01;07;09 Взаимодействие пространственных солитонов в области дифракционной катастрофы при фокусировке в нелинейной среде мощного лазерного излучения

© В.Ю. Осипов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия E-mail: osip@vul.ioffe.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 26 июня 2000 г.)

При фокусировке мощного лазерного пучка в нелинейной керровской среде имеют место эффекты, связанные с самодифракцией фокусируемого излучения на индуцированных неоднородностях показателя преломления среды. Разработан метод расчета амплитуды и фазы волны в области фокусировки, учитывающий самодифракцию излучения на самоиндуцированных неоднородностях. В результате компьютерного анализа для керровских сред с насыщением обнаружено, что после области с наименышим сечением околофокусного образования оптическое поле имеет вид хаотически разлетающихся "брызг" и протяженных нитевидных выбросов. Нитевидные выбросы, простирающиеся веерообразно на большие расстояния от области наибольшего "сжатия" пучка, представляют собой яркие пространственные солитоны, в которых каналируется значительная часть энергии первичного пучка. В поперечном сечении наблюдалось не менее 8-12 ярко выраженных солитонов, распространяющихся в +z-направлении и разбегающихся друг от друга в поперечной x, y-плоскости. Отмечаются осцилляции амплитуды поля вдоль оси каждого из солитонов. Расчеты проведены для различных параметров керровской среды с насыщением.

Введение

Оптические пространственные солитоны, распространяющиеся в нелинейных средах, в том числе и в керровских с насыщающейся нелинейностью, интенсивно исследуются в последние 8 лет разными группами исследователей [1-8]. Под пространственным солитоном обычно понимается стационарный во времени самоканалирующийся пучок света, в котором дифракционная расходимость компенсируется эффектом самофокусировки в среде с насыщением нелинейной добавки к показателю преломления. Исследования таких объектов касаются в основном как изучения собственных свойств ярких пространственных солитонов [9], так и анализа взаимодействия между двумя или несколькими солитонами, пересекающимися в пространстве под разными углами [2,10-13] или распространяющимися в попутном направлении [14].

С другой стороны, предметом пристального внимания в оптике по-прежнему остаются вопросы, связанные с изучением тонкой структуры электромагнитных полей в области фокусировки лазерных пучков с различной формой волнового фронта. Подавляющее число исследований на эту тему выполнено для случая фокусировки излучения в линейной среде [15–22]. Возникающие в области фокуса каустические структуры детально исследованы за последние 35 лет для различных типов аберраций сходящегося пучка [23,24]. В большинстве проведенных исследований каустики рассчитывались в основном в скалярном приближении, однако в ряде случаев в последние годы учитывался и векторный характер поля [20–22]. Вместе с тем в литературе практически отсутствует анализ каустических структур, формирующихся в нелинейной среде при "острой" фокусировке мощного излучения, когда в каустической зоне излучение самодифрагирует на индуцированных неоднородностях показателя преломления среды. Авторы работы [25] наблюдали в нелинейной среде дифракционную катастрофу в виде сложной астроиды при эволюции эллиптического гауссового пучка с соотношением сторон 2:1 и плавным распределением интенсивности по апертуре. Однако в последнем случае околофокусное поле возникает непосредственно за счет эффекта самофокусировки излучения, и этот случай не является случаем "острой" фокусировки, когда в нелинейную среду входит уже сходящийся и предварительно сфокусированный пучок света. В литературе имеется сообщение о расчете в нелинейной среде нитеобразной конфигурации поля, формирующейся при "острой" фокусировке с помощью конической линзы аксикона [26]. Для пучков, сфокусированных в нелинейную среду другими способами и с другими типами аберраций, информация отсутствует. Поэтому, целью данной работы и является изучение каустически особенностей поля, сформированного в нелинейной керровской среде в результате эволюции сходящегося лазерного пучка, аберрированного сложным образом.

При фокусировке мощного лазерного пучка в нелинейной среде имеют место эффекты, связанные с деформацией фронта волны и самодифракцией фокусируемого излучения на керровских неоднородностях показателя преломления. При этом неоднородности показателя преломления среды определяются трехмерной спеклструктурой каустического поля. Расчеты прохождения волны через каустическую зону в нелинейной среде проводились в начале в работе [27]. Однако в [27] рассматривалась нелинейная керровская среда без насыщения нелинейной добавки к показателю преломления Δn . В настоящей работе мы покажем, как учет эффекта насыщения Δn приводит к качественно новому результату — появлению в области дифракционной каустики (или катастрофы) множества пространственных солитонов.

Методика расчета и основные результаты компьютерного моделирования

В [27] был описан метод расчета амплитуды и фазы волны в области фокусировки, учитывающий самодифракцию излучения на самоиндуцированных неоднородностях. Расчеты проводились на компьютере посредством переноса излучения со слоя на слой с помощью интеграла Френеля-Кирхгофа. При этом на малом участке пространства Δz между соседними слоями вклады от чистой дифракции и наводке пространственных неоднородностей разделялись и рассчитывались по отдельности. Этот метод, известный под аббревиатурой ВРМ (beam propagation method), широко используется для расчета распространения волн в неоднородных и нелинейных средах [28,29]. Существуют, однако, различные модификации метода ВРМ, а также другие конечно-разностные методы расчета распространения волн в нелинейных средах [30-32]. Поясним более подробно применяемую модификацию метода ВРМ. Наведенная в поле $E(x, y, z_i)$ мощной волны нелинейная добавка $\Delta n(x, y, z)$ к показателю преломления среды $n_0(x, y, z)$ определяет индуцированный на тонком слое толщиной Δz эффективный фазовый экран с функцией комплексного пропускания

$$\exp(i2\pi(n_0(x, y, z_i) - 1 + \Delta n(x, y, z_i))\Delta z/\lambda).$$

Здесь λ — длина волны излучения. В случае исходно однородной, но нелинейной среды распределение $n_0(x, y, z) = n_0 = \text{const.}$ Этот фазовый экран мысленно помещается в плоскость $z = z_i$. Комплексная функция пропускания фазового экрана в свою очередь модулирует распределение амплитуды и фазы волны $E(x, y, z_i) = A(x, y, z_i) \exp(i\varphi(x, y, z_i))$ в плоскости $z = z_i$. В результате комплексная амплитуда поля в плоскости $z = z_i + 0$ записывается в виде

$$E(x, y, z_i + 0) = A(x, y, z_i) \exp(i\varphi(x, y, z_i))$$
$$\times \exp(i2\pi(n_0 - 1 + \Delta n(x, y, z_i))\Delta z/\lambda)$$

и в плоскости $z = z_i + \Delta z$ рассчитывается посредством интеграла Френеля–Кирхгофа для подынтегральной амплитуды $E(x, y, z_i + 0)$

$$E(x, y, z_i + \Delta z) = \iint_{\Omega} g(u_x, u_y) \exp\left(-i\Delta z \sqrt{k^2 - u_x^2 - u_y^2}\right)$$
$$\times \exp\left(-i(u_x x + u_y y)\right) du_x du_y, \quad (1a)$$

где

$$g(u_x, u_y) = \iint_{\Sigma} E(x, y, z_i + 0) \exp(i(u_x x + u_y y)) dx dy.$$
(1b)

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число излучения, u_x и и_v — круговые пространственные частоты в x- и у-направлениях, $g(u_x, u_y)$ — фурье-спектр комплексной амплитуды $E(x, y, z_i + 0)$. Величины u_x и u_y связаны следующим образом с направляющими косинусами парциального волнового вектора $\mathbf{k} = k(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$: $u_x = k \cos \alpha, \ u_y = k \cos \beta.$ Интеграл Френеля– Кирхгофа (1a), (1b) записан здесь в так называемом рэлеевском представлении [16,33], дополнительно учитывающим распространение со слоя $z = z_i$ на слой $z = z_i + \Delta z$ неоднородных затухающих вдоль z волн в области пространственных частот $u_x^2 + u_y^2 > k^2$. При расчетах, однако, принималось во внимание излучение вторично рассеянное в +*z*-направлении в интервале телесных углов ±35.5° относительно оси *z*. Излучение, рассеянное на большие углы в прямом направлении и рассеянное в обратном направлении, во внимание не принималось. Для простоты анализа исследования проведены в скалярном приближении, без учета векторных эффектов — типа поворота плоскости поляризации в излучении, рассеянном на неоднородностях показателя преломления.

Процесс переноса излучения со слоя *i* на слой *i* + 1 повторялся многократно в области каустической особенности поля на протяжении ≈ 9 mm. При расчетах значение величины Δz выбиралось равным 6.25 μ m. Для керровских сред с насыщением использовалась следующая зависимость показателя преломления среды от амплитуды поля:

$$n = n_0 + \Delta n = n_0 + \frac{n_2 |E|^2}{1 + (|E|^2 / |E_s|^2)}.$$
 (2)

Здесь |E| — модуль комплексной амплитуды волнового поля в точке x, y, z пространства, $|E_s|$ — амплитуда поля насыщения, n_2 — параметр нелинейности среды, n_0 постоянная составляющая показателя преломления. Величина $|E|^2$ имеет здесь смысл интенсивности излучения. Формула (2) для показателя преломления справедлива, однако, не только для чисто керровских жидкостных сред, но и для газовых сред в условиях образования в локальных областях неполностью ионизованной плазмы и лазерных искр. Так, в работе [26] формула (2) использовалась при анализе лазерно-искрового канала, формирующегося в воздухе при фокусировке аксиконом. Поэтому в дальнейшем под термином нелинейная керровская среда будем также подразумевать и случай газовой среды в условиях оптической ионизации и пробоя.

Расчеты проведены для различных параметров нелинейной среды с насыщением. Для простоты величина n_0 считалась равной 1. Параметр $n_2|E_s|^2$ принимал следующие значения: 0.003, 0.006. Мощное излучение входило в



Рис. 1. Распределение интенсивности поля дифракционной катастрофы в продольных плоскостях *xOz* и *yOz* для реализации поля 1. Размер по горизонтали 9.06 mm, по вертикали — 164 μ m.

нелинейную среду при $z = z_0 = 135.5$ mm, что определялось соответствующим расстоянием от выходного окна фокусирующей системы до входа в нелинейную среду. В расчетах подразумевалось, что полупространство $z > z_0$ заполнено нелинейной средой, а область $0 < z < z_0$ соответствует свободному пространству.

Распределение комплексной амплитуды поля в плоскости x_2, y_2 при z = 0 по эффективно открытой апертуре вблизи выходного окна фокусирующего элемента имеет вид $E(x_2, y_2, 0) = A_0(x_2, y_2) \exp(i\varphi(x_2, y_2, 0))$. Здесь $A_0(x_2, y_2)$ — распределение скалярной амплитуды поля по апертуре волнового фронта при z = 0; $\varphi(x_2, y_2, 0)$ — фазовая функция сходящейся сферической волны, деформированной аберрациями.

В свою очередь распределение комплексной амплитуды поля E в плоскости входа в нелинейную среду при $z = z_0$ имеет вид [33]

$$E(x, y, z = z_0) = \frac{i}{\lambda z_0} \exp\left(-\frac{i2\pi z_0}{\lambda}\right)$$
$$\times \exp\left(-\frac{i\pi(x^2 + y^2)}{\lambda z_0}\right) J(x, y, z_0), \quad (3)$$

Журнал технической физики, 2001, том 71, вып. 4

где дифракционный интеграл $J(x, y, z_0)$ равен

$$J = \iint_{S} A_{0}(x_{2}, y_{2}) \exp(i\Delta\varphi(x_{2}, y_{2}))$$
$$\times \exp\left(i2\pi\left(x_{2}\frac{x}{\lambda z_{0}} + y_{2}\frac{y}{\lambda z_{0}}\right)\right) dx_{2} dy_{2}.$$
 (4)

Здесь x, y — декартовы координаты в плоскости входа излучения $z = z_0$,

$$\Delta\varphi(x_2, y_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[z_0 - \sqrt{z_0^2 - x_2^2 - y_2^2} \right] - \varphi(x_2, y_2, 0)$$

— фазовая функция отклонения волнового фронта при z = 0 от опорной сферы, центр которой лежит в плоскости $z = z_0$. Интеграл *J* вычисляется в плоскости x_2, y_2 при z = 0 по эффективно открытой апертуре *S* вблизи выходного окна фокусирующего элемента.

В работе рассматривается ситуация, когда распределение $A_0(x_2, y_2) = A_0 = \text{const}$, а сходящийся волновой фронт деформирован одновременно сферической аберрацией и астигматизмом. Выбор только этих двух типов аберраций обусловлен тем, что последние приводят в случае линейной среды к возникновению в области фокуса структурно-стабильной конфигурации поля — так называемой дифракционной катастрофы [34]. Фазовая функция $\varphi(x_2, y_2, 0)$ имеет следующий вид:

$$\varphi(x_2, y_2, 0) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\tilde{F} - \sqrt{\tilde{F}^2 - x_2^2 - y_2^2} + a(x_2^2 + y_2^2)^2 + c(y_2^2 - x_2^2) \right].$$
(5)

Здесь а — коэффициент сферической аберрации 3-го порядка; с — эффективный коэффициент, характеризующий астигматизм. В формуле (5) первое слагаемое в квадратных скобках описывает идеальный сферический волновой фронт радиуса \tilde{F} с центром в точке $(0, 0, \tilde{F})$, а второе и третье слагаемые описывают отклонения фронта волны от опорной сферы радиуса \tilde{F} . С целью сопоставления с [27,34] вычисления проводились при следующих параметрах: $a = 1.20 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$, $c = 9.96 \cdot 10^{6} \text{ mm}^{-1}$, $\tilde{F} = 141.70 \,\mathrm{mm}, \, \lambda = 0.6328 \,\mu\mathrm{m}.$ Эффективно открытую апертуру пучка сразу после выхода из фокусирующего элемента примем диаметром 20 mm. Интенсивность фокусируемого излучения варьировалась: соответственно параметр $n_2 A_0^2$ принимал значения $1 \cdot 10^{-10}$, $2 \cdot 10^{-10}$. В плоскости входа в нелинейную среду параметр $n_2|E|^2$ в ряде мест достигал величин порядка $1 \cdot 10^{-3}$.

В результате компьютерного анализа для керровских сред с насыщением обнаружено следующее. В области наибольшего "сжатия" фокусируемого пучка трубчатоячеистая структура поля имеет вид искривленных нитей ограниченной длины. Последние представляют собой пространственные солитоны, которые возникают, взаимодействуют, расщепляются или сливаются в области наибольшего сгущения поля и в ряде случаев деструктивно распадаются после прохождения этой области. После области с наименьшим сечением околофокусного образования оптическое поле имеет вид хаотически разлетающихся "брызг" и протяженных нитевидных выбросов (рис. 1). Нитевидные выбросы, простирающиеся веерообразно на большие расстояния от области наибольшего "сжатия" пучка, представляют собой яркие пространственные солитоны, в которых каналируется значительная часть энергии первичного пучка. Представленное на рис. 1 оптическое поле получено при расчетных параметрах $n_2|E_s|^2 = 0.003$, $n_2A_0^2 = 2 \cdot 10^{-10}$.

Анализ результатов компьютерного моделирования

Распределение интенсивности поля в поперечном сечении дифракционной катастрофы в свою очередь представлено на рис. 2 и 3 для разного набора поперечных плоскостей при $z_i = z_0 + i\Delta z$. Следуя работе [27], в каждой поперечной плоскости $z = z_i$ находили спеклэлементы, пиковая интенсивность в которых превышает некоторый порог. Декартовы координаты максимумов по интенсивности этих спекл-элементов и амплитуда поля в них записывались в память компьютера для последующей обработки. Под координатами максимумов спекл-элементов здесь подразумеваются координаты точек максимумов поля в поперечной плоскости. Как видно из рис. 2 и 3, количество спекл-элементов в поперечной плоскости сильно изменяется в зависимости от координаты z_i. Так, по мере приближения к области наибольшего "сжатия" пучка число компактно локализованных спекл-элементов, являющихся по сути поперечными сечениями микроволноводов или солитонов ограниченной длины, увеличивается (фрагменты 3-5 на рис. 2), далее достигает максимума в области наибольшего "сжатия" пучка (фрагмент 6 на рис. 2) и затем с ростом z уменьшается (фрагменты 1-4 на рис. 3). Это означает, что вначале число пространственных солитонов увеличивается, так как в результате их множественного взаимодействия или распада части из них рождается большее количество солитонов, чем было вначале. И только после области наибольшего "сжатия" пучка число солитонов уменьшается до фиксированного уровня (фрагменты 6–9 на рис. 3). Каждый из фрагментов на рис. 2 и 3 представляет собой квадрант хОу (т.е. одну четвертую часть от) поперечного сечения. Из анализа фрагментов 4-9 на рис. 3 следует, что в полном поперечном сечении содержится 8 ярко выраженных солитонов, не разрушающихся и не исчезающих с ростом z. В других ситуациях $(n_2|E_s|^2 = 0.003, n_2A_0^2 = 1 \cdot 10^{-10})$ в поперечном сечении нами наблюдалось около 9-12 ярко выраженных солитонов, распространяющихся в +*z*-направлении и также разбегающихся друг от друга в поперечной х, у-плоскости.



Рис. 2. Распределение интенсивности поля дифракционной катастрофы для различного набора поперечных сечений *хОу*. Плоскости поперечного сечения при z < 139 mm выбраны до области наибольшего "сжатия" пучка. Параметр *z*, mm: *1* — 135.5, *2* — 136.125, *3* — 136.75, *4* — 137.375, *5* — 138.0, *6* — 138.625. Реализация поля 1. Размер квадранта *хОу* 164 × 164 μ m. По вертикали — ось *Ох*, по горизонтали — ось *Оу*. В качестве точки *О* выбрана левая верхняя вершина квадранта.



Puc. 3. То же, что на рис. 2, но плоскости поперечного сечения при z > 139 mm выбраны для области возникновения и существования множественных солитонов, а параметр *z*, mm: 1 - 139.25, 2 - 139.875, 3 - 140.5, 4 - 141.125, 5 - 141.75, 6 - 142.375, 7 - 143.0, 8 - 143.625, 9 - 144.25.

2





Рис. 4. Проекции линий, прочерчиваемых точками максимумов спекл-элементов, найденными в поперечных плоскостях, на продольные плоскости *xOz* и *yOz*. Проекции линий: *a* — на плоскость *xOz*, *b* — на плоскость *yOz*. Реализация поля 1. Размер по вертикали 139.4 µm.

В работе [13] для характеризации эволюции числа пространственных солитонов в области множественного взаимодействия последних используется термин "выброс локального поля" вместо используемого в данной работе термина "спекл-элемент с пиковой интенсивностью выше порогового уровня". В терминологии работы [13] количество выбросов локального поля в области множественного взаимодействия солитонов может сильно увеличиваться и уменьшаться в зависимости от того, какой процесс превалирует — распад одиночных или пар солитонов соответственно на два и три солитона или слияние пар солитонов в более интенсивные одиночные солитоны. Параллельно со вторым процессом также могут идти деструктивные распады одиночных солитонов, когда при определенных условиях становится невозможным каналирование энергии в солитонном волноводе без потерь. Полученные выше результаты наглядно подтверждают теоретические выводы работы [13].

Точки максимумов спекл-элементов в поперечной плоскости прочерчивают в трехмерном пространстве

линии: криволинейные и кусочно-ограниченные в общем случае. На рис. 4, а, в показаны проекции этих линий соответственно на плоскости уОг и хОг. Проекции линий на плоскости строились соответственно как геометрическое множество точек x_i, z_i и y_i, z_i . Здесь x_i, y_i, z_i — декартовы координаты максимумов всех спекл-элементов в поперечных плоскостях (x, y), расположенных эквидистантно при $z_i = z_0 + i\Delta z$. Видно, что после области наибольшего "сжатия" пучка максимумы спеклэлементов описывают в пространстве веерообразные линейно разбегающиеся траектории, точно такие же как и у ярких веерообразно разбегающихся солитонов. Экстраполяция веерообразно разбегающихся траекторий в - г-направлении позволяет точно определить локализованную область сильного "сжатия" пучка — своеобразный источник "зарождения" множественных солитонов. Эта область совпадает с областью начала периодических осцилляций интенсивности в солитонных каналах.

На рис. 5, *а* показана зависимость амплитуды поля в точках максимумов спекл-элементов от координаты *z*.



Рис. 5. Зависимость амплитуды поля в точках максимумов всех спекл-элементов, найденных в поперечных плоскостях, от продольной координаты *z* для реализации поля 1 (*a*) и поля 2 (*b*). $n_2|E_s|^2 = 0.006$, $n_2A_0^2 = 1 \cdot 10^{-10}$.

Видно, что после области с наименьшим сечением околофокусного образования в возникших веерообразно распространяющихся солитонах имеют место осцилляции амплитуды поля вдоль их главных осей. На рис. 1 видны осцилляции поперечного сечения солитонов, возникающие по мере их распространения в +*z*-направлении и проявляющиеся на рисунке в виде гофрированных "солитонных трубок". Подобные эффекты много раз отмечались и ранее как непосредственно для солитонных каналов, так и в более частных случаях. Например, осцилляции интенсивности в солитонном канале были рассчитаны в работах [1,2]. Об осцилляциях поперечных размеров солитона, известных как "дыхательные", сообщалось в [1]. Осцилляции интенсивности в канале, образующемся при аксиконной фокусировке лазерного пучка в нелинейной среде, были изучены в работе [26].

С изменением параметров керровской среды изменяются период и глубина осцилляций амплитуды поля в

солитонном канале (рис. 5, *b*). Ярко выраженные осцилляции амплитуды поля в солитонных каналах позволяют четко идентифицировать область зарождения солитонов по началу осцилляций поля. Весьма примечательно, что ярко выраженные множественные солитоны возникают только после области наибольшего "сжатия" пучка, а не до нее.

Среди совокупности разнообразных эффектов для разлетающихся солитонов выявлен следующий — небольшое вращение [11,35] в поперечной x, y-плоскости солитона с низкой интенсивностью вокруг более мощного яркого солитона (рис. 6). На фрагментах 1-3 (рис. 6) видно, что солитон-спутник β с низкой интенсивностью рождается, вначале постепенно отщепляясь и затем полностью отрываясь от мощного солитона α . Солитон β вращается вокруг солитона α до тех пор, пока по мере распространения в +z-направлении расстояние между их центрами не станет слишком велико. При этом на данном



Рис. 6. Вращение в поперечной плоскости низко интенсивного солитона β вокруг высоко интенсивного солитона α . Взаимодействие показано для области z > 141 mm. Параметр z, mm: I - 141.125, 2 - 141.75, 3 - 142.375, 4 - 143.0, 5 - 143.625, 6 - 144.21. Реализация поля $3 (n_2|E_s|^2 = 0.003, n_2A_0^2 = 1 \cdot 10^{-10})$. Размер квадранта xOy 164 \times 164 μ m. По вертикали — ось Ox, по горизонтали — ось Oy. В качестве точки O выбрана левая верхняя вершина квадранта.

участке трехмерного пространства первый из солитонов (β) имеет искривленную траекторию, а траектория второго из них (α) близка к прямолинейной.

Таким образом, в данной работе продемонстрировано возникновение множества ярких пространственных солитонов при фокусировке в керровской среде с насыщением мощного лазерного пучка, аберрированного сложным образом. Однако можно показать, что веерообразно разбегающиеся пространственные солитоны будут формироваться в нелинейной среде и в случае фокусировки пучка с другими типами аберраций.

Список литературы

- Afanasjev V.V., Chu P.L., Kivshar Yu.S. // Opt. Lett. 1997. Vol. 22. N 18. P. 1388–1390.
- [2] Gatz S., Herrmann J. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1997. Vol. 14. N 7. P. 1795–1806.
- [3] Snyder A.W., Kivshar Yu.S. // J. Opt. Amer. B. 1997. Vol. 14. N 11. P. 3025–3031.
- [4] Maillotte H., Monneret J., Barthelemy A., Froehly C. // Opt. Commun. 1994. Vol. 109. P. 265–271.
- [5] Ostrovskaya E.A., Kivshar Yu.S. // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 1999. Vol. 1. P. 77–83.
- [6] De la Fuente R., Linares J., Michinel H. et al. // Pure Appl. Opt. 1997. Vol. 6. P. 31–40.
- [7] Ankiewicz A., Krolikowski W., Akhmediev N. // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. P. 6079.

- [8] Buryak A.V., Steblina V.V. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1999.
 Vol. 16. P. 245–255.
- [9] Granot E., Sternklar S., Isbi Y. et al. // Opt. Commun. 1999.
 Vol. 166. P. 121–126.
- [10] Leo G., Assanto G. // J. Opt. Soc. Amer. B. Vol. 14. N 11. P. 3151–3161.
- [11] Krolikowski W., Denz C., Stepken A. et al. // Quantum Semiclass. Opt. 1998. Vol. 10. P. 823–837.
- [12] Высотина Н.В., Нестеров Л.А., Розанов Н.Н., Смирнов В.А. // Опт. и спектр. 1998. Т. 85. Вып. 2. С. 239–245.
- [13] Розанов Н.Н. // Опт. и спектр. 1997. Т. 82. Вып. 5. С. 820-824.
- [14] Torner L., Petrov D.V. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1997. Vol. 14.
 N 8. P. 2017–2023.
- [15] Wolf E., Li Y. // Opt. Commun. 1981. Vol. 39. N 4. P. 205-210.
- [16] Bertilone D.C. // Opt. Commun. 1991. Vol. 85. N 2, 3. P. 153– 158.
- [17] Осипов В.Ю. // Опт. и спектр. 1993. Т. 75. Вып. 1. С. 155– 160.
- [18] Dong B.-Z., Yang G.-Z., Gu B.-Y., Ersoy O.K. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1996. Vol. 13. N 1. P. 97–103.
- [19] Jiang D.Y., Stamnes J.J. // Pure Appl. Opt. 1997. Vol. 6. P. 85–96.
- [20] Hsu W., Baracat R. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1994. Vol. 11. N 2. P. 623–629.
- [21] Torok P., Varga P., Booker G.R. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. Vol. 12. N 10. P. 2136–2144.
- [22] Flagello D.G., Milster T., Rosenbluth A.E. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1996. Vol. 13. N 1. P. 53–64.

- [23] Berry M.V., Upstill C. // Progress in Optics / Ed. by E. Wolf. North Holland, 1980. Vol. 18. P. 257–346.
- [24] Born M., Wolf E. Principles of Optics (Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light). Second (revised) edition. London; New York: Pergamon Press, 1964.
- [25] Deykoon A.M., Soskin M.S., Swartzlander G.A., Jr. // Opt. Lett. 1999. Vol. 24. N 17. P. 1224–1226.
- [26] Андреев Н.К., Аристов Ю.А., Полонский Л.Я., Пятницкий Л.Н. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. Вып. 6 (12). С. 1756–1766.
- [27] Осипов В.Ю. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 9. С. 74–83.
- [28] Scalora M., Crenshaw M.E. // Opt. Commun. 1994. Vol. 108.
 P. 191–196.
- [29] Feit M.D., Fleck J.A., Jr. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1988. Vol. 5. P. 633–640.
- [30] Paakkonen P., Vahimaa P., Friberg A.T., Turunen J. // Pure Appl. Opt. 1998. Vol. 7. P. 1033–1042.
- [31] Li D., van Brug H., Frankena H.J. // Pure Appl. Opt. 1995. Vol. 4. P. 475–478.
- [32] Di Menza L. // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 1999. Vol. 1. P. 19–24.
- [33] Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. Пер. с англ. / Под ред. Ю.И. Островского. М.: Мир, 1973. 686 с. (Collier R.J., Burckhardt C.B., Lin L.H. Optical Holography. New York; London: Academic Press, 1971).
- [34] Осипов В.Ю. // Автометрия. 1996. Вып. 5. С. 48-60.
- [35] Poladian L., Snyder A.W., Mitchell D.J. // Opt. Commun. 1991. Vol. 85. N 1. P. 59–62.