

05:08

Зацепленная волна в сегнетоэлектрике с движущимся полосовым доменом

© О.Ю. Ельмешкин, Н.С. Шевяхов

Институт радиотехники и электроники РАН, Ульяновское отделение,
432011 Ульяновск, Россия
e-mail: ufire@mv.ru

(Поступило в Редакцию 10 января 2000 г.)

Показано существование плоской однородной сдвиговой волны, зацепленной полосовым доменом, движущимся равномерно в кристалле тетрагонального сегнетоэлектрика. В нерелятивистском квазистатическом приближении с переходом в попутную систему отсчета получено решение и выведено дисперсионное соотношение для пространственного спектра зацепленной волны. Установлена единственность его решения при кратном вырождении корней характеристического уравнения, когда зацепленная волна содержит в полосовом домене присоединенную волну. Показано соответствие зацепленной волны антисимметричной моде электрзвучковой волны полосового домена в точке зарождения. Рассмотрена специфика пространственного резонанса наклонно падающей на полосовой домен сдвиговой волны с зацепленной волной.

Введение

Удовлетворяя прежде всего запросы акустической спектроскопии полидоменных кристаллов [1], акустодоменное взаимодействие в сегнетоэлектриках с ростом понимания его механизмов делается все более привлекательным для приложений. Так, на основе регулируемых доменных структур предложены разнообразные управляемые (перестраиваемые) устройства обработки информации на акустических волнах [2–4]. В процессе переключения или настроек таких устройств доменные границы (ДГ) могут перемещаться, что необходимо учитывать в эффектах акустодоменного взаимодействия.

Акустодоменное взаимодействие в условиях заданного равномерного движения ДГ уже изучалось [5] применительно к рефракции сдвиговой волны 180-градусной стенкой в сегнетоэлектрике типа BaTiO_3 . Полученные результаты привлекались к оценке эффективности параметрического преобразования тонального сигнала поперечным перемещением ДГ [6]. В частности, была показана возможность частотного (доплеровского) преобразования акустической накачки с поворотом волновой нормали в сторону движения ДГ, представляющего как эффект вовлечения ею сдвиговой волны в поперечное распространение из-за связи пьезополяризационными зарядами. Это послужило основанием для высказанного в [7] предположения о существовании в сегнетоэлектрике с движущимися ДГ особого рода собственного волнового движения — зацепленной волны. При внешнем сходстве с однородной гармонической волной, распространяющейся под углом к зацепляющим доменным стенкам в сторону их перемещения, она характеризуется заданностью своего поперечного распространения движением ДГ и выступает в качестве переносимого возмущения.

Ввиду безуспешности попыток представить носителем зацепленной волны движущуюся одиночную ДГ, в [7] на эту роль ангажировался полосовой домен (ПД),

образуемый двумя параллельными 180-градусными стенками. Результаты [7] имели предварительный характер и оказались небезупречными из-за вкрапшейся ошибки. Настоящая работа предпринята с целью разрешить возникшие сомнения в факте существования зацепленной волны, а также описать ее свойства и связь с другими типами собственных волн. Для большей доказательности рассмотрение ведется не в лабораторной, как в [7], а в попутной движущемуся ПД системе отсчета (далее для краткости — система покоя ПД). Однако там, где это имеет смысл, проводится сопоставление результатов, полученных в обеих системах отсчета.

Основные уравнения и граничные условия

Примем, что сегнетоэлектрик класса 4mm имеет кристаллографическую установку с осью $4 \parallel z$ — оси лабораторной системы отсчета x_0y_0z и содержит ПД с двумя параллельными (010), ориентированными 180-градусными ДГ малой волновой толщины $k\Delta \ll 1$, k — волновое число сдвиговых волн, Δ — геометрическая толщина ДГ. Чтобы исключить заметную структурную чувствительность ДГ к режиму движения в связи с возникновением не только спонтанной поляризации, но и спонтанной деформации в доменах [8,9], ограничимся скоростями ПД $V_D \parallel y \parallel [010]$, не очень близкими к звуковому черенковскому пределу c_t — скорости сдвиговых волн в монодоменном кристалле. Примем также, что сегнетоэлектрик находится вдали от фазового перехода. В оговоренных условиях движение ПД можно полагать заданным ($V_D = \text{const}$), а ДГ рассматривать как геометрически тонкие и бесструктурные 180-градусные стенки с текущими координатами

$$y_1 = V_D t, \quad y_2 = V_D t + d, \quad (1)$$

где t — время, d — толщина ПД.

Последнее, как известно [9], хорошо оправдано для ДГ в сегнетоэлектриках типа ВаТiО₃ во всем диапазоне ультразвуковых частот. По сложившейся традиции [1,10–13] сегнетоэлектрик с ПД можно уподобить пьезокристаллу, двойнику которого в плоскости $y = y_{1,2}$. Антипараллельность полярных направлений 4 относительно оси z в ПД и за его пределами выразится при этом изменением знака действующего пьезомодуля e_{15} : $e_{15} = e$ при $y_1 < y < y_2$, $e_{15} = -e$ при $y < y_1$ и $y > y_2$, где e — величина пьезомодуля. Полагаем, что в остальном различия в свойствах выделенных областей кристалла отсутствуют.

Построению собственного решения в виде плоской однородной волны со смещениями \mathbf{u} , $\mathbf{u}_j \parallel z$, зацепленной движущимся ПД, наиболее адекватно отвечает система покоя $\tilde{x}0\tilde{y}\tilde{z}$. В ней ПД выглядит неподвижным, тогда как сегнетоэлектрик предстает как среда, подвергаемая в целом непрерывному перемещению (поперечному сносу) со скоростью V_D в сторону, противоположную фактическому движению.

”Движение” среды означает, вообще говоря, релятивистский характер решения. Однако ввиду очевидных ограничений $V_D/c \ll 1$, $c_l/c \ll 1$ (c — скорость света) релятивистские поправки в уравнениях электродинамики [14] и теории упругости [15], включая материальные соотношения Минковского для пьезоэлектрической среды, будут не выше обычно отбрасываемых поправок на запаздывание электрических полей [10–13]. Поэтому в принимаемом нерелятивистском квазистатическом приближении для связи координат лабораторной системы отсчета и системы покоя ПД можно использовать преобразование Галилея

$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = y - V_D t, \quad \tilde{z} = z, \quad \tilde{t} = t. \quad (2)$$

В случае распространения сдвиговых волн горизонтальной поляризации в плоскости (001) сегнетоэлектрика в лабораторной системе отсчета можно использовать [5,10–13] уравнения

$$\left(\frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \begin{pmatrix} u \\ u_j \end{pmatrix} = 0, \quad \nabla^2 \begin{pmatrix} \Phi \\ \Phi_j \end{pmatrix} = 0. \quad (3)$$

Здесь u , u_j ($j = 1$ при $y < y_1$, $j = 2$ при $y > y_2$) — величины сдвиговых смещений в ПД и за его пределами; Φ и Φ_j — части электропотенциалов

$$\varphi = \frac{4\pi e}{\varepsilon} u + \Phi, \quad \varphi_j = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} u_j + \Phi_j, \quad (4)$$

представляющие статистические поля в ПД и вне его, индуцируемые с границ $y = y_{1,2}$ пьезополяризационными зарядами; $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; ε — диэлектрическая проницаемость.

В нерелятивистском квазистатическом приближении в лабораторной системе отсчета применимы стандартные требования [5,10–13] непрерывности на ДГ сдвиговых смещений, потенциалов (4), компонент тензора напряжений

$$T_{yz} = \lambda \frac{\partial u}{\partial y} + e \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad T_{yz}^{(j)} = \lambda \frac{\partial u_j}{\partial y} - e \frac{\partial \varphi_j}{\partial y}, \quad (5)$$

а также y -компонент электрических индукций

$$D_y = -e \frac{\partial \varphi}{\partial y} + 4\pi e \frac{\partial u}{\partial y}, \quad D_y^{(j)} = -e \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} - 4\pi e \frac{\partial u_j}{\partial y}. \quad (6)$$

Верхние индексы $j = 1, 2$ в круглых скобках означают принадлежность величин из (5), (6) соответствующим областям вне ПД, λ — модуль упругости кристалла. Величины, входящие в граничные условия, не содержат временных производных. Согласно следующей из (2) замене дифференциальных операторов

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \quad (7)$$

внешний вид граничных условий с переходом в систему покоя ПД поэтому не изменится. Следует только помнить, что они переносятся на плоскости $\tilde{y}_j = (j-1)d$, $j = 1, 2$. Принимая во внимание равенства (4)–(6), напомним в итоге

$$\begin{aligned} (u - u_j)|_{\tilde{y}=\tilde{y}_j} &= 0, & \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{y}} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial \tilde{y}} \right) \Big|_{\tilde{y}=\tilde{y}_j} &= 0, \\ \left(\frac{4\pi e}{\varepsilon} u + \Phi \right) \Big|_{\tilde{y}=\tilde{y}_j} &= \left(-\frac{4\pi e}{\varepsilon} u_j + \Phi_j \right) \Big|_{\tilde{y}=\tilde{y}_j}, \\ \left(\lambda^* \frac{\partial u}{\partial \tilde{y}} + e \frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{y}} \right) \Big|_{\tilde{y}=\tilde{y}_j} &= \left(\lambda^* \frac{\partial u_j}{\partial \tilde{y}} - e \frac{\partial \Phi_j}{\partial \tilde{y}} \right) \Big|_{\tilde{y}=\tilde{y}_j}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\lambda^* = \lambda + 4\pi e^2/\varepsilon$.

Ввиду (7) уравнения (3) выглядят в системе покоя ПД следующим образом:

$$\left[\frac{1}{c_l^2} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \right)^2 - \tilde{\nabla}^2 \right] \begin{pmatrix} u \\ u_j \end{pmatrix} = 0, \quad \tilde{\nabla}^2 \begin{pmatrix} \Phi \\ \Phi_j \end{pmatrix} = 0. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2/\partial \tilde{x}^2 + \partial^2/\partial \tilde{y}^2$. С формальной точки зрения, обсуждаемая проблема состоит в решении уравнений (9) с учетом граничных условий (8).

Зацепленная волна в системе покоя ПД

Преимущество использования системы покоя ПД состоит в том, что при построении решения нет необходимости ”угадывать” характер его временных зависимостей в различных областях кристалла. Вследствие временной однородности граничных условий (8) все они будут одинаковы и в предположении гармоничности колебаний зададутся общим фазовым множителем $\exp(-i\Omega \tilde{t})$, где Ω — частота колебаний в системе покоя ПД. Принимая также общую координатную зависимость решения уравнения (9) в виде $\exp(ik_{\parallel} \tilde{x})$ и учитывая, что зацепленная волна должна иметь структуру обычной плоской однородной волны [7], напомним

$$\Phi, \Phi_j \sim \exp[i(k_{\parallel} \tilde{x} - \Omega \tilde{t})] \exp(qy),$$

$$u, u_j \sim \exp[i(k_{\parallel} \tilde{x} - \Omega \tilde{t})] \exp(ik_{\perp} \tilde{y}).$$

При этом из (9) следует, что

$$q^2 - k_{\parallel}^2 = 0, \quad c_t^2(k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2) = (\Omega + k_{\perp}V_D)^2. \quad (10)$$

Величины k_{\parallel} и k_{\perp} имеют соответственно смысл продольной и поперечной составляющих волнового вектора \mathbf{k} зацепленной волны.

Из первого уравнения (10) имеем $q = \pm k_{\parallel}$. Поэтому с учетом требования ограниченности потенциалов Φ , Φ_j в областях определения напомним

$$\begin{aligned} \Phi &= \exp(i\xi) [A \exp(-k_{\parallel}\tilde{y}) + B \exp(k_{\parallel}\tilde{y})], \quad 0 < \tilde{y} < d, \\ \Phi_1 &= F_1 \exp(i\xi) \exp(k_{\parallel}\tilde{y}), \quad \tilde{y} < 0, \\ \Phi_2 &= F_2 \exp(i\xi) \exp(-k_{\parallel}\tilde{y}), \quad \tilde{y} > d. \end{aligned} \quad (11)$$

В выражениях (11) $\xi = k_{\parallel}\tilde{x} - \Omega\tilde{t}$ — фаза колебаний зацепленной волны, отсчитываемая вдоль ПД, A , B и $F_{1,2}$ — амплитудные константы.

При заданных k_{\parallel} , Ω и введенном ограничении $\beta = V_D/c_t < 1$ второе из уравнений (10) приводит к следующему представлению k_{\perp} :

$$k_{\perp} = \frac{\beta\Omega \pm \sqrt{\Omega^2 - k_{\parallel}^2 c_t^2 (1 - \beta^2)}}{c_t(1 - \beta^2)}. \quad (12)$$

Заметим, что при построении решения следует учитывать оба корня (12): отбрасывание любого из них переопределяет задачу граничными условиями (8). Выбор значений k_{\perp} и (12), однако, не произволен, а подчинен требованию причинной обусловленности поперечного распространения зацепленной волны движением ПД. Это, во-первых, означает выполнение ограничения $k_{\perp} > 0$, выражающего однонаправленность поперечного распространения зацепленной волны с движением ПД, а во-вторых, отразится существованием предельного условия

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} k_{\perp} = 0, \quad (13)$$

которое фиксирует факт прекращения поперечного распространения зацепленной волны с прекращением движения ПД.

При отборе корней k_{\perp} более сильное требование (13) в [7] не учитывалось. Однако это не должно было повлиять на окончательный результат, поскольку структура решения (см. выражение (4) в [7]) для зацепленной волны была угадана правильно. К сожалению, из-за описки в знаке одного из членов с фазовой экспонентой дисперсионное соотношение для зацепленной волны в [7] было получено с ошибкой, повлекшей неверное заключение о многоветвевой структуре решения и существовании соответствующего дискретного набора мод зацепленных волн, рефрагируемых движущимся ПД. Надлежащая корректировка результатов работы [7] с необходимостью приводится к условию (13).

Несложно установить, что ограничение $k_{\perp} > 0$ ($V_D > 0$) выполняется для обоих корней (12) в частотном интервале $\Omega \in [k_{\parallel}c_t(1 - \beta^2)^{1/2}, k_{\parallel}c_t]$, включая

его нижнюю границу. Последнее обстоятельство имеет решающее значение, так как, согласно (12), именно на этой границе, т.е. при

$$\Omega = k_{\parallel}c_t(1 - \beta^2)^{1/2}, \quad (14)$$

удается обеспечить одновременно выполнение предельного условия (13). Соотношение (14), устанавливающее существование только кратных корней (12) с величиной

$$k_{\perp} = \frac{\beta\Omega}{c_t(1 - \beta^2)}, \quad (15)$$

можно рассматривать как присущую зацепленной волне форму связи между основными спектральными параметрами k_{\parallel} и Ω при текущем значении β . Выражение (15) оказывается при этом определением k_{\perp} для зацепленной волны.

С учетом двукратного вырождения корней k_{\perp} уравнения (12) и требования ограниченности решения u_j первого из уравнений (9) во внешних областях, получим

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \exp i(\xi + k_{\perp}\tilde{y}), \quad \tilde{y} < 0, \\ u_2 &= U_2 \exp i(\xi + k_{\perp}\tilde{y}), \quad \tilde{y} > d, \\ u &= (V\tilde{y} + W) \exp i(\xi + k_{\perp}\tilde{y}), \quad 0 < \tilde{y} < d. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражения (11), (16), где W — амплитуда смещений, а V — амплитуда сдвиговой деформации $2u_{yz}$ в ПД, исчерпывающе описывают структуру зацепленной волны. Добавим, что, согласно (16), зацепленная волна в части с амплитудным коэффициентом V может трактоваться как присоединенная волна — вырожденная волноводная мода [8], но только в пределах ПД. Распространять этот термин на волну в целом, как сделано в работе [7], очевидно, неправомерно. Этим продиктовано введение нового названия "зацепленная волна", которое более адекватно передает специфику предмета.

Дисперсионное соотношение и спектр зацепленной волны

Для вывода дисперсионного соотношения зацепленной волны подставим выражения (11), (16) в граничные условия (8). Образующаяся система однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд парциальных волн u_j , u и сопутствующих электрических колебаний (11) должна отвечать требованию разрешимости $\text{Det} = 0$, что равносильно выполнению следующих соотношений между амплитудами U_j смещений на границах ПД:

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{U_2} &= \frac{1 - 2\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d \exp(ik_{\perp}d - k_{\parallel}d)}{1 - 2\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d} \\ &= \frac{\exp(ik_{\perp}d)(1 - 2\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d)}{\exp(ik_{\perp}d) - 2\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d \exp(-k_{\parallel}d)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Отсюда после преобразований получаем искомое дисперсионное соотношение в виде трансцендентного уравнения

$$\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d [1 - \exp(-2k_{\parallel} d)] + \exp(-k_{\parallel} d) \cos(k_{\perp} d) - 1 = 0, \quad (18)$$

устанавливающего дополнительно к (14), (15) связь между составляющими волнового вектора зацепленной волны.

На первый взгляд наложение связи (18) дополнительно к (14), (15) приводит к противоречию: подстановка (15) в (18) дает явно нелинейную зависимость $k_{\parallel}(\Omega)$, тогда как по сути формулы (14), (15) указывают на линейный характер частотных зависимостей составляющих волнового вектора зацепленной волны. Противоречие снимается, если признать, что β не остается фиксированным параметром при следовании вдоль линейного частотного спектра зацепленной волны — дисперсионной прямой для сдвиговых волн объемного распространения. Иначе говоря, существуют параметрические зависимости $\beta(k_{\parallel})$, $\beta(k_{\perp})$, или наоборот, которые в указанной ситуации обеспечивают подстройку решения (18) к виду линейно-частотных зависимостей формул (14), (15). Так, из (14), (15) исключением Ω получаем

$$k_{\perp} = k_{\parallel} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad k = \sqrt{k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2} = \frac{k_{\parallel}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (19)$$

Обратная параметрическая связь $k_{\parallel}(\beta)$ для зацепленной волны может рассматриваться при этом как решение уравнения

$$\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d [1 - \exp(-2k_{\parallel} d)] + \cos\left(k_{\parallel} d \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) \exp(-k_{\parallel} d) - 1 = 0, \quad (20)$$

вытекающего из (18). Типичный вид параметрических зависимостей $k_{\parallel}(\beta)$, $k(\beta)$, полученных численных решением (20) с учетом (19), показан соответственно на рис. 1, 2 для ряда значений \mathcal{K}^2 .

Расчет характеристик зацепленной волны в системе покоя ПД можно представить в последовательности, обратной изложенному: задаваясь β и определяя k_{\parallel} как корень трансцендентного уравнения (20), k и k_{\perp} рассчитываем затем по формулам (19), а Ω получаем согласно любой из формул (14), (15). Последнее, кстати, позволяет контролировать правильность результата сравнением параллельно вычисленных значений Ω . Для определения характеристик зацепленной волны в лабораторной системе отсчета можно воспользоваться соотношением

$$\omega = \Omega + \mathbf{kV}_D, \quad (21)$$

вытекающем из (16) при переходе, согласно (2), из системы покоя ПД в лабораторную систему отсчета. Заметим, что ω в (21) имеет смысл частоты колебаний зацепленной волны в лабораторной системе отсчета.

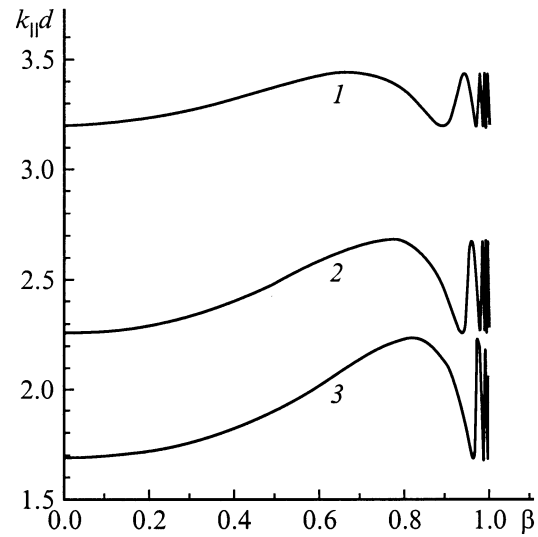


Рис. 1. Зависимость нормированной продольной компоненты волнового вектора $k_{\parallel} d$ зацепленной волны от β при $\mathcal{K}^2 = 0.3$ (1), 0.4 (2), 0.5 (3).

В законе преобразования спектра зацепленной волны (21) имеем как следствие однонаправленности ее поперечного распространения с движением ПД $\mathbf{kV}_D > 0$ ($k_{\perp} > 0$, $V_D > 0$), поэтому всегда $\omega > \Omega$. Настоящий результат можно рассматривать как проявляемый локально, но одинаково в каждой точке среды, положительный частотный доплеровский сдвиг при регистрации неподвижным приемником (кристалл) колебаний, поступающих от надвигающегося источника (зацепленная волна). Действительно, в задачах на собственное волновое движение типа рассматриваемой источник и приемник колебаний не описываются явным образом, и если могут быть сопоставлены, то только с самой волной

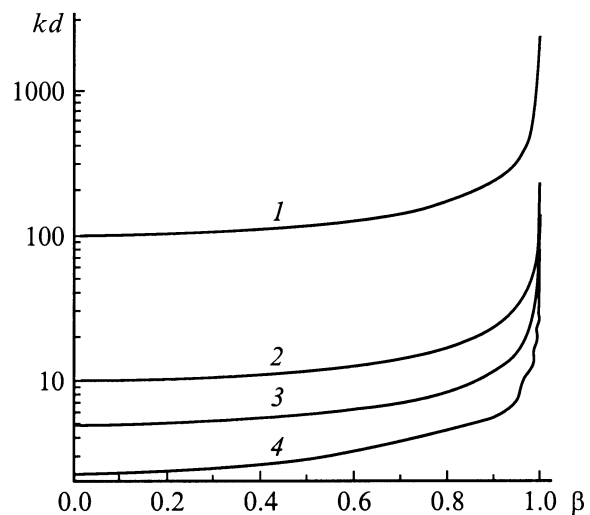


Рис. 2. Зависимость нормированного волнового числа kd зацепленной волны от β при $\mathcal{K}^2 = 0.01$ (1), 0.1 (2), 0.2 (3), 0.4 (4).

и кристаллом. Таким образом, доплеровские источник и приемник колебаний оказываются непрерывно распределенными по одной и той же области пространства и понимаются как таковые именно в локальном смысле. Происхождение сдвига частоты в рассматриваемых условиях очевидно: зацепленная волна из-за сцепления с ПД пьезополяризационными зарядами на границах вовлекается повсюду одинаковым образом в движение по оси y , которое принимает характер трансляционного переноса волны относительно кристалла.

Если в (21) величину $kV_D = k_{\perp}V_D$ преобразовать с учетом выражения (15) для k_{\perp} , то получим формулу для связи частот

$$\omega = \frac{\Omega}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (22)$$

Ввиду (22), например, имеем вместо (14), (15) $k_{\parallel} = \omega(1-\beta^2)^{1/2}/c_t$, $k_{\perp} = \omega\beta/c_t$ и соответственно в лабораторной системе отсчета $k = \omega/c_t$. Данное равенство представляет, как следовало ожидать и уже оговаривалось выше, линейный спектр объемных сдвиговых волн в сегнетоэлектрике. К этому выводу можно прийти непосредственно из второго равенства (10), если принять во внимание (21). Завершая описание зацепленной волны в лабораторной системе отсчета остается добавить, что с переходом в нее выражения (18)–(20) не претерпевают изменений. Согласно сказанному, рис. 1, 2 в равной мере пригодны для обсуждения свойств зацепленной волны как в системе покоя ПД, так и в лабораторной системе отсчета.

Чтобы установить место зацепленной волны в ряду уже известных типов собственных волн, обратимся к случаю статического ПД $\beta = 0$, когда ее волновой фронт ортогонален удерживающим границам ($k_{\perp} = 0$, $k_{\parallel} = k$), а спектральное поведение подчиняется, как следует из (20), уравнению

$$\mathcal{K}^2 k_{\parallel} d [1 + \exp(-k_{\parallel} d)] - 1 = 0. \quad (23)$$

По типу деформации и характеру связи с электростатическими полями, а также демонстрируемому рис. 1, 2 заметному влиянию \mathcal{K}^2 на степень снижения параметрических зависимостей логично предположить определенное сродство зацепленной волны с электрозвуковой волной, удерживаемой ПД. Обращаясь к результатам работы [12], нетрудно заметить, что равенство (23) — это не только дисперсионное соотношение для зацепленной волны при $\beta = 0$, но и условие полной делокализации колебаний антисимметричной моды электрозвуковой волны в начальной точке спектра (см. точки на рис. 3), скользящей по прямой объемных сдвиговых волн (штриховая прямая на рис. 3).

Аналогичную интерпретацию следует, очевидно, допустить и в отношении уравнения (20), обобщая сделанный вывод о тождественности зацепленной волны антисимметричной моде электрозвуковой волны в начальной точке спектра на случай $\beta \neq 0$. Качественная картина изменения спектра антисимметричной моды над влиянием

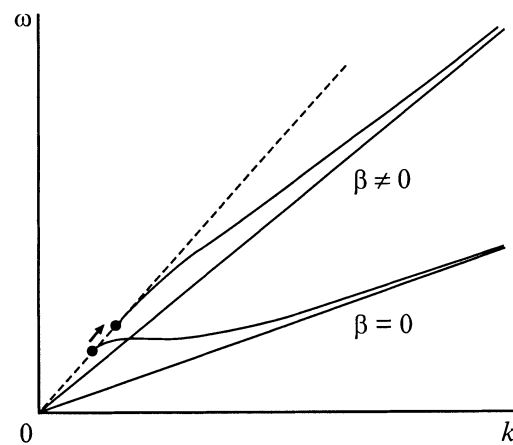


Рис. 3. Качественная картина дисперсионных ветвей антисимметричной моды электрозвуковой волны, удерживаемой движущимся и неподвижным полосовым доменом.

движения ПД на рис. 3 иллюстрирует параметрическую зависимость $k(\beta)$ (рис. 2) для зацепленной волны как следствие перемещения начальной точки спектра антисимметричной моды по направлению стрелки вдоль линейного спектра сдвиговых объемных волн. Что касается показанных прямыми сплошными линиями высокочастотных асимптот спектров антисимметричной моды, то они представляют закон дисперсии электрозвуковой волны на уединенной ДГ (мода Марфельда–Турнуа [10]).

Асимметрия профиля сдвиговых смещений относительно срединной плоскости $\bar{y} = d/2$, свойственная антисимметричной моде для статического ПД [12], проявится в зацепленной волне соотношением антифазности амплитуд колебаний в сдвиговых волнах на границах

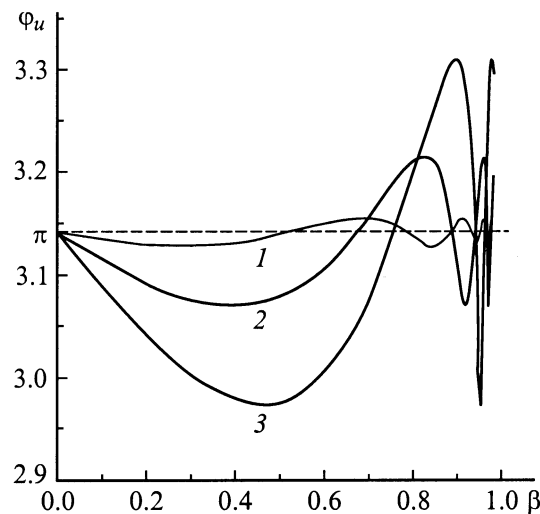


Рис. 4. Влияние движения полосового домена на степень отклонения граничных значений амплитуд сдвиговых смещений зацепленной волны от состояния антифазности. \mathcal{K}^2 : 1 — 0,2, 2 — 0,3, 3 — 0,4. Штриховая прямая — чисто антифазное состояние.

ПД: $U_1 = -U_2$. Обращаясь к формулам (17), (18), можно также показать выполнение равенства $|U_1| = |U_2|$ при любых $\beta \neq 0$. Однако антифазность колебаний сдвиговых смещений в зацепленной волне на границах ПД при $\beta \neq 0$ будет нарушена. Мерой этого отклонения служит величина $\varphi_u = \text{Arg}(U_1/U_2)$, оцениваемая в первом периоде 2π -периодических фазовых функций решения зацепленной волны по формуле

$$\varphi_u = \pi - \arctg \frac{\sin(k_{\perp}d)2\mathcal{K}^2k_{\parallel}d \exp(-k_{\parallel}d)}{(1-\mathcal{K}^2k_{\parallel}d)^2 + (\mathcal{K}^2k_{\parallel}d)^2[1-2\exp(-2k_{\parallel}d)]}. \quad (24)$$

Типичные зависимости φ_u от β на рис. 4, рассчитанные для ряда значений \mathcal{K}^2 согласно (20), (24), показывают, что при физически приемлемом уровне электромеханической связи кристалла отклонения φ_u от π не очень велики и в целом колебания сдвиговых смещений в зацепленной волне по разные стороны движущегося ПД близки к антифазным.

Пространственный резонанс с падающей сдвиговой волной

Неколлинеарность волнового вектора зацепленной волны границам ПД и делокализованность колебаний создают предпосылки для ее пространственного резонанса с падающей на удаляющийся ПД под углом $\Theta = \arctg(k_{\parallel}/k_{\perp})$ плоской однородной сдвиговой волной. Движение ПД оказывается теперь решающим, поскольку в статическом случае $\beta = 0$ формально возможный в пределе скользящего падения $\Theta \rightarrow \pi/2$ пространственный резонанс с зацепленной волной практически неосуществим.

При рассмотрении пространственного резонанса естественно задаться характеристиками падающей на ПД сдвиговой волны типа u_1 из (16) в лабораторной системе отсчета, а затем перейти в систему покоя ПД. Таким образом, принимая в качестве волнового вектора падающей волны $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $k_x = k \sin \Theta$, $k_y = k \cos \Theta$, $k = \omega/c_t$, Θ — угол падения, для частоты Ω в системе покоя ПД в соответствии с (21) получим выражение

$$\Omega = \omega(1 - \beta \cos \Theta). \quad (25)$$

В задачах рефракции волн движущимися границами основное требование, предъявляемое к любой рефрагированной волне, состоит [16] в ее синхронизме с падающей волной в точках движущейся границы. Поэтому если $\mathbf{k}' = (k'_x, k'_y)$ — волновой вектор, а Ω' — частота рефрагированной волны в системе покоя ПД, то $\Omega' \equiv \Omega$, $k'_x \equiv k_x$. Компоненты k'_y можно затем определить по формуле (12), заменяя k_{\parallel} на k_x , а k_{\perp} на k'_y . Несложными преобразованиями получим

$$k'_y = \frac{\omega}{c_t} \cos \Theta, \quad (26)$$

$$k'_y = \frac{\omega}{c_t(1 - \beta^2)} [2\beta - \cos \Theta(1 + \beta^2)].$$

Согласно (26), по каждую сторону движущейся границы ПД $\tilde{y} = 0$ или $\tilde{y} = d$ возникает, вообще говоря, пара различным образом рефрагированных волн. Однако в полуграниченных областях $\tilde{y} < 0$, $\tilde{y} > d$ следует оставлять только по одной из них, руководствуясь при отборе принципом излучения Мандельштама для неравновесной, движущейся (система покоя ПД) среды [17]. Не вдаваясь пока в детали, заметим, что первая из рефрагированных волн (26) должна исключаться в области $\tilde{y} < 0$, тогда как вторая — области $\tilde{y} > d$. Вместо (16) поэтому напишем

$$u_1 = U \exp i\xi [\exp(ik_y\tilde{y}) + R \exp(ik'_y\tilde{y})], \quad \tilde{y} < 0,$$

$$u_2 = UT \exp i(\xi + k_y\tilde{y}), \quad \tilde{y} > d,$$

$$u = U [V \exp(ik_y\tilde{y}) + W \exp(ik'_y\tilde{y})] \exp i\xi, \quad 0 < \tilde{y} < d. \quad (27)$$

Здесь штрихи — указатели, относящиеся к y -компоненте волнового вектора первой из рефрагированных волн (26), опущены, поскольку в своем распространении в областях $0 < y < d$, $\tilde{y} > d$ данная волна копирует падающую волну ($k'_y = k_y$, $k'_x = k_x$). Соответственно величина k'_y , входящая в выражения (27), будет определяться только вторым из соотношений (26). Добавим, что в (27) $\xi = k_x\tilde{x} - \Omega\tilde{t}$, U — амплитуда падающей волны, полагаемая известной, а величины R и T имеют смысл коэффициентов отражения и прохождения сдвиговой волны в случае удаляющегося ПД.

Формулы (27) вместе с выражениями (11), где k_{\parallel} также следует заменить на k_x , после подстановки в остающиеся без изменений граничные условия (8) приводят к системе неоднородных алгебраических уравнений, позволяющей определить амплитудные коэффициенты потенциалов электростатических колебаний и сдвиговых рефрагированных волн. Ограничимся далее только выражением для R , которому с учетом (25), (26) придадим вид

$$R = -2w\mathcal{K}^2 \frac{i\zeta [1 + \exp(i\zeta)] - Z}{2w\mathcal{K}^2(i2\zeta - Z) - \zeta^2}, \quad (28)$$

где $\varkappa = kd$, $w = \varkappa \sin \Theta$, $\zeta = 2\varkappa(\cos \Theta - \beta)/(1 - \beta^2)$, а величина Z определяется равенством

$$Z = 2w\mathcal{K}^2(1 - e^{-2w})(e^{i\zeta} - 1) + i\zeta \cos(w - \zeta/2)e^{-w}e^{-i\zeta/2}.$$

Угол падения $\Theta = \Theta^{**}$, отвечающий пространственному резонансу падающей и зацепленной волны, задается соотношением

$$\cos \Theta^{**} = \beta, \quad (29)$$

которое следует из (19), если учесть, что $k_{\perp} = k \cos \Theta^{**}$, $k_{\parallel} = k \sin \Theta^{**}$. Согласно (29), частота (25) рефрагированных волн преобразуется в условиях пространственного резонанса, как этого следовало ожидать, в определяемую формулой (22) частоту зацепленной волны. Заметим, что при $\Theta \rightarrow \Theta^{**}$ поперечные компоненты k'_y волновых векторов обоих типов рефрагированных волн (26) делаются одинаковыми: $k'_y \rightarrow k_y$. Этим фактически отражена характерная для зацепленной волны краткая вырожденность значений k_{\perp} из (12).

Для последующего анализа важно заметить, что в пределе $\Theta \rightarrow \Theta^{**}$ величина k'_y второго из выражений (26) меняет знак при $\Theta = \Theta^*$ ($\Theta^* < \Theta^{**}$, $\cos \Theta^* = 2\beta(1 + \beta^2)^{-1}$). Если обозначить $k'_y = k' \cos \Theta'$, где $k' = \omega'/c_t$, ω' — частота рефрагированной волны в лабораторной системе отсчета, Θ' — угол рефракции, то Θ^* можно определить как угол, разграничивающий область нормальной рефракции ($\Theta' < \pi/2$, $k'_y < 0$) от области рефракции при тупых углах ($\Theta' > \pi/2$, $k'_y > 0$). Возможность ее проявления представляет специфическую особенность решений задач рефракции волн удаляющимися границами [16].

Квинтэссенция проблемы рефракции при тупых углах, в область которых попадает угол пространственного резонанса Θ^{**} , состоит в представлении и интерпретации рефрагированной волны, которая обычно ($\Theta' < \pi/2$) оказывается (см. второе слагаемое в (27) для u_1) ординарной отраженной волной. Для классической задачи Эйнштейна о движущемся зеркале это было проделано в работе [16], где рефрагированная волна трактовалась при $\Theta' > \pi/2$ как развернутый в бесконечность (следствие монохроматичности) шлейф излучения вторичных (гюйгенсовских) источников с поверхности зеркала, распространяющийся ему вслед, но постепенно отстающий от него. Так, рефрагированная волна оказывается в своеобразной роли волны, дополняющей падающую. Соответствующая картина рефракции в волновых векторах показана на рис. 5, *a*.

Задачу исследования рефрагированной волны в [16] облегчила заведомая однозначность в выборе области ее распространения. Ввиду идеальности (непрозрачности) зеркала рефрагированная волна если и могла возникнуть, то только по одну сторону с падающей волной. Ситуация альтернативного типа сложилась в [5], где вследствие полной идентичности свойств сегнетоэлектрика по разные стороны движущейся ДГ область рас-

пространения рефрагированной при $\Theta' > \pi/2$ волны могла соотноситься как с областью распространения падающей ($\tilde{y} < 0$), так и прямо прошедшей ($\tilde{y} > 0$) сдвиговой волны. За несущественными деталями в первом случае реализовывался бы случай, представленный на рис. 5, *a*. Принятый в [5] второй вариант решения (рис. 5, *b*) соответствует двулучепреломлению сдвиговой волны удаляющейся ДГ в сегнетоэлектрике.

Основанием для такого отбора в [5] послужило то обстоятельство, что решение строилось непосредственно в лабораторной системе отсчета, когда закон дисперсии сдвиговых волн

$$\omega' = \mathbf{n}'k'c_t, \quad \omega = \mathbf{n}k c_t \quad (30)$$

не предвещал каких-либо спектральных аномалий и в оценке направления отвода энергии от границы казалось достаточным руководствоваться исключительно выбором направления распространения волны, т.е. вектором волновой нормали \mathbf{n}' или \mathbf{n} . Это действительно так, но с той принципиальной оговоркой, что одновременно следует четко отслеживать положение движущейся границы. Только по отношению к ней имеет смысл оценивать возможность того или иного направления распространения рефрагированной волны, что с неизбежностью предполагает переход в систему покоя границы и, в конечном итоге, приводит к необходимости учета изменения дисперсионных свойств среды в системе покоя ДГ.

В свете изложенного при построении решения (27) приходится отказаться от выработанной ранее [5] схемы рефракции на рис. 5, *b* в пользу приведенной на рис. 5, *a*. Под рефрагирующей границей здесь можно понимать тыльную сторону удаляющегося ПД (ДГ при $\tilde{y} = 0$). Прямая 1 (на рис. 5 — падающая сдвиговая волна) теперь должна быть продолжена за границу для представления прямо прошедшей волны. По аналогии с (21) закон дисперсии рефрагированной волны в системе покоя ПД имеет вид $\Omega' = \omega' - \mathbf{k}'\mathbf{V}_D$. Если выразить ω' и ω согласно (30), то по определению групповой скорости приходим к равенствам $V_{g_y} = n_y c_t - V_D$, $V'_{g_y} = n'_y c_t - V_D$, где $n_y = \cos \Theta$, $n'_y = k'_y/k'$. Замечая далее, что $k'_x = \omega \sin \Theta/c_t$, а k'_y определяется вторым выражением (26), получим окончательно

$$V_{g_y} = c_t(\cos \Theta - \beta), \quad V'_{g_y} = -V_{g_y} \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2 - 2\beta \cos \Theta}. \quad (31)$$

При $\Theta < \Theta^{**}$ ($\cos \Theta > \beta$) в соответствии с (31) имеем $V_{g_y} > 0$, $V'_{g_y} < 0$ и сообразно принципу излучения [17], чтобы обеспечить отвод энергии от границы, необходимо исключить возможность распространения рефрагированной волны при $\tilde{y} > 0$, а волны типа падающей — в области $\tilde{y} < 0$. Реализуемая рефракция, очевидно, соответствует схеме рис. 5, *a*. Подчеркнем, что выражение (31) для V_{g_y} в равной степени относится и к падающей волне, которая в отличие от прочих обеспечивает подвод энергии к границе $V_{g_y} > 0$ при $\tilde{y} < 0$. Прекращение данного процесса и, как следствие,

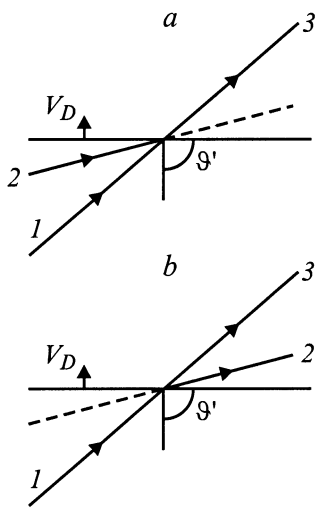


Рис. 5. Альтернативные варианты взаимодействия волны с удаляющейся границей при тупых углах рефракции $\Theta' > \pi/2$. 1 — падающая волна, 2 — рефрагированная волна, 3 — прямо прошедшая волна.

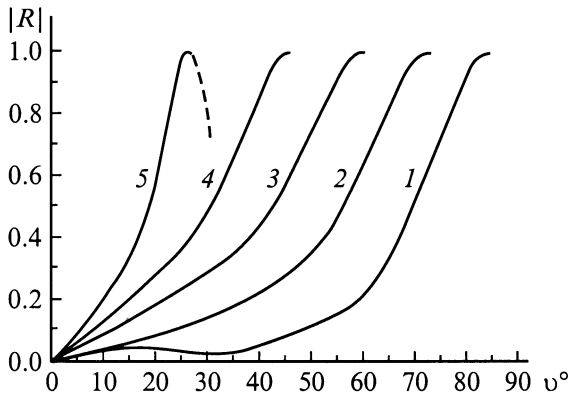


Рис. 6. Угловые зависимости модуля коэффициента отражения сдвиговой волны удаляющимся полосовым доменом при $K^2 = 0.38$ и $kd = 2$. β : 1 — 0.1, 2 — 0.3, 3 — 0.5, 4 — 0.7, 5 — 0.9.

прекращение взаимодействия падающей волны с границей при $\Theta \rightarrow \Theta^{**}$ ($V_{gy} \rightarrow 0$, $V'_{gy} \rightarrow 0$) объясняются тем характерным для крайней точки интервала тупых углов рефракции [5,16] обстоятельством, что в оговоренных условиях волна перестает догонять границу.

Возвращаясь к предмету обсуждения — зацепленной волне, можно поэтому сразу отметить неосуществимость ее возбуждения падающей на ПД под соответственным углом Θ^{**} сдвиговой волной. Приведенное выше решение (см. формулы (27), (28)) демонстрирует это тем, что с приближением к точке пространственного резонанса с зацепленной волной ($\zeta \rightarrow 0$) величина R имеет не полюсную, как ожидалось, а устранимую особенность вида $0/0$: $R \rightarrow 1$ при $\zeta \rightarrow 0$. Вырождение пространственного резонанса предстает здесь сочетанием резонансного уменьшения знаменателя и выражающего прекращение взаимодействия падающей волны с ПД одновременного уменьшения числителя величины R . Угловые зависимости $|R(\Theta)|$ на рис. 6, рассчитывавшиеся по формуле (28), показывают в данном случае скрытый (виртуальный) характер "пиков" вырожденного пространственного резонанса (см. штриховое продолжение кривой 5 на рис. 6 в область нефизических значений $\Theta > \Theta^{**}$). Не менее важно, что в самой точке пространственного резонанса решение, описываемое формулами (27), (28), уже теряет смысл. Его неадекватность выражается парадоксальным гашением падающей волны рефрагированной волной: при $\Theta \rightarrow \Theta^{**}$ указанные волны имеют общее направление распространения (прямые 1, 2 на рис. 5, а сливаются) и антифазны ($R \rightarrow -1$).

Уже отмечалось, что точка $\Theta = \Theta^{**}$ характеризуется отсутствием энергопереноса в волнах относительно границы. В ней поэтому селекция схем рефракции (рис. 5) на основе принципа излучения [17] лишена смысла, с чем логично связать упомянутый неуспех представления решения соответственной картине рефракции на рис. 5, а строго в точке $\Theta = \Theta^{**}$.

Обсудим теперь возможность использования схемы рефракции (рис. 5, b) для построения решения при

$\Theta = \Theta^{**}$. Требуемые изменения в его структуре сводятся к переносу члена, описывающего рефрагированную волну, из выражения (27) для u_1 в выражение для u_2 . Конечный результат выделенного решения в точке пространственного резонанса с зацепленной волной не зависит от наличия или отсутствия передней границы $\tilde{y} = d$ удаляющегося ПД. Соответственно можно было бы сразу воспользоваться решением [5], отнесенным к крайне правой точке углового интервала безотражательного двулучепреломления. Специфика его в следующем: при $\Theta = \Theta^{**}$ рефрагированная и прямо прошедшая волны распространяются в общем направлении (прямые 2, 3 на рис. 5, b сливаются), имеют неограниченно большие значения амплитуд ($|R| \rightarrow \infty$, $|T| \rightarrow \infty$) и по отношению друг к другу находятся в противофазе ($R/T \rightarrow -1$). Такое решение дает уже физически верную картину прекращения взаимодействия — взаимопогашается результирующее поле сдвиговых смещений за удаляющейся границей ($u_2 \equiv 0$), тогда как перед ней оно представляет собой падающую волну, которая распространяется строго вслед границе, но не претерпевает никаких изменений именно по причине прекращения взаимодействия. Типично резонансные признаки решения ($|R| \rightarrow \infty$, $|T| \rightarrow \infty$) сохраняются, но только в отношении отдельно выделенных парциальных волн, что подчеркивает их виртуальный характер.

Заключение

Результаты работы показывают возможность трансляционного переноса движущимся полосовым доменом в сегнетоэлектрическом кристалле плоской однородной сдвиговой волны с неколлинеарной ориентацией волнового вектора к границам, которая идентифицирована как антисимметричная мода электрорезонансной волны полосового домена в точке зарождения ветви спектра — зацепленная волна. На основе развитых представлений достигается, в частности, физически непротиворечивая трактовка резонансных параметрических эффектов акустодоменного взаимодействия в условиях предельно быстрого удаления доменных границ.

Работа выполнена по проекту ФЦП "Интеграция" (грант № А 0066).

Список литературы

- [1] Морозова Г.П., Сердобольская О.Ю. // Вестн. МГУ. Сер. 3. 1994. Т. 35. № 6. С. 42–51.
- [2] Nakamura K., Shimizu H. // IEEE Ultrason. Symp. Proc. 1983. P. 527–530.
- [3] Жгун С.А. // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 4. С. 645–651.
- [4] Алексеев А.Н. // Изв. АН. Сер. физ. 1993. Т. 57. № 6. С. 92–97.
- [5] Шевяхов Н.С. // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 1. С. 160–165.
- [6] Лямиев Л.М., Шевяхов Н.С. // Акуст. журн. 1991. № 6. С. 1170–1176.

- [7] *Лямшев Л.М., Шевяков Н.С.* // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 17. С. 13–16.
- [8] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Наука, 1988. 440 с.
- [9] *Сонин А.С., Струков Б.А.* Введение в сегнетоэлектричество. М.: Высшая школа, 1970. 271 с.
- [10] *Maerfeld C., Tournois P.* // Appl. Phys. Lett. 1971. Vol. 19. N 14. P. 117–118.
- [11] *Auld V.A.* Acoustic Field and Waves in Solids. Vol. 2. New York, 1973. 414 p.
- [12] *Любимов В.Н., Санников Д.Г.* // Кристаллография. 1979. Т. 24. № 1. С. 5–10.
- [13] *Xingjiao Li.* // Journ. Appl. Phys. 1987. Vol. 61. N 6. P. 2327–2334.
- [14] *Паули В.* Теория относительности. М.: Наука, 1983. 336 с.
- [15] *Гольденблат И.И.* Нелинейные проблемы теории упругости. М.: Наука, 1969. 336 с.
- [16] *Болотовский Б.М., Столяров С.Н.* // УФН. 1989. Т. 159. № 1. С. 155–180.
- [17] *Болотовский Б.М., Столяров С.Н.* Эйнштейновский сборник. 1974. М.: Наука, 1976. С. 179–275.