вращение с циркуляцией в основной конвективной зоне (высоты меньше 64 km), получено в [9], однако остается нераскрытым механизм глобальной зональной (четырехдневной) циркуляции в верхней атмосфере [8]. Заметим, кстати, что тип симметрии циркуляции в нашей модели отличается от того, который был выбран в [9].

В венерианской атомосфере изотермическая зона, по-видимому, присутствует на высотах около 100 km или несколько выше [7]. Если в такой зоне плотность порядка $10^{-9}\,\mathrm{g/cm^3}$, то в соответствии с уравнениями (58) получим, что $B \sim 1\,\mathrm{Gs}$. Поле будет меньше, если речь идет либо о более высоких слоях, либо о конфигурации, в которой при условии (57) отношение α/s мало́. Если наряду с этим зона сверхвращения достаточно широкая, возрастание угловой скорости может быть большим. Заметим еще, что в данном случае важную роль, вероятно, играет эффект теплообмена между экваториальными и околополюсными зонами, вследствие чего возбуждение неосесимметричных движений с $M = \pm 1$, сопровождающихся интенсивной меридиональной циркуляцией вещества, представляется более предпочтительным. В этих условиях намагниченность вне слоя сверхвращения, по-видимому, может быть слабой. Не исключено даже, что в случае венерианской атмосферы реализуется немагнитная конфигурация, описывающаяся уравнениями (39). В этих уравнениях коэффициенты $\upsilon_{1M}^{(0)}$ могут быть быстро растущими функциями r, если речь идет о неизотермической структуре или если присутствуют дополнительные силы, обусловленные, например, истечением вещества и т. п. Таким образом, заслуживает внимания гипотеза, что обсуждаемое нами решение могло бы описывать такое сильное сверхвращение, как наблюдаемое в верхней атмосфере Венеры.

Известно, что сильное истечение вещества наблюдается а атмосфере Солнца. Если в каких-то очень высоких слоях солнечной атмосферы образуется режим со сверхвращением, усиление истечения вещества могло бы быть существенным. Эта проблема нуждается в дальнейшем изучении.

5. Обсуждение

Проведенные теоретические исследования свидетельствуют о важной роли, которые играют нелинейные взаимодействия различных мод во вращающихся намагниченных звездных или атмосферных зонах. Поскольку в отсутствие вязкости среды условия равновесия не могут быть удовлетворены при произвольном распределении гидродинамической скорости и магнитного поля, то возникает сложная проблема изучения возможных равновесных моделей. Выведенные формулы для нелинейных сил (раздел 3) позволяют изучать допустимые решения точных нелинейных уравнений равновесия в том приближении, когда плотность, входящая в выражение для магнитной силы, рассматривается как сферически симметричная. Эти решения описываются набором всех возможных мод с одним и тем же значением первого нижнего индекса $J = 1$. В частности, полученные в разделе 2 уравнения позволяют построить осесимметричные жестковращающиеся модели с дипольным магнитным полем, невращающиеся модели с наклонным магнитным дипольным полем или немагнитные модели, имеющие не только вращательную составляющую скорости среды. Возможны, например, зависящие от долготы движения среды, определяющиеся уравнением (39). По всей вероятности, уравнения (39), (40) описывают весь набор моделей, для которых уравнения равновесия могут быть удовлетворены в обсуждаемых условиях. В частности, подтверждают такой вывод исследования равновесия изолированной магнитной трубки в лучистой зоне, проведенные в работах [1,2]. Заметим еще, что существование магнитных звезд с осью поля, повернутой относительно оси вращения, подтверждается наблюдениями [3,4]. Сильные наблюдаемые вариации поля могут объясняться тем, что присутствует большая зависящая от долготы составляющая поля (см. уравнение (40)).

Среди тех моделей, которые рассматривались выше, особый интерес представляют равновесные намагниченные структуры, формирующиеся в изотермических ионизованных зонах с быстрым убыванием равновесной плотности с высотой (раздел 4). Предполагается, что в этих структурах с резким ростом скорости вращения с высотой магнитное поле непрерывно генерируется и выносится в вышерасположенные слои, но условие равенства сил в среднем соблюдается. Зональная скорость может иметь зависящую от азимута составляющую, тогда присутствует меридиональная циркуляция вещества, а среднее магнитное поле является полем наклонного диполя. Следует ожидать, что формирование подобного режима со сверхвращением среды будет способствовать усилению истечения вещества из вращающейся намагниченной атмосферы. Заметим еще, что формирование обсуждаемого состояния с истечением вещества способствует уменьшению общего порядка и увеличению беспорядка, в результате чего общая энтропия будет возрастать. Такой рост энтропии находится в согласии с законами необратимой термодинамики.

Мы провели предварительное рассмотрение проблемы сверхвращения на примере верхних атмосфер Земли и Венеры. Полученные значения равновесного магнитного поля существенно зависят от величины равновесной плотности среды. Возможны также конфигурации со сравнительно слабыми магнитными полями. Нам представляется довольно вероятным, что обсуждаемые теоретические структуры имеют отношение к наблюдаемым в атмосферах Земли и Венеры. При этом возможно образование меридиональной циркуляции вещества, способствующей выравниванию температуры между приэкваториальными и полярными областями.

Известно, что сильное истечение вещества наблюдаетмя в атмосфере Солнца. Исследования [15] показывают, что вытекающий из полярных дыр поток массы слишком большой, чтобы он мог формироваться в результате ускорения под действием одной классической теплопроводности. Если в каких-то очень высоких слоях солнечной атмосферы образуется режим со сверхвращением, усиление истечения вещества могло бы быть существенным. Эта проблема нуждается в дальнейшем изучении.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда "Интеграция" (контракт КО854) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-02-16939).

Список литературы

[1] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в Астрон. журн. 1999. Т. 25. № 2. С. 143–149.
[2] *Вандакуров Ю.В.* // Астрон. журн. 1999. Т. 76. № 1. С. 29–44.
[3] *Borra E.F., Landstreet J.D., Mestel L.* // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1982. Vol. 20. P. 191–220.
[4] *Хохлова В.Л.* // Итоги науки и техники. Астрономия. М.: ВИНИТИ, 1983. Т. 24. С. 233–289.
[5] *King-Hele D.G., Walker D.M.C.* // Planet. Space Sci. 1977. Vol. 25. N 4. P. 313–336.
[6] *Schubert G., Counselman C.C. III, Hansen J.* et al. // Space Sci. Rev. 1977. Vol. 20. N 4. P. 357–387.
[7] *Маров М.Я.* Планеты Солнечной системы. М.: Наука, 1981.
[8] *Кондратьев К.Я., Крупенио Н.Н., Селиванов А.С.* Планета Венера. Л.: Гидрометеоиздат, 1987.
[9] *Young R.E., Pollack J.B.* // J. Atmos. Sci. 1977. Vol. 34. N 9. P. 1315–1351.
[10] *Rossow W.B., Fels S.B., Stone P.H.* // J. Atmos. Sci. 1980. Vol. 37. P. 250–252.
[11] *Young R.E., Pollack J.B.* // J. Atmos. Sci. 1980. Vol. 37. P. 253–255.
[12] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в Астрон. журн. 1999. Т. 25. С. 868–878.
[13] *Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. (Varshalovich D.A., Moskalev A.N., and Khersonskii V.K. Quantum Theory of Angular Momentum. Singapore: World Scientific Publishing Co., 1988.)
[14] *Аллен К.У.* Астрофизические величины. М.: Мир, 1977. (Allen C.W. Astrophysical Quantities. London: The Athlone Press. 1973.)
[15] *Барнс* и др. (Barnes A., Gazis P.R., Phillips J.L.) // Proc. 8th Solar Wind Conf. / Eds D. Winterhalter, J.T. Gosling, S.R. Habbal et al. AIP Conf. Proc. New York: Woodbury, 1996. N 382. P. 50–53.