

06;07;12

## О зависимости концентрации свободных носителей в фоторефрактивных кристаллах от интенсивности света

© Н.А. Гусак, Н.С. Петров

Межотраслевой институт повышения квалификации кадров по новым направлениям развития техники и технологии при Государственной политехнической академии,  
220107 Минск, Белоруссия

(Поступило в Редакцию 3 сентября 1999 г. В окончательной редакции 17 июля 2000 г.)

Проанализирована зависимость концентрации свободных носителей заряда от интенсивности света для двух возможных типов кристаллов, в одном из которых фоторефрактивные центры являются ловушками, а во втором — донорами. Выявлены условия, при которых эта зависимость становится сублинейной при сравнительно невысоких уровнях интенсивности света.

Хотя исследования фоторефрактивных (ФР) кристаллов ведутся уже давно, начиная примерно с 70-х годов, тем не менее некоторые важные особенности протекающих в них кинетических явлений до сих пор не до конца выяснены. В частности, это касается в первую очередь вопроса о зависимости концентрации свободных носителей в ФР кристалле от интенсивности света.

В работе [1] на основе численных расчетов было установлено, что величина, обратная характеристическому времени застройки решеток объемного заряда, сублинейно зависит от интенсивности света, когда последняя превышает некоторое критическое значение. При этом для кристалла силикосилленита  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) сублинейная зависимость проявляется уже при сравнительно невысоких уровнях интенсивности света. По мнению авторов [1], результаты их численного анализа позволяют критически оценить достоверность существующей теории ФР эффекта.

Данное обстоятельство заставляет еще раз обратиться к вопросу о зависимости концентрации свободных носителей от интенсивности света, поскольку именно в этом причина сублинейности. Цель настоящей работы — дать сравнительный анализ указанной зависимости для двух возможных типов ФР кристаллов, что позволило бы непосредственно (без использования численных расчетов) выяснить условия проявления сублинейности уже в области рабочих значений интенсивности света.

Воспользуемся базовой моделью ФР среды, описанной в [2], так называемой одноцентральной моделью, в которой имеют дело только с одним уровнем энергии в центре запрещенной зоны твердого тела. При этом электроны возбуждаются в зону проводимости термически или под действием света с некоторой частотой из заполненных ловушек  $C^-$ . Свободные электроны в свою очередь могут рекомбинировать из зоны проводимости с пустыми ловушками  $C^0$ .

Процесс изменения во времени  $t$  концентрации заполненных ловушек описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial N^-}{\partial t} = -(\beta + SI)N^- + \gamma N^0 N_e, \quad (1)$$

впервые использованным для анализа ФР эффекта в работе [3]. Здесь приняты следующие обозначения:  $N^-$  и  $N^0$  — концентрации  $C^-$  и  $C^0$ -центров,  $\beta$  — вероятность тепловой генерации свободных электронов,  $S$  — сечение оптического поглощения,  $I$  — интенсивность света в кристалле,  $\gamma$  — коэффициент рекомбинации,  $N_e$  — концентрация электрона в зоне проводимости. Общая концентрация  $N$  ФР центров в кинетике процесса остается постоянной

$$N = N^- + N^0. \quad (2)$$

Из уравнения (1) следует, что в стационарном состоянии ( $\partial N^- / \partial t = 0$ ) концентрация свободных носителей определяется выражением

$$N_e = \frac{N^-}{N^0} n \quad \left( n = \frac{\beta + SI}{\gamma} \right). \quad (3)$$

Поскольку величина  $N^-$  означает концентрацию связанного отрицательного заряда, то электронеutralность среды требует, чтобы в образце присутствовал и положительный заряд. Следовательно, одна из возможных физических моделей ФР кристалла базируется на предположении о наличии в нем одновременно ФР центров с концентрацией  $N$  и других центров с некоторой концентрацией  $N_c$ , заряженных положительно. Эти центры являются неактивными и не принимают участия в кинетических явлениях, порождаемых светом.

При  $\beta = I = 0$  свободный заряд отсутствует. В этом случае  $N^- = N_c$  и  $N^0 = N - N_c$ . Так как величина  $N_c$  остается неизменной, то появление  $N_e$  при наличии освещенности ( $I \neq 0$ ) означает одновременное уменьшение  $N^-$  и увеличение  $N^0$  точно на такую же величину  $N_e$ . Подстановка  $N^- = N_c - N_e$  и  $N^0 = N - N_c + N_e$  в (3) дает для  $N_e$  квадратное уравнение

$$N_e^2 + (N - N_c + n)N_e - nN_c = 0. \quad (4)$$

Из него следует выражение

$$N_e = \frac{N_c}{N - N_c} n, \quad (5)$$

справедливое при малых  $n$ , удовлетворяющих неравенству

$$n \ll \frac{(N - N_c)^2}{2(N + N_c)}. \quad (6)$$

Для больших  $n$ , подчиняющихся условию

$$n \gg 2(N + N_c), \quad (7)$$

уравнение (4) дает

$$N_e^{\max} = N_c. \quad (8)$$

Если представлять зависимость  $N_e$  от  $I$  графически, то получается кривая, начинающаяся с какого-то значения  $N_e^0$  при  $I = 0$  и линейно растущая в некотором интервале изменения  $I$ . Затем этот рост замедляется, и, наконец, кривая асимптотически стремится к значению  $N_e^{\max}$ .

Кроме рассмотренной выше существует еще одна возможная физическая модель ФР кристалла. Здесь вместо ловушек имеются ФР центры донорного типа с некоторой концентрацией  $N$ . В таком кристалле присутствует постоянный отрицательный заряд с концентрацией  $N_c$ , обусловленный передачей акцепторам частью доноров своих электронов. Равный ему положительный заряд  $N^+$  находится на ионизированных донорах. Если кристалл освещен и в нем происходит термическое возбуждение свободных носителей, то он характеризуется также и концентрацией  $N_e$  свободных носителей. Кинетическое уравнение для этой модели можно записать в виде

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (\beta + SI)(N - N^+) - \gamma N^+ N_e. \quad (9)$$

Из него следует выражение для концентрации свободных носителей в стационарном состоянии

$$N_e = \frac{N - N^+}{N^+} n. \quad (10)$$

Подставляя в (10) значение  $N^+ = N_c + N_e$ , получаем квадратное уравнение для  $N_e$ , коэффициенты которого выражаются через параметры среды и интенсивность света

$$N_e^2 + (N_c + n)N_e - n(N - N_c) = 0. \quad (11)$$

Отсюда видно, что при малых значениях  $n$ , удовлетворяющих неравенству

$$n \ll \frac{N_c^2}{2(2N - N_c)}, \quad (12)$$

величина  $N_e$  пропорциональна параметру  $n$

$$N_e = \frac{N - N_c}{N_c} n. \quad (13)$$

В случае больших значений  $n$ , т.е. при

$$n \gg (2N - N_c), \quad (14)$$

концентрация  $N_e$  стремится к своей максимально возможной величине

$$N_e^{\max} = (N - N_c). \quad (15)$$

Уравнения (4) и (11) переходят друг в друга только при  $N_c = 1/2N$ . В этом частном случае поведение  $N_e$  как функции  $I$  совершенно не зависит от того, являются ли ФР центры ловушками или донорами. В качестве примера кристалла, в котором реализуется данное условие, можно указать на кристалл ниобата лития с примесью железа  $\sim 10^{-2}\%$ , характеризующийся следующими значениями параметров [4]:  $N = 6.6 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_c = 3.3 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $\beta = 1 \text{ с}^{-1}$ ,  $S = 6.2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{J}$ ,  $\gamma = 10^{-15} \text{ м}^3/\text{с}$ . Для этого кристалла неравенства (6) и (12) дают

$$I \ll 10^{13} \text{ W}/\text{м}^2. \quad (16)$$

Отсюда видно, что интервал изменения  $I$ , в котором имеет место линейное изменение  $N_e$ , гораздо шире области рабочих значений интенсивности света  $I \sim 10^4 \text{ W}/\text{м}^2$ .

При  $N_c \neq 1/2N$  уравнения (4) и (11) уже не совпадают и решения их могут существенно различаться. Из (12) следует, что для  $N_c \ll N$  граница неравенства (16) сильно снижается, в то время как (6) дает ее повышение, хотя и незначительное. По мере уменьшения  $N_c$  по сравнению с  $N$  (концентрация ФР центров  $N$  обычно находится в интервале  $10^{24} - 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ) эта граница может приблизиться к области рабочих значений  $I$  для кристаллов второго типа. При этом кристаллы первого типа будут оставаться линейными.

Проиллюстрируем сказанное на примере кристалла второго типа BSO. Для него характерны следующие значения параметров [5]:  $N = 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_c = 0.95 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ ,  $\beta = 1 \text{ с}^{-1}$ ,  $S = 1.06 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{J}$ ,  $\gamma = 1.65 \cdot 10^{-17} \text{ м}^3/\text{с}$ . Найдем область изменения  $I$ , в которой выполняется линейная зависимость  $N_e$  от  $I$ . Согласно (12), должно быть  $n \ll 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , что означает  $(\beta + SI) \ll 33 \text{ с}^{-1}$ . Значение  $I = 10^5 \text{ W}/\text{м}^2$  не удовлетворяет этому неравенству. Строго говоря, ему не удовлетворяет даже первое слагаемое приведенного неравенства. Уточнив в связи с этим неравенство (12), находим, что линейная зависимость  $N_e$  от  $I$  будет наблюдаться для  $I < 10^4 \text{ W}/\text{м}^2$ . Это в точности согласуется с результатами численных расчетов, полученными в [1].

Важно найти количественную меру отклонения концентрации  $N_e$  от ее линейного приближения. Для этого удобно ввести в рассмотрение величину

$$\eta = \frac{N_e' - N_e}{N_e' - N_e^0}, \quad (17)$$

где  $N_e'$  — линейное приближение  $N_e$ .

Будем исходить из строгого решения уравнения (11)

$$N_e = -\frac{N_c + n}{2} + \frac{N_c}{2} \sqrt{1 + \frac{2(2N - N_c)n}{N_c^2} \left[ 1 + \frac{n}{2(2N - N_c)} \right]}. \quad (18)$$

При малых значениях  $n$  влияние слагаемого с  $n$  в квадратных скобках пренебрежимо мало и это решение можно представить в следующем виде:

$$N_e = -\frac{N_c + n}{2} + \frac{N_c}{2} \sqrt{\frac{p+1}{p}} \sqrt{1 + \frac{1}{p+1} \frac{n_1}{n_0}}, \quad (19)$$

где

$$p = \frac{N_c^2}{2(2N - N_c)n_0}, \quad (20)$$

причем  $n_0$  и  $n_1$  соответственно постоянное и линейное по  $I$  слагаемое параметра  $n$ .

Нас интересует область небольших значений  $I$ , где начинает сказываться сублинейность. Используя разложение (19) по малому параметру, пропорциональному  $I$ , с точностью до членов 2-го порядка, получаем

$$\eta = \frac{1}{4(p+1)(1-m)} \frac{n_1}{n_0} \left( m = 2\sqrt{p(p+1)} \frac{n_0}{N_c} \right). \quad (21)$$

Отсюда видно, что отклонение реальной зависимости  $N_e(I)$  от линейной само пропорционально интенсивности света.

Соотношение (21) удобно представить в виде зависимости  $I(\eta)$ . Учитывая, что  $m$  — малая величина (для кристалла BSO  $m = 5 \cdot 10^{-4}$ ), имеем

$$I = \frac{4(p+1)\beta}{S} \eta. \quad (22)$$

Полученное выражение позволяет непосредственно определять значение интенсивности света, соответствующее определенному наперед заданному значению  $\eta$  для произвольного кристалла второго типа.

Интенсивность света как функция  $N_c$ , согласно (22), растет по параболическому закону. Минимально возможное значение  $I_{\min} = 4\beta S^{-1}\eta$  отвечает  $p = 0$ . Рост  $N_c$  в области малых значений  $p$  слабо влияет на рост  $I$ . Так, при  $N_c = 2\sqrt{Nn_0}$  достигается только двукратное превышение  $I_{\min}$ . Дальнейшее увеличение  $N_c$  приводит к очень сильному росту  $I$ .

Обратимся опять к кристаллу BSO. Для него, согласно (20),  $p = 37$  и значению  $\eta = 0.01$  соответствует  $I = 1.4 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$  (при таком значении  $I$  происходит уменьшение  $N_e$  от значения, даваемого линейным приближением, на 1%). Заметим, что для оценок выражением (22) можно пользоваться и при больших значениях  $\eta$  (при этом начинает проявляться погрешность в определении  $I$ ). Так, для  $\eta = 0.1$   $I = 1.4 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$  (истинное же значение  $I = 1.75 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$ , рассчитанное согласно точному выражению (19), оказывается на 25% выше данного значения).

Выражение (22) позволяет делать количественные оценки и при наличии возможного разброса значений  $N$  и  $N_c$  для произвольного кристалла при переходе от образца к образцу. В соответствии с (20) уменьшение  $N_c$  на порядок ( $N$  остается прежним) приводит к  $p = 0.37$  в случае кристалла BSO. Для такого образца значение

$\eta = 0.01$  достигалось бы при  $I = 5 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ , что только на 37% выше  $I_{\min}$ . Увеличение же  $N_c$  на порядок сопровождается ростом  $I$  на два порядка. Если, например,  $N_c \sim N$  (как в случае ниобата лития), то  $I$  возрастает на шесть порядков.

Если бы у кристалла BSO ФР центры были не донорами, а ловушками, то, согласно (6), линейное поведение  $N_e$  наблюдалось бы в чрезвычайно широком диапазоне изменения  $I$ , удовлетворяющем неравенству (16).

Интересно отметить, что при  $N_c = N - \alpha$ , где  $\alpha \ll N$ , может реализоваться ситуация, когда уже кристаллы первого типа, а не второго, будут проявлять сублинейную зависимость  $N_e$  от  $I$  при сравнительно невысоких значениях интенсивности света.

В заключение авторы выражают благодарность В.Н. Белову за полезные обсуждения результатов.

## Список литературы

- [1] *Nagenta Singh, Nadar S.P., Partha P. Banerjee* // Opt. Commun. 1997. Vol. 136. P. 487–495.
- [2] *Buse K.* // Appl. Physics B. 1997. Vol. 74. P. 273–291.
- [3] *Кухтаев Н.В.* // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 24. С. 1114–1118.
- [4] *Valley G.C.* // IEEE. J. Quant. Elect. 1983. QE-19. № 11. P. 1637–1645.
- [5] *Johansen P.M.* // IEEE J. Quant. Elect. 1989. Vol. 25. P. 530–539.