

01;04;09

Поверхностные волны на релятивистских плазменных потоках

© И.Л. Шейнман

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет,
197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 23 июня 1999 г.)

Рассмотрены устойчивые и неустойчивые поверхностные электромагнитные волны на границах релятивистских плазменных потоков плоской и цилиндрической геометрии в области частот, соответствующих положительным значениям диэлектрических проницаемостей. Показано существование критических параметров — угла между скоростью и волновым вектором волны в плоской геометрии и низшего номера моды в цилиндрической геометрии, соответствующих переходу от медленных волн к быстрым. Для начальной фазы развития шланговой неустойчивости электронного потока указан критический параметр — поперечный волновой размер потока. Введение в систему сильных продольных магнитных полей приводит к подавлению высокомодовых неустойчивостей потока.

Введение

При исследовании распространения и излучения электромагнитных волн в движущихся пучково-плазменных средах обнаруживается ряд особенностей, изучение которых важно как для развития фундаментальных вопросов, лежащих на границе физики плазмы и электродинамики движущихся сред, так и для ряда практических областей, таких как экспериментальная физика линейных ускорителей заряженных частиц и плазменная СВЧ электроника. Задачи анализа условий генерации электромагнитных волн представляют также интерес и при изучении ряда явлений в движущейся ионосферной и космической плазме.

Как правило, в реальных условиях плазменные потоки и пучки заряженных частиц являются ограниченными, что приводит к возможности возникновения поверхностных волн, законы дисперсии для которых могут существенно отличаться от законов для волн в безграничных средах. Поверхностные волны представляют собой обширный класс волн, распространяющихся вдоль некоторой поверхности и характеризующихся достаточно быстрым убыванием полей при удалении от нее в одну сторону (односторонние поверхностные волны) или в обе стороны (истинные поверхностные волны). Односторонняя поверхностная волна может возникать при полном отражении электромагнитной волны от границы раздела двух диэлектриков в случае падения на границу с оптически менее плотной средой. Возникновение истинных поверхностных волн связано с наличием мнимой части у поверхностного импеданса [1], что соответствует случаю комплексного показателя преломления одной из сред [2]. В частности, в отсутствие потерь такая ситуация возможна в плазме, когда диэлектрическая проницаемость $\varepsilon < 0$. При положительных значениях диэлектрических проницаемостей неподвижных границах сред возбуждение поверхностных волн вблизи границы невозможно. Однако, как было показано в [3], релятивистское движение одной из сред приводит к возможности возбуждения электромагнитной поверхност-

ной волны даже на тангенциальном разрыве скорости однородной среды с $\varepsilon > 0$. Аналогичная ситуация возникает для поверхностной волны на тангенциальном разрыве скорости сжимаемого газа [4,5]. В этих случаях необходимым условием существования поверхностных волн является возникающая анизотропия, связанная с появлением выделенного направления движения среды, что подтверждается существованием поверхностных волн на границе изотропной среды и кристалла и на границе двух кристаллов [6,7].

Анализ неустойчивости пучков и сгустков в подобных системах остается неисследованной задачей. С одной стороны, электромагнитная неустойчивость пучка используется для перекачки кинетической энергии пучка в энергию поля в среде, что и требуется в поставленных задачах, с другой стороны, при развитии паразитных типов неустойчивости и развале пучка, является серьезным ограничением на эффективность методов кильватерного ускорения [8] и релятивистской плазменной СВЧ электроники [9]. Этой проблеме и посвящена настоящая работа. В частности рассматривается один из физических механизмов гидродинамических неустойчивостей релятивистских электронных потоков, связанный с возникновением нарастающих поверхностных электромагнитных волн на границе пучок-плазма. Наиболее интересным и недостаточно исследованным случаем является $\varepsilon > 0$, т.е. когда диэлектрические проницаемости обеих границах сред (плазмы и потока) положительны. При этом неустойчивость может быть обусловлена как возбуждением продольных волн плотности заряда потока [10], так и возбуждением поверхностных электромагнитных волн на границе движущейся и неподвижной плазмы. Как будет показано ниже, последний тип неустойчивости возникает в случае, когда волновой вектор поверхностной волны неколлинеарен с направлением скорости движения среды и в цилиндрической геометрии связан с возбуждением несимметричных поверхностных волн. В случае первой моды при значительном изгибе пучка он переходит в так называемую шланговую неустойчивость электронного потока, рассматривавшуюся в [11–13].

Основные уравнения для описания релятивистского пучка электронов в плазме

Для исследования волн, возбуждающихся в системе плазма–релятивистский пучок, мы будем использовать феноменологический подход, основанный на представлении релятивистского электронного пучка в виде движущейся сплошной среды. Этот подход эквивалентен гидродинамическому описанию поведения системы, которое в сравнении с более точным кинетическим не учитывает ряда важных особенностей колебаний, связанных с их затуханием вследствие теплового движения зарядов [14]. Однако в области частот, где фазовая скорость волн сравнима со скоростью движения релятивистского пучка и существенно превышает тепловую скорость зарядов, гидродинамическое описание позволяет исследовать основные свойства волновых процессов в системе.

При феноменологическом подходе пучок представляется в виде плазменного потока с диэлектрической проницаемостью ε , движущегося относительно неподвижной плазмы со скоростью $\mathbf{V} = \beta c$, где c — скорость света. При этом систему уравнений Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1), (2)$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \mathbf{D} = 0 \quad (3), (4)$$

необходимо дополнить материальными соотношениями Минковского для движущейся среды [15],

$$\mathbf{B} + \mathbf{E} \times \boldsymbol{\beta} = \mathbf{H} + \mathbf{D} \times \boldsymbol{\beta}, \quad \mathbf{D} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{H} = \hat{\varepsilon}(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}), \quad (5)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности, \mathbf{D} и \mathbf{B} — индукции электрического и магнитного полей соответственно.

Уравнения (5) справедливы для произвольной анизотропной среды. В этом случае диэлектрическая проницаемость $\hat{\varepsilon}$ представляет собой тензорную величину. В частности, для гиротропной среды тензор диэлектрической проницаемости имеет вид [15]

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{\perp} & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где ε_{\perp} , ε_{\parallel} — поперечная и продольная диэлектрические проницаемости; g — коэффициент гирации.

С другой стороны, материальные соотношения (5) могут быть заменены уравнениями

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}, \quad D_i = \hat{\varepsilon}_{ij} E_j,$$

однако при этом возникает проблема вывода вида тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$, исходя из конкретной модели среды (в [16] расчеты проведены для релятивистского пучка в неподвижной магнитоактивной плазме).

Рассматриваемый метод требует дополнительного определения диэлектрической проницаемости движущейся среды, исходя из уравнений движения частиц, а также условий, накладываемых на равновесные состояния пучка и плазмы. В связи с этим феноменологический подход в настоящей работе будет использован для исследования поверхностных волн на границе нейтрального релятивистского потока (плазменной струи) в плазме.

Поверхностные волны на плоском движущемся плазменном слое

Хорошо известно, что на плоской границе раздела двух сред может существовать поверхностная электромагнитная волна, локализованная вблизи границы. Для этого необходимо, чтобы диэлектрические проницаемости сред имели разные знаки: $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 < 0$ [15]. При релятивистском движении среды (сильноточного пучка в плазме и т.п.) возможно возникновение принципиально новых эффектов. Так, в [17] было показано, что на тангенциальном разрыве скорости однородной среды без дисперсии существование поверхностной волны невозможно в случае, когда волновой вектор \mathbf{k}_{\perp} совпадает по направлению со скоростью среды \mathbf{V} . Вместе с тем при неколлинеарных \mathbf{k}_{\perp} и \mathbf{V} , образующих угол φ , существует критический угол φ_k , такой что при $\varphi > \varphi_k$ поверхностные волны могут существовать и на тангенциальном разрыве скорости однородной среды с положительными диэлектрическими проницаемостями [10,18].

Кроме устойчивых на тангенциальном разрыве скорости существуют нарастающие поверхностные электромагнитные волны, приводящие к гидродинамической неустойчивости плазменных потоков. Релятивистское движение плоского слоя порождает черенковскую неустойчивость из-за возбуждения удаляющихся от границы волн во внешней диэлектрической среде [10] или неустойчивость поверхностных волн, если неподвижной средой является плазма [18], однако проведенный в [10,18] анализ относился только к случаю коллинеарных скорости и волнового вектора.

Рассмотрим движущийся плоский плазменный слой толщиной $2h$ с диэлектрической проницаемостью ε_2 и скоростью $\mathbf{V} = \beta c$ в неподвижной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1 . В прямоугольной системе координат скорость имеет вид $\boldsymbol{\beta} = (0, \beta_y, \beta_z)$, волновой вектор \mathbf{k}_{\perp} направлен вдоль оси z . Из уравнений Максвелла (1)–(5) и граничных условий получим дисперсионное уравнение для поверхностных волн в плоском волноводе, заполненном движущейся плазменной средой,

$$(\varepsilon_2 \eta_1 S + \varepsilon_1 \eta_2)(\eta_1 S^{-1} + \eta_2) = (\varepsilon_2 - 1)(\varepsilon_1 - 1) \eta^2 \gamma^2 \beta_y^2, \quad (7)$$

где $\eta_1^2 = \eta^2 - \varepsilon_1$, $\eta_2^2 = \eta^2 - 1 - (\varepsilon_2 - 1) \gamma^2 (1 - \eta \beta_z)^2$, $\eta = k_z/k$, $k = \omega/c$, $k_z = |\mathbf{k}_{\perp}|$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

Уравнение (1) описывает волны с симметричной ($S = \text{cth}(kh\eta_2)$) и антисимметричной ($S = \text{th}(kh\eta_2)$) относительно плоскости yOz компонентой поля E_z . В слу-

чае тангенциального разрыва скорости однородной среды, т.е. при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ уравнения (1) для симметричных и антисимметричных волн совпадают. При $h \rightarrow +\infty$ взаимное влияние границ становится пренебрежимо малым и (1) переходит в дисперсионное уравнение для поверхностных волн на плоской границе раздела двух сред, движущихся друг относительно друга [3],

$$(\varepsilon_2 \eta_1 + \varepsilon_1 \eta_2)(\eta_1 + \eta_2) = (\varepsilon_2 - 1)(\varepsilon_1 - 1)\eta^2 \gamma^2 \beta^2. \quad (8)$$

На рис. 1 приведены зависимости постоянной распространения k_z от угла φ между \mathbf{k}_\perp и \mathbf{V} для поверхностных волн на движущемся слое ($k = 1 \text{ см}^{-1}$, $\beta = 0.941$, $\gamma = 2.96$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$). Экспоненциально спадающие по амплитуде с удалением от границ вне слоя поверхностные волны внутри него могут быть двух типов: медленные поверхностные при $\eta_2^2 > 0$ и быстрые объемные при $\eta_2^2 < 0$. В отличие от одиночного тангенциального разрыва скорости, где поверхностные волны не могли распространяться под углами, меньшими некоторого критического угла φ_k между \mathbf{k}_\perp и \mathbf{V} [3], для поверхностных волн на слое критический угол φ_k соответствует переходу от быстрых волн к медленным. Наибольший критический угол достигается при $S \approx \sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2}$, что при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ дает $h \rightarrow +\infty$. Уменьшение толщины слоя ведет к снижению критического угла, при малых h быстрые объемные волны отсутствуют.

Кроме устойчивых уравнения (1) могут иметь также нарастающие во времени или в пространстве решения, приводящие к возникновению абсолютной и конвективной неустойчивостей плазменного слоя.

На рис. 2 приведены полученные на основе численного решения уравнений (7) и (8) зависимости вещественной и мнимой частей k при фиксированной вещественной постоянной распространения k_z от угла φ между \mathbf{k}_\perp и \mathbf{V} для поверхностных волн на тангенциальном разрыве скорости двух сред и движущемся плазменном слое при $k_z = 1 \text{ см}^{-1}$, $n_1 = n_2 = 1.4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, $\beta = 0.999$, $\gamma = 22.4$, $h = 1 \text{ см}$. В ультрарелятивистском случае тангенциальный разрыв скорости является устойчивым по отношению к поверхностным волнам с волновым вектором, параллельным скорости движения среды, но

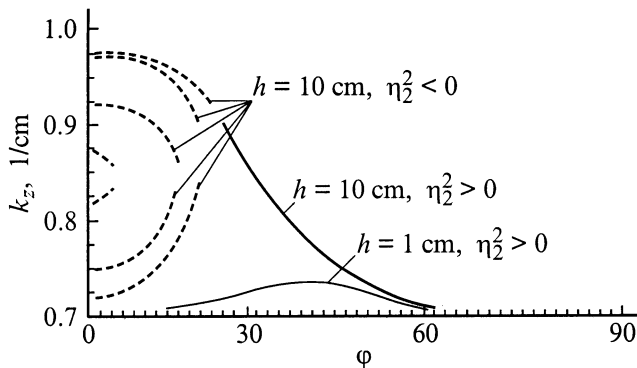


Рис. 1. Зависимости постоянной распространения k_z от угла φ между \mathbf{k}_\perp и \mathbf{V} для плоского движущегося слоя.

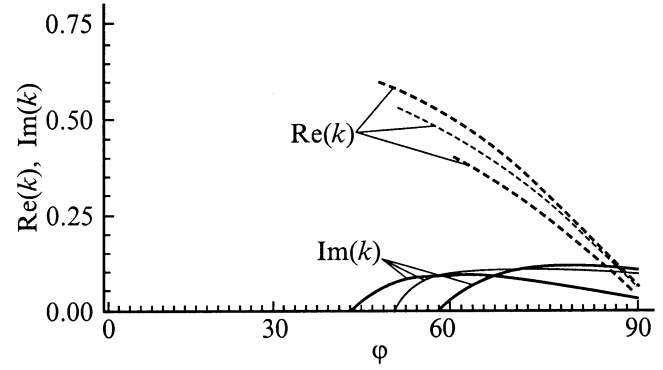


Рис. 2. Зависимости вещественной и мнимой частей $k = \omega/c$ от угла φ между \mathbf{k}_\perp и \mathbf{V} для волн на тангенциальном разрыве скорости и на плоском движущемся слое: жирные кривые — плоский движущийся слой, тонкие — тангенциальный разрыв скорости.

неустойчивым по отношению к волнам, распространяющимся под углами, большими некоторого критического угла φ . Для плазменного слоя симметричные и антисимметричные относительно плоскости yOz волны имеют разные критические углы, начиная с которых развивается их нарастание. Область углов, где поток устойчив, определяется меньшим из них.

Поверхностные волны на релятивистском цилиндрическом плазменном потоке

Как уже отмечалось ранее, на плоской границе раздела двух сред может существовать поверхностная электромагнитная волна, если диэлектрические проницаемости сред имеют разные знаки [15]. Цилиндрическая геометрия, не меняя условия для диэлектрических проницаемостей, порождает для релятивистских движущихся сред ряд интересных не исследованных ранее эффектов, связанных с многомодовой структурой излучаемых волн [19,20].

Рассмотрим движущийся цилиндрический плазменный поток радиуса R с диэлектрической проницаемостью ε_2 в неподвижной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1 . Вещество в цилиндре движется вдоль его оси (ось z) с постоянной скоростью $\mathbf{V} = \beta c$, где c — скорость света.

Из уравнений Максвелла для движущейся среды (1)–(5) и граничных условий получим

$$(\varepsilon_2 S_2 - \varepsilon_1 S_1)(S_2 - S_1) = \frac{\nu^2}{k^2 R^2} \left(\frac{\tilde{\eta}}{\eta_2} - \frac{\eta}{\eta_1} \right)^2, \quad (9)$$

где

$$S_1 = \frac{K'_\nu(kR\eta_1)}{\eta_1 K_\nu(kR\eta_1)}, \quad S_2 = \frac{I'_\nu(kR\eta_2)}{\eta_2 I_\nu(kR\eta_2)},$$

$I_\nu(x)$ — модифицированная функция Бесселя, $K_\nu(x)$ — функция Макдональда, $\eta = k_z/k$, $\tilde{\eta} = \gamma^2((1 - \varepsilon_2 \beta^2)\eta +$

$+(\varepsilon_2-1)\beta)$, $\eta_1^2 = \eta^2 - \varepsilon_1$, $\eta_2^2 = \eta^2 - 1 - (\varepsilon_2-1)\gamma^2(1-\eta\beta)^2$, $k = \omega/c$.

Уравнение (9) представляет собой дисперсионное уравнение для поверхностных волн в волноводе, образованном движущимся через плазму релятивистским пучком. В предельном случае, когда радиус волновода существенно превышает эффективную толщину поля поверхностной волны, оно переходит в дисперсионное уравнение для плоского тангенциального разрыва скорости (8).

На рис. 3 приведены зависимости постоянной распространения k_z от волновых размеров волновода kR при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$, $k = 3 \text{ cm}^{-1}$, $\beta = 0.999$ ($\gamma = 22.4$). Жирными линиями представлены медленные волны волновода, имеющие распределение величин E и H по радиусу, описываемых модифицированными функциями Бесселя внутри волновода и функциями Макдональда вне его $\eta_1^2 > 0$, $\eta_2^2 > 0$, тонкими линиями — быстрые волны с распределением E и H , описываемых обыкновенными функциями Бесселя внутри волновода и функциями Макдональда вне его $\eta_1^2 > 0$, $\eta_2^2 < 0$.

При $\nu = 0$ дисперсионное уравнение не имеет корней, что соответствует в плоской геометрии поверхностным волнам, распространяющимся параллельно скорости движения среды. При заданном радиусе потока условия при возбуждении медленных волн возникают, начиная с некоторой моды, что проявляется в наличии вещественных корней дисперсионного уравнения при $\nu > \nu_{\text{cr}}$.

В отличие от медленных волн, могущих возникать вблизи одной плоской границы раздела двух сред и характеризующихся экспоненциальным спаданием амплитуды с удалением от нее, быстрые волноводные волны существуют только при наличии некоторой ограниченной области пространства и в плоской геометрии являются волнами волновода с двумя границами с амплитудой, описываемыми функциями синуса и косинуса внутри волновода и убывающими экспонентами вне него. В случае цилиндрической границы такие волны могут возбуждаться при $\nu < \nu_{\text{cr}}$.

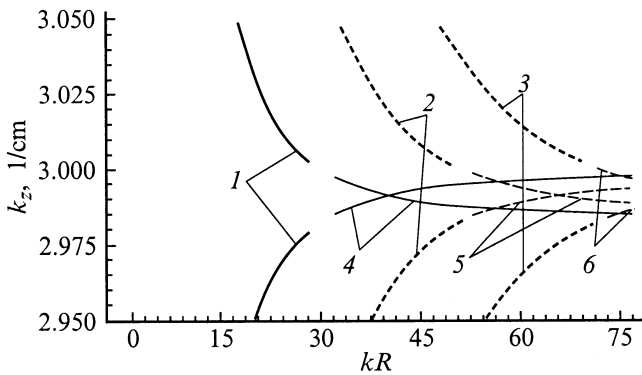


Рис. 3. Зависимости постоянной распространения k_z от радиуса плазменного потока R : $\nu = 1$ (1, 4), 2 (2, 5), 3 (3, 6). 1–3 — медленные волны, $\eta_2^2 > 0$; 4–6 — быстрые, $\eta_2^2 < 0$.

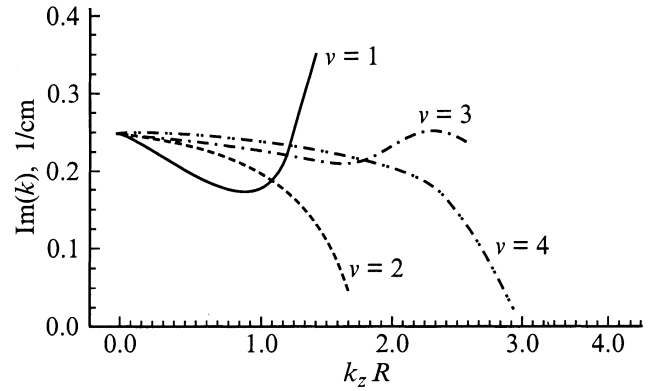


Рис. 4. Зависимости инкремента нерезонансной неустойчивости $\text{Im}(k)$ от волнового радиуса волновода $k_z R$.

В случае рассмотрения постоянной распространения k_z в качестве корня дисперсионного уравнения (9) при фиксированном вещественном $k = \omega/c$ получим нарастающие с ростом z колебания при отрицательной мнимой части решения. Аналогичная ситуация возникает при рассмотрении k в качестве вещественного параметра, а k_z — корня дисперсионного уравнения. При этом положительная мнимая часть $\omega = kc$ является временным инкрементом нарастания $\delta = \text{Im}(\omega)$.

Проанализируем подробнее неустойчивость, связанную с возбуждением первой моды колебаний. Записывая в вещественной форме выражение для возмущения концентрации электронов потока \tilde{n} и подставляя в него $\omega = \omega_0 + i\delta$, получим

$$\tilde{n}(r, \theta, z, t) = \tilde{n}(r) \exp(\delta t) \cos(\Theta + k_z z - \omega_0 t).$$

Видно, что нарастающая спиральная волна при $k_z z - \omega_0 t = \text{const}$ приводит к одностороннему смещению частиц, т.е. к изгибу пучка. При $\tilde{n} \sim n$ модель жесткого цилиндрического потока несправедлива и неустойчивость, связанная с возбуждением несимметричных поверхностных волн на первой моде переходит в шланговую неустойчивость электронного потока, рассматривавшуюся в [11–13].

На рис. 4 представлены зависимости отнесенных к скорости света инкрементов нерезонансной неустойчивости, связанной с возбуждением медленных волн, от волновых размеров волновода $k_z R$ при $k = 1 \text{ cm}^{-1}$, $\beta = 0.999$ ($\gamma = 22.4$), $n_1 = 1.41 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $n_2 = 3.12 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ($\varepsilon_1 = 1 - k_{p1}^2/k^2 = 0.5$, $\varepsilon_{2\perp} = 1 - k_{p2}^2/\gamma k^2 = 0.5$, $k_{p1,2}^2 = 4\pi e^2 n_{1,2}/mc^2$).

Следует отметить, что при $\nu = 0$ дисперсионное уравнение (9) не имеет неустойчивых решений, что соответствует в плоской геометрии поверхностным волнам, распространяющимся параллельно скорости движения среды. При $\nu \neq 0$ условия для возбуждения волн возникают при фиксированном радиусе потока только для набора мод с $\nu > \nu_{\text{cr}}$. Для достаточно больших радиусов потока неустойчивость в системе движущаяся—

неподвижная плазма, связанная с возбуждением низших мод, отсутствует, что позволяет исключить, в частности, моду с $\nu = 1$, могущую приводить к шланговой неустойчивости потока и обладающую наибольшим инкрементом. Т.е. в отличие от устойчивых решений для неустойчивых критическим параметром становится радиус цилиндра, при котором происходит включение первой моды колебаний.

Таким образом, в настоящем разделе показана возможность существования устойчивых и нарастающих аксиально-несимметричных поверхностных электромагнитных волн в системе, сформированной релятивистским плазменным потоком и неподвижной плазмой в области частот, соответствующих положительным значениям ε по обе стороны разрыва скорости. Обнаружено, что при заданных параметрах потока и плазмы наличие решения для медленных волн определяется критическим параметром — низшим номером моды, до которого могут существовать только осциллирующие по амплитуде внутри волновода быстрые волны, что в плоской геометрии аналогично наличию критических углов между β и \mathbf{k}_\perp . Нарастающие волны в случае первой моды представляют собой начальную фазу развития шланговой неустойчивости электронного потока. При заданных β , ε , и ω устойчивость системы определяется критическими параметрами: номером первой разрешенной моды и поперечным волновым размером потока.

Поверхностные волны на релятивистском магнитоактивном плазменном потоке

Рассмотрим невращающийся релятивистский цилиндрический плазменный поток радиуса R , движущийся со скоростью \mathbf{V} в неподвижной плазменной среде. Для предотвращения пространственного расплывания потока систему помещают в достаточно сильное продольное магнитное поле \mathbf{B}_0 [21], приводящее к возникновению гиротропии как движущейся, так и неподвижной сред. В случае, когда энергия магнитного поля значительно больше энергии потока $B_0^2/8\pi \gg n_b W$, где W — энергия электронов в пучке, задачу анализа устойчивости рассматривают в электростатическом приближении, пренебрегая возмущениями магнитного поля в системе [21–23]. Вместе с тем в экспериментальных установках, созданных в последние годы, резко возросли плотности и энергии используемых пучков частиц, что затрудняет соблюдение этого условия. С другой стороны, кроме потенциальных электромагнитных волн, имеющих фазовые скорости много меньшие скорости света и исследуемых на основе электростатического приближения, в системе возможно возникновение непотенциальных поверхностных волн с фазовыми скоростями, сравнимыми со скоростью света, которые при определенных условиях могут приводить к неустойчивости потока [24]. Причем именно последний тип волн используется для целей

кильватерного ускорения заряженных частиц. В связи с этим представляет интерес решение задачи о поверхностных волнах на релятивистском плазменном потоке на основе точного анализа системы уравнений Максвелла для движущейся гиротропной среды.

Для неподвижной гиротропной среды случай непотенциальных поверхностных волн на границе частично заполняющего цилиндрический металлический волновод плазменного столба рассмотрен в [25]. Излучение при возбуждении поверхностных волн электронным пучком в ограниченной магнитоактивной плазме рассмотрено в [24,26,27]. Необходимо отметить, что во всех работах, кроме [21,28], анализировались задачи об аксиально-симметричных поверхностных волнах на цилиндрическом плазменном потоке, тогда как на высоких модах волновода возможно появление волн и неустойчивостей потока для областей параметров, где аксиально-симметричные волны отсутствуют. В [28,21,24] аксиально-несимметричные моды исследовались применительно к полностью заполненному плазмой металлическому волноводу.

Используя материальные соотношения Минковского (5), (6) и подставляя их в уравнения Максвелла (1)–(4), получим дисперсионное уравнение

$$Q_{E1}Q_{H2} = Q_{E2}Q_{H1}, \quad (10)$$

где

$$Q_{Hj} = \frac{\nu}{kR}(\tau - \varphi_{2j}\zeta^*) + S_{2j}\varphi_{2j} - \frac{\varphi_{2j}(S_{12}\varphi_{12} - S_{11}\varphi_{11}) - \varphi_{11}\varphi_{12}(S_{12} - S_{11})}{\varphi_{12} - \varphi_{11}},$$

$$Q_{Ej} = \frac{\nu}{kR}(\varphi_{2j}\tau - \zeta^*) + \varepsilon_{\parallel 2}S_{2j} - \frac{\varepsilon_{\parallel 1}(\varphi_{2j}(S_{12} - S_{11}) - (S_{12}\varphi_{11} - S_{11}\varphi_{12}))}{\varphi_{12} - \varphi_{11}},$$

$$\zeta^* = \left(\frac{g_2\eta_{*2}^2}{w_2} - \frac{g_1\eta_{*1}^2}{w_1} \right), \quad \zeta^* = \left(\frac{g_2\eta_{2*}^2}{w_2} - \frac{g_1\eta_{1*}^2}{w_1} \right),$$

$$\tau = \left(\frac{u_2}{w_2} - \frac{u_1}{w_1} \right), \quad \varphi_{ij} = \frac{\eta_{ij}^2 - \eta_{Ei}^2}{\sigma_i^2},$$

$$\eta_{i[1,2]}^2 = \frac{1}{2} \left(\eta_{Hi}^2 + \eta_{Ei}^2 \pm \sqrt{(\eta_{Hi}^2 + \eta_{Ei}^2)^2 + 4\varepsilon_{\parallel i}\sigma_i^4} \right),$$

$$\eta_{Hi}^2 = \frac{\gamma_i^2}{\varepsilon_{\perp 2}} (\eta_i^{*2} \varepsilon_{\perp i} - \eta_{*i}^2 (\varepsilon_{\perp i}^2 - g_i^2)),$$

$$\eta_{Ei}^2 = \frac{\varepsilon_{\parallel i}\gamma_i^2}{\varepsilon_{\perp i}} (\eta_i^{*2} - \eta_{*i}^2 \varepsilon_{\perp i}), \quad \sigma_i^2 = \frac{\gamma_i^2}{\varepsilon_{\perp i}} g_i \eta_{*i} \eta_i^*,$$

$$S_{1j} = \frac{K'_\nu(kR\eta_{1j})}{\eta_{1j}K_\nu(kR\eta_{1j})}, \quad S_{2j} = \frac{I'_\nu(kR\eta_{2j})}{\eta_{2j}I_\nu(kR\eta_{2j})},$$

$$u_i = \gamma_i^2 ((\eta_i^{*2} - \varepsilon_{\perp i}\eta_{*i}^2)(\eta_i^* + \varepsilon_{\perp i}\beta_i\eta_{*i}) + \eta_{*i}^3\beta_i g_i^2),$$

$$w_i = \gamma_i^2 ((\eta_i^{*2} - \varepsilon_{\perp i}\eta_{*i}^2)^2 - \eta_{*i}^4 g_i^2),$$

$$\eta_{*i} = 1 - \eta\beta_i, \quad \eta_i^* = \eta - \beta_i, \quad \gamma_i = (1 - \beta_i^2)^{-1/2},$$

$$\eta = k_z/k, \quad k = \omega/c, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = V/c.$$

Дисперсионное уравнение (10) может быть упрощено в случае большого продольного магнитного поля, удовлетворяющего условиям: $k_c \gg k\eta_{*i}\gamma_i$, $k_c \gg k_{pi}^2$, где $k_{pi} = \omega_{pi}/c$, $k_c = \omega_c/c$, $\omega_{pi}^2 = 4\pi e^2 N_i/m$ — плазменная частота, $\omega_c = eB_0/mc$ — циклотронная частота

$$(\varepsilon_{\parallel 2} S_{22} - \varepsilon_{\parallel 1} S_{12})(S_{21} - S_{11}) = \frac{\nu}{kR} (\zeta^* (S_{21} - S_{11}) + \zeta^* (\varepsilon_{\parallel 2} S_{22} - \varepsilon_{\parallel 1} S_{12})) - \frac{\nu^2}{k^2 R^2} (\zeta^* \zeta^* - \tau^2). \quad (11)$$

Определим теперь инкременты неустойчивости релятивистского магнитоактивного плазменного потока, связанной с возбуждением поверхностных волн. Для холодного магнитоактивного плазменного потока условие резонанса с продольными колебаниями плотности заряда пучка $k = k_0 + k_*$, $k_0 = \beta k_z$, $|k_*| \ll k_0$ расщепляется и превращается в набор резонансов вида

$$k = k_0 + sk_c/\gamma + k_s, \quad |k_s| \ll k_0 + sk_c/\gamma, \quad s = 0, \pm 1. \quad (12)$$

При $s = 0$ резонанс принято называть черенковским, при $s = 1$ и $s = -1$ — циклотронными на нормальном и аномальном эффектах Доплера. Из них приводить к неустойчивости невращающегося потока может только резонанс $s = 0$. Остальные резонансы исключаются по той причине, что энергия поперечного движения электронов пучка в магнитном поле, будучи равной нулю, не может уменьшаться в процессе излучения волны, что имеет место при $s = \pm 1$. Отсюда возникает, в частности, запрет на раскачку всех волн со сверхсветовыми скоростями, так как при $n \leq 0$ и $\omega > |k_z|c$ не выполняется соотношение (12) [29].

Рассмотрим черенковский резонанс поверхностных волн с продольными колебаниями пучка: $k = k_0 + k_*$, $k_0 = \beta k_z$, $|k_*| \ll k_0$. Используя выражения для компонент тензора диэлектрической проницаемости движущейся холодной плазмы, получим два слабо связанных уравнения для E - и H -волн: $Q_{E2} \approx 0$ и $Q_{H1} \approx 0$. Уравнение для E -волн можно решить аналитически

$$k_* = \frac{k_0}{\beta^2 \gamma^2} \left(1 \pm i \frac{\nu}{R} \sqrt{\frac{k_{p2}^2 \beta^2}{k_c^2 k_0^2 \varepsilon_{\perp 2} \gamma^3}} \right). \quad (13)$$

Учитывая условие $|k_*| \ll k_0$, получаем, что для справедливости выражения (13) необходимо $\gamma \gg 1$. Для ненулевых мод (13) приводит к комплекснозначным решениям, т. е. имеет место неустойчивость потока, связанная с возбуждением аксиально-несимметричных поверхностных волн.

В случае бесконечно большого продольного магнитного поля при $|k_*| \ll k_0$ дисперсионное уравнение (11)

разбивается на уравнения, описывающие волны E - и H -типов

$$\varepsilon_{\parallel 2} S_{22} - \varepsilon_{\parallel 1} S_{12} = \frac{\nu}{kR} \zeta^*,$$

$$S_{21} - S_{11} = 0,$$

где

$$S_{22} = \frac{kI'_\nu(T_{E2}R)}{T_{E2}I_\nu(T_{E2}R)}, \quad S_{12} = \frac{kK'_\nu(T_{E1}R)}{T_{E1}K_\nu(T_{E1}R)},$$

$$S_{21} = \frac{kI'_\nu(T_{H2}R)}{T_{H2}I_\nu(T_{H2}R)}, \quad S_{11} = \frac{kK'_\nu(T_{H1}R)}{T_{H1}K_\nu(T_{H1}R)},$$

$$T_{H2}^2 = T_{H1}^2 = \frac{k_0^2}{\beta^2 \gamma^2}, \quad T_{E1,2}^2 = \varepsilon_{\parallel 1,2} \frac{k_0^2}{\beta^2 \gamma^2}.$$

При $\varepsilon_{\parallel 1} > 0$ неустойчивость потока может возникнуть вследствие возбуждения поверхностных волн E -типа

$$k_{*1,2} =$$

$$\frac{\varepsilon_{\parallel 1} S_{12} \nu k_{p2}^2 \beta^2 \pm k_{p2} \beta \sqrt{\nu^2 \beta^4 k_{p2}^2 + (\beta^2 - \varepsilon_{\parallel 1}^2 S_{12}^2 / \gamma^2) k_0 R k_c}}{k_0 R k_c (\varepsilon_{\parallel 1}^2 S_{12}^2 - \gamma^2 \beta^2)}.$$

Для возникновения черенковской неустойчивости на нулевой моде плазменного волновода необходимо выполнение условия $\varepsilon_{\parallel 1}^2 S_{12}^2 - \gamma^2 \beta^2 > 0$. При этом инкремент определяется выражением

$$\delta = k_{p2} \beta \gamma^{-1} (\varepsilon_{\parallel 1}^2 S_{12}^2 - \gamma^2 \beta^2)^{-1/2}.$$

Возбуждение аксиально-несимметричных волн возникает при

$$\varepsilon_{\parallel 1}^2 S_{12}^2 - \gamma^2 \beta^2 - \frac{\nu^2 \gamma^2 \beta^4 k_{p2}^4}{k_0^2 R^2 k_c^2} > 0. \quad (14)$$

В отличие от нерезонансной неустойчивости в свободной плазме, где нарастание волн возникало при $\nu \geq \nu_{cr}$, в сильном магнитном поле нарастание имеет место при $\nu < \nu_{cr}$, причем инкремент уменьшается с ростом отношения номера моды к радиусу потока. В ультрарелятивистском случае условие возникновения резонансной неустойчивости (14) не выполняется и сильное продольное магнитное поле препятствует возникновению неустойчивостей, связанных с поперечными движениями электронов плазмы [30].

Заключение

В работе рассмотрены модельные задачи, демонстрирующие возможность существования и особенности поверхностных электромагнитных волн на границе релятивистского плазменного потока и неподвижной плазмы, приводящих к нерезонансной гидродинамической неустойчивости потока в области частот, соответствующих положительным значениям диэлектрических проницаемостей по обе стороны разрыва.

Для устойчивых поверхностных волн на плоском плазменном слое, движущемся с релятивистской скоростью

относительно неподвижной плазмы, существует критический угол между волновым вектором и направлением скорости потока, который соответствует переходу от медленных поверхностных волн к быстрым волнам. В случае цилиндрической геометрии критическим параметром для существования устойчивых медленных волн является номер первой разрешенной моды, до которого могут существовать только быстрые волны.

Нарастающие поверхностные волны приводят к неустойчивости релятивистского плазменного слоя с зависящими от угла между волновым вектором и направлением скорости среды инкрементами неустойчивости. Симметричные и антисимметричные относительно плоскости симметрии слоя волны имеют разные критические углы, начиная с которых развивается их нарастание; область углов, где нарастание волн отсутствует, определяется меньшим из них. В цилиндрическом плазменном волноводе при заданных скорости и плотности потока устойчивость системы определяется критическим параметром — поперечным волновым размером волновода, при котором происходит включение низшей моды колебаний. Введение в систему сильных продольных магнитных полей приводит к подавлению высокомодовых неустойчивостей, связанных с поперечным смещением частиц.

Исследованный тип поверхностных волн может быть использован в устройствах релятивистской плазменной СВЧ электроники для генерации электромагнитных волн в направлениях, отличных от направления движения плазменного потока. Учитывая, что в кильватерных ускорителях высокомодовые неустойчивости носят паразитный характер, расчеты указывают на необходимость введения внешней фокусировки электронного пучка, что может быть осуществлено, в частности, помещением его в сильное продольное магнитное поле.

Список литературы

- [1] Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л.: Энергия, 1967. 376 с.
- [2] Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. Пер с англ. М.: Мир, 1989. 664 с.
- [3] Барсуков К.А., Канарейкин А.Д. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 9. С. 1847–1849.
- [4] Ландау Л.Д. // ДАН СССР. 1944. Т. 44. С. 151.
- [5] Сыроватский С.И. // ЖЭТФ. 1954. Т. 27. С. 121.
- [6] Дьяконов М.И. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 4. С. 119–123.
- [7] Аверкиев Н.С., Дьяконов М.И. // Опт. и спектр. 1990. Т. 68. Вып. 5. С. 1118–1121.
- [8] Gai W., Kanareykin A.D., Kustov A.L., Simpson J. Numerical Simulations of Intense Charged Particle Beam Propagation in a Dielectric WakeField Accelerator. AIP Conf. Proc. Vol. 335. Advanced Accelerator Concepts. Fontana, 1994. P. 463–473.
- [9] Рухадзе А.А., Рыбак П.В., Тараканов В.П. // Труды ИОФАН. Релятивистская плазменная СВЧ электроника. М.: Наука, 1994. Т. 45. 192 с.
- [10] Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Основы плазменной электроники. М.: Энергоатомиздат, 1988. 320 с.
- [11] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21(8). P. 1327–1343.
- [12] Lampe M., Joyce G., Slinker S.P., Wittum D.H. // Phys. Fluids B. 1993. Vol. 5(6). P. 1888–1901.
- [13] Wittum D.H. // Phys. Fluids B. 1993. Vol. 5(12). P. 4432–4455.
- [14] Шафранов В.Д. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. Вып. 3. М.: Госатомиздат, 1963. 292 с.
- [15] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. 2-е изд., испр. и доп. М.: Наука, 1982. 425 с.
- [16] Богданкевич Л.С., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. // УФН. 1981. Т. 133. Вып. 1. С. 3–32.
- [17] Пикулин В.Д., Степанов Н.С. // ЖТФ. 1975. Т. 45. Вып. 11. С. 2288–2295.
- [18] Гавриленко В.Г., Лупанов Г.А., Степанов Н.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. XIII. Вып. 5. С. 700–705.
- [19] Канарейкин А.Д., Шейнман И.Л. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 2. С. 61–64.
- [20] Канарейкин А.Д., Шейнман И.Л. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 5. С. 76–79.
- [21] Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. // УФН. 1971. Т. 103. Вып. 4. С. 609–640.
- [22] Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильноточных релятивистских пучков. М.: Атомиздат, 1980. 166 с.
- [23] Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А. Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука, 1975.
- [24] Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Колебания и волны в плазменных средах. М.: Изд-во МГУ, 1990. 272 с.
- [25] Кондратенко А.Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1988. 320 с.
- [26] Аронов Б.А., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. // ЖТФ. 1973. Т. 43. Вып. 12. С. 2493–2497.
- [27] Кузелев М.В., Мухаметзянов Ф.Х., Шкварунец А.Г. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. Вып. 6. С. 1137–1141.
- [28] Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С., Шкварунец А.Г. // УФН. 1985. Т. 146. Вып. 4. С. 709–712.
- [29] Брейzman Б.Н. // Вопросы теории плазмы / Под ред. Б.Б. Кадомцева. Вып. 15. М.: Энергоатомиздат, 1987. 296 с.
- [30] Keinings R., Jones M.E. // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30. P. 252.