

01;09

Сверхчувствительность систем осцилляторов с переменными дипольными моментами

© Е.Г. Фатеев

Институт прикладной механики УрО РАН,
426001 Ижевск, Россия
E-mail: fateev@ipm.udm.ru

(Поступило в Редакцию 1 июня 1999 г.)

Предложен потенциал взаимодействия электрических осцилляторов, находящихся в цепочке с минимально возможным шагом друг от друга и имеющих взаимозависимые и сильно переменные дипольные моменты. Получено соответствующее такому потенциалу нелинейное одномерное уравнение движения с учетом возмущения и диссипации. В результате расчетов обнаружена возможность существования в таких системах различных нелинейных явлений, в том числе размерной зависимости и эффекта сверхчувствительности, т.е. гигантского отклика модельной системы на сверхслабые периодические внешние возмущения. Анализируется характер явлений, найденных в расчетах и известных из экспериментов с природными аналогами описанных систем, свидетельствующий о реалистичности предложенных модельных представлений.

Введение

Проблема описания динамического поведения систем электрических осцилляторов, с переменными и взаимозависимыми дипольными моментами, отстоящими друг от друга на минимальном расстоянии, в присутствии затухания и возмущения нетривиальна даже в одномерном случае. Однако актуальность решения этой задачи проистекает из необходимости осмысления природы некоторых замечательных эффектов, возникающих в условиях сверхнизкочастотного (СНЧ) при $\Omega < 10^3$ Hz электромагнитного воздействия на неоднородные конденсированные структуры типа композиций с непроводящими или полупроводящими дисперсионными средами и включениями с жидкими или квазижидкими проводящими оболочками. Подобные структуры обычно формируются почти в любых диэлектрических системах в процессах их фазовых превращений, постоянно существуют в порошках и породах, насыщенных жидкостью, а также по существу аналогичны структуре некоторых систем биологических клеток. Совершенно очевидно, что если представлять электрические осцилляторы в упомянутых системах в виде точечных диполей с постоянными моментами, то легко упустить возможность обнаружения в соответствующих модельных системах многих интересных явлений.

Среди таких явлений отметим недавно обнаруженный сверхчувствительный механический отклик в сильно сжимаемых кристаллогидратных системах на весьма слабое воздействие СНЧ электрического поля (приблизительно в 10^3 раз слабее, чем реально необходимо для электрического пробоя таких сред) в весьма узких диапазонах сверхнизких частот [1]. Заслуживает также внимания обнаружение сдвига частотного диапазона сверхчувствительности (гигантского отклика системы на очень малое воздействие) при действии весьма слабым СНЧ электрическим полем на сжимаемый кристалло-

гидрат при дополнительном нагревании системы [2]. Заметим, что этим эффектам предшествуют гигантские всплески диэлектрической восприимчивости на СНЧ, которые, очевидно, связаны с кратковременными возникновением в сильно сжимаемых кристаллогидратах неоднородных структур типа непроводящих микровключений с тонкими жидкими оболочками с подвижными ионами. Конечно, в СНЧ полях гигантский рост диэлектрической восприимчивости в конденсированных системах, имеющих описанные структурные состояния, — явление хорошо известное (см. ссылки в [3]). Оно связано главным образом с накоплением на полюсах микровключений огромного количества свободных поляризационных зарядов (анионов или катионов), т.е. с существенными изменениями дипольных моментов у описанных осцилляторов. Однако известный вид СНЧ диэлектрической проницаемости в любой момент роста не имеет узких или широких максимумов в отличие от спектра диэлектрических потерь, а имеет форму гладкой кривой, отвечающей дисперсионному уравнению Дебая. Дело в том, что в известных описаниях гетерогенных систем, находящихся в СНЧ полях, до сих пор ограничивались моделями, в которых не рассматривалась возможность взаимодействий диполей в цепочке из-за определенных вычислительных трудностей. Поэтому попытки связать гигантский всплеск диэлектрической восприимчивости на СНЧ со сверхчувствительным механическим откликом в узком диапазоне частот привели к созданию моделей пробоя газов в микротрещинах в пластинках сжимаемых кристаллогидратов. Существующие модели основываются, однако, на достаточно экзотических условиях, которые, как предполагается в [3], могут привести к появлению СНЧ максимума в спектре плотности энергии, вводимой в пробой, а значит и к появлению особенности в СНЧ спектре сверхчувствительности. Причем этот максимум мог бы проявляться, если времена релаксаций зарядов в жидких оболочках вокруг

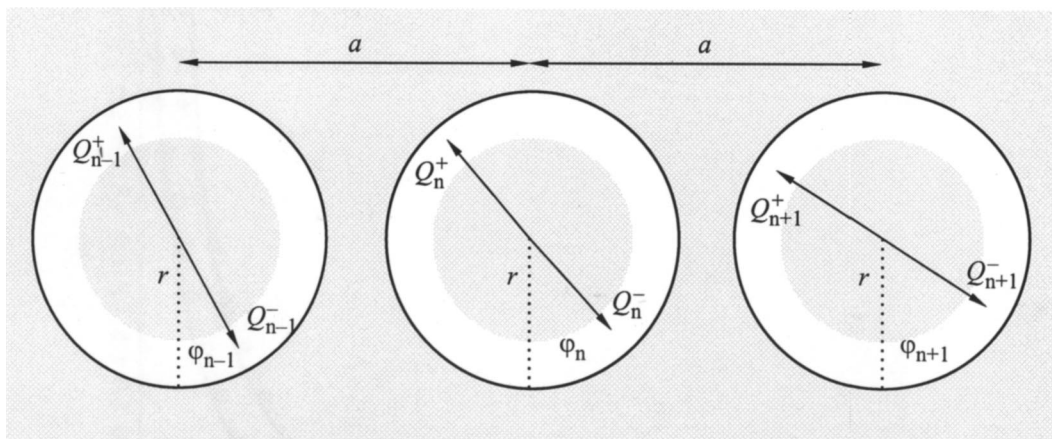


Рис. 1. Схема модельной системы в виде цепочки дипольных осцилляторов, изображающих колебания зарядов в оболочках (реальная толщина которых может быть порядка $\sim 30\text{--}300 \text{ \AA}$) вокруг частиц с диаметрами $2r$, расположенных друг от друга на расстоянии a .

диэлектрических частиц микронных размеров окажутся порядка $\tau \sim 10^{-2} \text{ s}$. Но реально существующие времена релаксаций в описанных системах, определяемые по характерной частоте максимума диэлектрических потерь $\sim 5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$, имеют порядок $\tau = 1/\Omega \sim 10^{-5} \text{ s}$. Кроме того, для появления максимума сверхчувствительности в соответствии с упомянутыми моделями каждый из ряда физических параметров газа в микротрещинах должен находиться в довольно строгом диапазоне значений. Поэтому для понимания реальной возможности существования эффектов сверхчувствительности и локализации таких состояний в узком диапазоне СНЧ (хотя бы в начале возбуждения), как здесь представляется, имеет смысл рассмотреть такую физическую модель системы, в которой бы наиболее полно учитывалась неточность осциллирующих диполей в цепочке и переменность их моментов.

Легко ассоциируются с представленной проблемой и обнаруженные недавно любопытные явления кратковременного возбуждения и синхронизации электрических колебаний во многих типах макроскопических биологических систем в узких СНЧ диапазонах, преимущественно в интервале $25 < \Omega < 45 \text{ Hz}$ [4–6]. Интересной особенностью этих эффектов является то, что они возникают тогда, когда два однотипных биологических макрообъекта (см. примеры в [4–6]) приближают друг к другу чуть ли не до касания. И хотя в существующих интерпретациях [4–6] этих необычных явлений оперируют понятиями “обонятельных” эффектов, мы склонны полагать, что этот феномен, возможно, связан со свойствами возбуждения систем клеточных электрических осцилляторов и зависит от их эффективного размера, увеличивающегося при сближении биологических объектов.

Для объяснения этих и других подобных эффектов, очевидно, необходимо построить полный потенциал взаимодействия электрических осцилляторов как минимум

в одномерной цепочке с произвольно близким средним расстоянием a друг от друга с переменными дипольными моментами с плечом $2r$ и подробно исследовать динамику поведения такой системы при возбуждении ее СНЧ электрическим полем. Хорошо известные модели цепочек осцилляторов с нелинейными связями обычно строятся для постоянного дипольного момента и в точечном приближении, т.е. при $a \gg 2r$ [7,8]. Такие модели неплохо описывают поведение некоторых квазиодномерных цепочек, но не того разнообразия систем, в которых количество зарядов на концах диполей может меняться на 1–4 порядка в зависимости от расстояния друг от друга, частоты собственных колебаний и т.д. Поэтому построение и исследование соответствующей модельной системы и сравнение ее поведения при возбуждении СНЧ электрическим полем с некоторыми экспериментальными наблюдениями и составят цель данной работы.

Модель

При нахождении потенциальной энергии цепочки осцилляторов учтем возможность расположения неточечных диполей в ячейках радиуса r с переменным моментом в цепочке на минимальном расстоянии друг от друга $a \geq 2r$, как показано на рис. 1. Допустим также возможность сильной зависимости уровня поляризации таких систем как от частоты, так и от величины локальных и внешних полей. Рассмотрим взаимодействия между диполями в Кулоновском приближении. Пусть некоторые углы φ_{n-1} , φ_n , φ_{n+1} у соответствующих осцилляторов 1–3 характеризуют отклонения осей диполей от положений неустойчивого равновесия (см. рис. 1). Тогда общий вид потенциальной энергии системы осцилляторов с диполь-дипольными взаимодействиями запишем в

виде

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_n \left\{ \left(\frac{Q_{n-1}^+ Q_n^+ \mathbf{R}_{n-1,n}^{++}}{(R_{n-1,n}^{++})^2} + \frac{Q_{n-1}^- Q_n^- \mathbf{R}_{n-1,n}^{--}}{(R_{n-1,n}^{--})^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{Q_{n-1}^- Q_n^+ \mathbf{R}_{n-1,n}^{+-}}{(R_{n-1,n}^{+-})^2} - \frac{Q_{n-1}^+ Q_n^- \mathbf{R}_{n-1,n}^{-+}}{(R_{n-1,n}^{-+})^2} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{Q_n^+ Q_{n+1}^+ \mathbf{R}_{n,n+1}^{++}}{(R_{n,n+1}^{++})^2} + \frac{Q_n^- Q_{n+1}^- \mathbf{R}_{n,n+1}^{--}}{(R_{n,n+1}^{--})^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{Q_n^- Q_{n+1}^+ \mathbf{R}_{n,n+1}^{+-}}{(R_{n,n+1}^{+-})^2} - \frac{Q_n^+ Q_{n+1}^- \mathbf{R}_{n,n+1}^{-+}}{(R_{n,n+1}^{-+})^2} \right) \right\}. \quad (1)$$

Здесь расстояния между зарядами на концах диполей $n-1$ и n

$$R_{n-1,n}^{++} = \left[(a-r(\sin\varphi_{n-1}-\sin\varphi_n))^2 \right. \\ \left. + (r(\cos\varphi_{n-1}-\cos\varphi_n))^2 \right]^{1/2} = \left[a^2 + 4r \sin\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) \right. \\ \left. \times \left(r \sin\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) + a \cos\left(\frac{\varphi_n + \varphi_{n-1}}{2}\right) \right) \right]^{1/2}, \quad (2)$$

$$R_{n-1,n}^{--} = \left[(a+r(\sin\varphi_{n-1}-\sin\varphi_n))^2 \right. \\ \left. + (r(\cos\varphi_{n-1}-\cos\varphi_n))^2 \right]^{1/2} = \left[a^2 + 4r \sin\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) \right. \\ \left. \times \left(r \sin\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) - a \cos\left(\frac{\varphi_n + \varphi_{n-1}}{2}\right) \right) \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$R_{n-1,n}^{+-} = \left[(a+r(\sin\varphi_{n-1}+\sin\varphi_n))^2 \right. \\ \left. + (r(\cos\varphi_{n-1}+\cos\varphi_n))^2 \right]^{1/2} = \left[a^2 + 4r \cos\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) \right. \\ \left. \times \left(r \cos\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) + a \sin\left(\frac{\varphi_n + \varphi_{n-1}}{2}\right) \right) \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$R_{n-1,n}^{-+} = \left[(a-r(\sin\varphi_{n-1}+\sin\varphi_n))^2 \right. \\ \left. + (r(\cos\varphi_{n-1}+\cos\varphi_n))^2 \right]^{1/2} = \left[a^2 + 4r \cos\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) \right. \\ \left. \times \left(r \cos\left(\frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{2}\right) - a \sin\left(\frac{\varphi_n + \varphi_{n-1}}{2}\right) \right) \right]^{1/2}; \quad (5)$$

$\mathbf{R}_{n-1,n}^{++}$, $\mathbf{R}_{n-1,n}^{--}$, $\mathbf{R}_{n-1,n}^{+-}$, $\mathbf{R}_{n-1,n}^{-+}$, $\mathbf{R}_{n,n+1}^{++}$, $\mathbf{R}_{n,n+1}^{--}$, $\mathbf{R}_{n,n+1}^{+-}$, $\mathbf{R}_{n,n+1}^{-+}$ — радиус-векторы между соответствующими зарядами в цепочке. Расстояния $R_{n,n+1}^{++}$, $R_{n,n+1}^{--}$, $R_{n,n+1}^{+-}$ и $R_{n,n+1}^{-+}$ между зарядами Q_n^+ , Q_n^- , Q_{n+1}^+ и Q_{n+1}^- в диполях $n+1$ и n также находятся из отношений, которые аналогичны выражениям (2)–(5), но при замене в них индексов $n-1 \rightarrow n$ и $n \rightarrow n+1$. Здесь ϵ — диэлектрическая проницаемость среды между частицами,

ϵ_0 — диэлектрическая постоянная. Придадим энергии U_{int} более удобный для дальнейшего использования вид, производя следующую группировку его членов:

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_n \left\{ Q_n^+ \left(\frac{Q_{n-1}^+ \mathbf{R}_{n-1,n}^{++}}{(R_{n-1,n}^{++})^2} + \frac{Q_{n+1}^+ \mathbf{R}_{n,n+1}^{++}}{(R_{n,n+1}^{++})^2} \right) \right. \\ \left. + Q_n^- \left(\frac{Q_{n-1}^- \mathbf{R}_{n-1,n}^{--}}{(R_{n-1,n}^{--})^2} + \frac{Q_{n+1}^- \mathbf{R}_{n,n+1}^{--}}{(R_{n,n+1}^{--})^2} \right) \right. \\ \left. - Q_n^+ \left(\frac{Q_{n+1}^- \mathbf{R}_{n,n+1}^{-+}}{(R_{n,n+1}^{-+})^2} + \frac{Q_{n-1}^- \mathbf{R}_{n-1,n}^{-+}}{(R_{n-1,n}^{-+})^2} \right) \right. \\ \left. - Q_n^- \left(\frac{Q_{n+1}^+ \mathbf{R}_{n,n+1}^{+-}}{(R_{n,n+1}^{+-})^2} + \frac{Q_{n-1}^+ \mathbf{R}_{n-1,n}^{+-}}{(R_{n-1,n}^{+-})^2} \right) \right\}. \quad (6)$$

Для построения более или менее корректной одномерной модели системы неточечных дипольных осцилляторов с переменными моментами необходимо учесть, что величины зарядов в ячейке n должны зависеть от напряженности внешних и локальных полей, создаваемых движущимися соседними зарядами в ячейках $n-1$ и $n+1$. Предположим, что влияние не соседних диполей друг на друга эффективно экранируется и лишь опосредуется через цепочку. Рассматривая явление поляризации в осцилляторах достаточно формально, игнорируем все остальные возможные (см., например, [9–11]) физико-химические процессы в них и вокруг них. Вклад внешних и всех локальных полей в поляризацию любого из зарядов Q_n^+ , Q_n^- , Q_{n-1}^+ , Q_{n-1}^- подчиним принципу суперпозиции с учетом их эффективного влияния в зависимости от частоты. Будем полагать, что частота как положительного, так и отрицательного зарядов в частице n одинакова. Причем зависимость поляризации от частоты локального ω_n или внешнего Ω возбуждения для отдельной частицы достаточно формально подчинить, например, дисперсионному уравнению Дебая [9–10]. Тогда для величины положительных зарядов (учтем, что $|Q_n^+| = |Q_n^-|$) на концах диполей в ячейках $n-1$, n и $n+1$ соответственно запишем

$$Q_n^+ = \beta \left(\frac{c_0 e (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \mathbf{R}_{n,n-1}^{++}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (1 + (\tau\omega_{n-1})^2) (R_{n,n-1}^{++})^3} \right. \\ \left. + \frac{c_0 e (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \mathbf{R}_{n,n+1}^{++}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (1 + (\tau\omega_{n+1})^2) (R_{n,n+1}^{++})^3} \right. \\ \left. - \frac{c_0 e (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \mathbf{R}_{n,n-1}^{+-}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (1 + (\tau\omega_{n-1})^2) (R_{n,n-1}^{+-})^3} \right. \\ \left. - \frac{c_0 e (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \mathbf{R}_{n,n+1}^{-+}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (1 + (\tau\omega_{n+1})^2) (R_{n,n+1}^{-+})^3} + \frac{E_n^{\text{ext}}}{1 + (\tau\Omega)^2} \right), \quad (7)$$

$$Q_{n-1}^+ = \beta \left(\frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n-1, n-2}^{++}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_{n-2})^2) (R_{n-1, n-2}^{++})^3} + \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n-1, n}^{++}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_n)^2) (R_{n-1, n}^{++})^3} - \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n-1, n-2}^{+-}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_{n-2})^2) (R_{n-1, n-2}^{+-})^3} - \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n-1, n}^{+-}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_n)^2) (R_{n-1, n}^{+-})^3} + \frac{E_{n-1}^{\text{ext}}}{1 + (\tau \Omega)^2} \right), \quad (8)$$

$$Q_{n+1}^+ = \beta \left(\frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n+1, n}^{++}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_n)^2) (R_{n+1, n}^{++})^3} + \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n+1, n+2}^{++}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_{n+2})^2) (R_{n+1, n+2}^{++})^3} - \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n+1, n}^{+-}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_n)^2) (R_{n+1, n}^{+-})^3} - \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \mathbf{R}_{n+1, n+2}^{+-}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \omega_{n+2})^2) (R_{n+1, n+2}^{+-})^3} + \frac{E_{n+1}^{\text{ext}}}{1 + (\tau \Omega)^2} \right), \quad (9)$$

где τ — время релаксации связанных зарядов в оболочках, ε_s и ε_∞ — максимальное СНЧ и минимальное высокочастотные значения диэлектрической проницаемости соответственно.

Значение c_0 представляет собой такое количество элементарных зарядов e на концах диполей, которое обеспечивает в процессах поляризации частиц изменение диэлектрической проницаемости системы на единицу. Здесь внешнее однородное гармоническое возмущающее поле (для простоты направленное вдоль оси цепочки диполей) в окрестности частицы n запишем

$$E_n^{\text{ext}} = 2\varepsilon^{-1} E \sin(2\pi \Omega t) \cos(\varphi_n). \quad (10)$$

Аналогичные выражения для возмущающего поля можно записать и для окрестностей $n-1$ и $n+1$ ячеек. При нахождении полей E_n , E_{n-1} и E_{n+1} предполагалось, что заряды на концах n и $n-1$ диполей могут принимать для $\omega_n \rightarrow \infty$ величину $Q_\infty = c_0 e \varepsilon_\infty$ и при $\omega_n \rightarrow 0$ значение $Q_0 = c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)$. Считаем, что у всех частиц в цепочке $c_0 = \text{const}$. Коэффициент пропорциональности β соответствует величине заряда на концах диполей, индуцируемого в поле с единичной напряженностью. Этот коэффициент характеризует поляризационную восприимчивость к полю отдельного осциллятора в цепи и подобен параметру диэлектрической восприимчивости, связывающему поляризованность и напряженность поля в макроскопическом диэлектрическом теле. В первом приближении будем считать этот коэффициент постоянной величиной, хотя в реальных прототипных системах он мог бы зависеть еще и от многих других параметров.

Полагая, что переменные φ_n в один и тот же момент времени слабо отличаются у соседних диполей, т.е. когда в континуальном приближении $\varphi_n - \varphi_{n-1} \sim \delta$ имеет место переход $na \rightarrow x$, $\varphi_n(t) \rightarrow \varphi(x, t)$, можем разложить энергию U_{int} в ряд по малому параметру

$$\varphi_{n-1} - \varphi_n \sim \varphi_n - \varphi_{n+1} \sim a \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (11)$$

Принимая во внимание выражения (1)–(11) и соответствующие комментарии к ним, можно получить для предела $a \rightarrow 2r + \Delta$ в разложении с точностью до величин второго порядка малости следующий вид потенциальной энергии, записанный в континуальном приближении:

$$U_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0} \int \frac{dx}{a} \beta^2 V_1(x, t) V_2(x, t) \times \left\{ - [P(t) \cos(\varphi) + B(x, t) V_3(x, t)] - B(x, t) [P(t) \cos(\varphi) V_4(x, t) + V_3(x, t) V_5(x, t)] \frac{\partial \varphi}{\partial x} - B(x, t) [5P(t) \cos(\varphi) \{V_6(x, t) + V_7(x, t)\} + 9V_3(x, t) V_7(x, t)] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right\}. \quad (12)$$

Здесь введены следующие функциональные вложения:

$$P(t) = \frac{2E \sin(2\pi \Omega t)}{\varepsilon (1 + (\tau \Omega)^2)}, \quad (13)$$

$$B(x, t) = \frac{c_0 e (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 (1 + (\tau \varphi_t)^2)}, \quad (14)$$

$$S_1(x, t) = a^2 + 4r^2 - 4ra \sin(\varphi), \quad (15)$$

$$S_2(x, t) = a^2 + 4r^2 + 4ra \sin(\varphi), \quad (16)$$

$$V_1(x, t) = P(t) \cos(\varphi) + B(x, t) [S_1^{-1}(x, t) - S_2^{-1}(x, t)], \quad (17)$$

$$V_2(x, t) = S_1^{-1/2}(x, t) + S_2^{-1/2}(x, t), \quad (18)$$

$$V_3(x, t) = S_1^{-1}(x, t) + S_2^{-1}(x, t), \quad (19)$$

$$V_4(x, t) = 4ra^2 \cos(\varphi) [S_1^{-2}(x, t) + S_2^{-2}(x, t)], \quad (20)$$

$$V_5(x, t) = -ra^2 \cos(\varphi) B(x, t) S_1^{-1}(x, t), \quad (21)$$

$$V_6(x, t) = 2ra^3 \sin(\varphi) S_2^{-2}(x, t) + 4r^2 a^4 \cos^2(\varphi) S_2^{-3}(x, t), \quad (22)$$

$$V_7(x, t) = -2ra^3 \sin(\varphi) S_1^{-2}(x, t) + 4r^2 a^4 \cos^2(\varphi) S_1^{-3}(x, t). \quad (23)$$

Отметим здесь, что в пределе $a \rightarrow 2r + \Delta$ вклады векторных сумм в первых двух членах под большими круглыми скобками в потенциальной энергии вида (6) становятся пренебрежимо малыми относительно последних

двух и поэтому эти члены при получении окончательно выражения (12) для разложения U_{int} отбрасывались. Кроме того, также и в каждом из выражений для зарядов (7)–(9) по той же причине отбрасывалось по два первых члена, ответственных за взаимодействие одноименных зарядов на концах соседних диполей. Относительная малость указанных членов связана, естественно, с тем, что в системе осцилляторов при углах отклонения осей диполей $\varphi_n = \pi/2 + n\pi$ существуют потенциальные ямы, углубляющиеся в процессах поляризаационного роста противоположных зарядов в соседних ячейках.

Выражение для кинетической энергии цепочки с зарядами массой $M_n = c_n m$ сосредоточенных на концах диполей имеет вид

$$T_k = \frac{1}{2} \sum_n J_n \dot{\varphi}_n^2. \quad (24)$$

Здесь $J_n = c_n m r^2$ — момент инерции, c_n — количество нескомпенсированных зарядов (например, катионов или анионов) с массой m в оболочке n ячейки. Принимая во внимание выражение (7), найдем количество нескомпенсированных зарядов на конце диполя n , равное

$$c_n = Q_n^+ / e. \quad (25)$$

Тогда кинетическая энергия цепочки описываемых осцилляторов в разложении с точностью до величин второго порядка малости в континуальном приближении будет определяться выражением

$$T_k = \beta \frac{m r^2}{e} \int \frac{dx}{a} \left\{ V_1(x, t) + B(t) V_8(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(t) V_9(x, t) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right\} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2. \quad (26)$$

Здесь введены следующие дополнительные функциональные вложения:

$$V_8(x, t) = 6 r a^2 \cos(\varphi) S_1^{-2}(x, t), \quad (27)$$

$$V_9(x, t) = -5 r a^3 \sin(\varphi) S_1^{-2}(x, t) + 36 r^2 a^4 \cos^2(\varphi) S_1^{-3}(x, t). \quad (28)$$

Допустим далее, что диссипативные силы находятся в линейной зависимости от угловой скорости движения зарядов. Тогда соответствующая диссипативная функция для цепочки с параметром диссипации ξ_n приобретет форму

$$D = \frac{1}{2} \sum_n c_n \xi_n r^2 \dot{\varphi}_n^2. \quad (29)$$

Рассуждая по аналогии с предыдущим (как и при нахождении кинетической энергии), с учетом отношения (7) для количества зарядов c_n , получим в разложении

с точностью до величин второго порядка малости в континуальном приближении диссипативную функцию

$$D = \beta \frac{\xi r^2}{e} \int \frac{dx}{a} \left\{ V_1(x, t) + B(t) V_8(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(t) V_9(x, t) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right\} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2. \quad (30)$$

Силу взаимодействия внешнего поля с цепочкой осцилляторов можно записать в виде

$$F_n = 2 \varepsilon^{-1} E \sin(2\pi \Omega t) \sum_n Q_n \cos(\varphi_n), \quad (31)$$

где величина зарядов на концах диполей аддитивно зависит от локальных и внешних полей в соответствии с отношением (7). Поэтому и силу F также разложим в ряд и по аналогии с (26) и (30) в континуальном приближении получим

$$F(x, t) = 2 \varepsilon^{-1} E \sin(2\pi \Omega t) \int \frac{dx}{a} \cos(\varphi) \left\{ V_1(x, t) + B(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \left(V_8(x, t) + V_9(x, t) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right) \right\}. \quad (32)$$

Из выражений (11), (30), в частности, следует, что эффективная сила, действующая на систему поляризующихся частиц, пропорциональна квадрату амплитуды напряженности внешнего переменного поля. Затем, используя уравнение Эйлера–Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_x} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = - \frac{\partial D}{\partial \varphi} + F(x, t), \quad (33)$$

с учетом диссипации (30) и внешнего возбуждения найдем для лагранжиана

$$L = T_k - U_{\text{int}} \quad (34)$$

(где потенциальная и кинетическая энергии соответствуют выражениям (12) и (26)) в континуальном приближении следующее нелинейное уравнение движения, записанное в естественных размерностях:

$$W_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + W_2 + X_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + X_2 - \Gamma_1 \sin(\varphi) + \text{Dis} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = F. \quad (35)$$

Это выражение получено в результате выполнения соответствующих для уравнения (33) операций с последовательным (на каждом этапе дифференцирования) отбрасыванием в членах тех слагаемых, которые содержат минимальные степени параметра $1/a$. Возможность проведения такой процедуры основывается на предположении относительной малости дистанций между центрами диполей $a \ll 1$ в реальных единицах измерений. Вводя следующие обозначения:

$$\varphi_t = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \varphi_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \varphi_{x,t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t}, \quad \varphi_{x,x} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2},$$

запишем ниже для уравнения (35) все функциональные параметры. Так, выражения для $W_1(x, t)$ и $W_2(x, t)$ имеют вид

$$W_1(x, t) = 2MV_1(x, t) + 2V_2(x, t)V_{11}(x, t) \times \left[V_1(x, t)V_3(x, t) + V_{10}(x, t) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right], \quad (36)$$

$$W_2(x, t) = 2M \frac{\partial}{\partial t} V_1(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial t} + 2\beta^2 V_2(x, t) \frac{\partial}{\partial t} B(x, t) \times \left\{ V_3(x, t) \frac{\partial}{\partial t} V_1(x, t) + V_1(x, t) \frac{\partial}{\partial t} V_3(x, t) + \frac{\partial}{\partial t} V_{10}(x, t) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + 2V_{10}(x, t) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial x} \right\}. \quad (37)$$

Здесь введены обозначения

$$V_{10}(x, t) = 5P(t) \cos(\varphi) [V_6(x, t) + V_7(x, t)] + 9V_3(x, t)V_7(x, t), \quad (38)$$

$$V_{11}(x, t) = \frac{2AC\tau^2}{(1 + \tau^2\varphi_t^2)^2} \left\{ \frac{4\tau^2\varphi_t^2}{1 + \tau^2\varphi_t^2} - 1 \right\}, \quad (39)$$

а также

$$A = c_0 e(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty), \quad M = \frac{mr^2}{2e}, \quad C = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (40)$$

Выражения для $\Gamma_1(x, t)$ и $\Gamma_2(x, t)$ найдены в форме

$$\Gamma_1(x, t) = M \sin^{-1}(\varphi) [V_{13}(x, t) + 48r^2 a^3 MB(x, t) \cos^2(\varphi) S_1^{-3}(x, t) \varphi_x] \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + 12 \sin^{-1}(\varphi) \beta^2 V_1(x, t) V_{12}(x, t) [P(t) \cos(\varphi) + B(x, t) V_3(x, t)], \quad \Gamma_2(x, t) = 0, \quad (41)$$

где введены дополнительные функциональные обозначения

$$V_{12}(x, t) = 2ra \cos(\varphi) [S_1^{-3/2}(x, t) - S_2^{-3/2}(x, t)], \quad (42)$$

$$V_{13}(x, t) = -P(t) \sin(\varphi) + 4raAC \cos(\varphi) [S_1^{-2}(x, t) - S_2^{-2}(x, t)]. \quad (43)$$

Выражения для $X_1(x, t)$ и $X_2(x, t)$ представим в виде

$$X_1(x, t) = 2MB(x, t)V_9(x, t)\varphi_t^2 + 2\beta^2 P(t)V_2(x, t) \times \{5 \cos(\varphi) [V_6(x, t) + V_7(x, t)] + 9V_3(x, t)V_7(x, t)\}, \quad (44)$$

$$X_2(x, t) = MB(x, t) \frac{\partial}{\partial x} V_8(x, t) \varphi_t^2 + 2MB(x, t) \frac{\partial}{\partial x} V_9(x, t) \varphi_t^2 \varphi_x + A\beta^2 V_2(x, t) \times \left\{ 2V_5(x, t) \frac{\partial}{\partial x} V_3(x, t) + 2V_3(x, t) \frac{\partial}{\partial x} V_5(x, t) - P(t) \sin(\varphi) V_4(x, t) \varphi_x \right\} + 18A\beta^2 V_2(x, t) \times \left\{ V_7(x, t) \frac{\partial}{\partial x} V_3(x, t) + V_3(x, t) \frac{\partial}{\partial x} V_7(x, t) \right\} \varphi_x. \quad (45)$$

Наконец, дадим диссипативный член

$$\text{Dis}(x, t) = 2\beta\Psi \left\{ V_1(x, t) + B(x, t) [V_8(x, t)\varphi_x + V_9(x, t)\varphi_x^2] - B(x, t) (1 + \tau^2\varphi_t^2)^{-1} V_8(x, t) \tau^2 \varphi_x \varphi_t^2 \right\} \quad (46)$$

при

$$\Psi = \frac{\xi r^2}{2e} \quad (47)$$

и возмущающий член

$$F(x, t) = 2\varepsilon^{-1} E\beta \sin(2\pi\Omega t) \cos(\varphi) [V_1(x, t) + B(x, t)V_8(x, t)\varphi_x + B(x, t)V_9(x, t)\varphi_x^2]. \quad (48)$$

Для удобства представим выражение (35) в виде уравнения типа \sin -Гордона

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + v_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \Theta_0^2 \sin(\varphi) - \eta \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \gamma(x, t). \quad (49)$$

Здесь аналог максимальной скорости распространения возмущений в описываемой системе

$$v_0 = \sqrt{X_1(x, t)/W_1(x, t)}. \quad (50)$$

Коэффициент

$$\Theta_0 = \sqrt{\Gamma_1(x, t)/W_1(x, t)} \quad (51)$$

— аналог плазменной частоты. В (49) коэффициент, ответственный за уровень диссипации,

$$\eta = \text{Dis}(x, t)/W_1(x, t) \quad (52)$$

и возмущение

$$\gamma(x, t) = [F(x, t) - W_2(x, t) - X_2(x, t)]/W_1(x, t). \quad (53)$$

Выберем также граничные условия такие, чтобы наша цепочка осцилляторов длиной l была ограничена на концах, т. е.

$$\varphi(0, t) = \varphi(l, t) = 0. \quad (54)$$

Физический смысл такого ограничения может заключаться, например, в том, что реальная среда имеет границу раздела между различными фазовыми состояниями вещества, непреодолимую для описываемых типов возмущений.

Оценки для коэффициентов в уравнении (49)

Попытаемся подобрать для уравнения (49) такие значения коэффициентов, чтобы наша модельная система смогла максимально реалистично описывать соответствующие природные аналоги типа дисперсных систем и длинных цепочек биологической клеточной ткани. Оценим возможное количество нескомпенсированных зарядов в тонких жидких оболочках вокруг зерен, задающих круговую форму каждого осциллятора в цепи, как показано на рис. 1. Положим, что основной носитель (например, ион H^+ , поскольку его подвижность во много раз больше, чем у OH^- или других ионов и катионов) имеет заряд $e \sim 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ С}$ и массу $m \sim 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (эффективная масса может оказаться значительно больше). Возьмем радиус зерен с оболочками в пределах $r \sim 10^{-6} - 10^{-3} \text{ м}$ и расстояние между их центрами $a \sim 3 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Характерная толщина жидких оболочек может оказаться порядка $d \sim 10^{-9} - 10^{-8} \text{ м}$ [11]. Допустим, что хотя бы часть $\chi_1 \sim 1\%$ воды в оболочках будет диссоциирована и часть $\chi_2 \sim 1\%$ анионов и катионов составит нескомпенсированные заряды. Тогда количество зарядов, способных участвовать в процессах поляризации, найдем из отношения

$$c_1 = \chi_1 \chi_2 4\pi \{ [r + d]^3 - r^3 \} \rho_{H_2O} (3m)^{-1} \sim 10^{11} - 10^{14} \text{ charge/mm}^3, \quad (55)$$

где плотность воды $\rho \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$ и масса ее молекулы $m_{H_2O} \approx 3 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Это предположение согласуется с оценками плотности зарядов на единицу поверхности оболочки частицы $\sim 10^{11} \text{ charge/mm}^3$ [11]. Соответствующий заряд $Q^+ = c_1 e$ окажется порядка $Q^+ \sim 10^{-12} - 10^{-9} \text{ С}$. В принципе эти параметры должны зависеть от термодинамических и локальных особенностей среды.

Параметр c_1 в расчетах будем задавать на таком уровне, чтобы нескомпенсированные заряды при максимально возможной поляризации не превышали в отношении (49) верхнюю оценку $Q \sim 10^{-12} - 10^{-9} \text{ С}$. Характерное время релаксации τ определяется из отношения $\tau_1 = r^2/2D$, где D — объемный коэффициент диффузии зарядов в оболочках. Из характеристической частоты дисперсной системы $\omega = 1/\tau_1$, соответствующей максимуму диэлектрических потерь (в нашем случае $\omega \approx 6.29 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$), находим $\tau_1 \approx 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ с}$.

Заметим, кроме всего, что в одном из реальных аналогов рассматриваемой системы — дисперсных системах доля кинетической энергии осциллирующего на собственной частоте ω_n заряда (не связанной с его тепловыми флуктуациями), переходящая в тепловую, пропорциональна тангенсу угла диэлектрических потерь $\text{tg } \delta_n \approx \omega_n \tau$ [11], т.е. при всех прочих равных условиях

из отношений (26) и (30) следует

$$\frac{1}{2} \omega_n \tau m r^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \approx \frac{1}{2} \xi_n r^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2. \quad (56)$$

Отсюда можно оценить порядок величины параметра диссипации

$$\xi \sim \omega \tau m \sim 10^{-33}.$$

Результаты расчетов

Известно, что для возмущенного уравнения типа синус-Гордона аналитические решения найдены лишь в ряде отдельных случаев [7,12]. Покажем, однако, что даже при весьма сильных ограничениях из уравнения движения (49), моделирующих передачу сигналов в дисперсных системах с двойными электрическими слоями, следует возможность резонансно подобных СНЧ возбуждений. Для более полного анализа характера СНЧ возбуждений в таких системах и возможности проявления некоторых других эффектов с учетом ограниченности систем по размерам проведем соответствующие для уравнения (49) численные расчеты (соответствующая численная схема представлена в Приложении).

Как и следовало ожидать, описанная здесь модельная система одномерных осцилляторов с переменными дипольными моментами демонстрирует гипервозбуждаемость на СНЧ в широком диапазоне времен релаксации $\tau_1 \sim 10^{-5} - 10^{-0} \text{ с}$. На рис. 2 показана эволюция спектров положительных ветвей амплитуд возбуждений во времени при действии на цепочку осцилляторов длиной $l = 1 \text{ м}$ весьма слабым гармоническим электрическим полем с $E = 10^{-8} \text{ V/m}$ для следующих актуальных параметров (стандартных в данных расчетах): $r = 10^{-6} \text{ м}$, $a = 2.1 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, $\tau_1 = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, $c_0 = 10^5$, $\varepsilon_\infty = 8$, $\varepsilon_s = 650$, $\beta = 1$, $\xi = 10^{-33}$ и $m = 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Величины ε_∞ , ε_s и τ_1 являются характерными для дисперсных систем, с которыми, как нам представляется, впервые экспериментально наблюдались эффекты [1–6], являющиеся следствием СНЧ гипервозбуждений. Значения же r и a подобраны и, очевидно, являются вполне реалистичными для исследованных в [1–6] природных систем. Далее везде, где специально не оговаривается, под уровнем возмущения будем полагать количество зарядов, участвующих в процессах поляризации в ячейке, определяемое по континуальному приближению формулы (7),

$$Q(x, t) = \beta \left\{ V_1(x, t) + B(x, t) V_8(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, t) V_9(x, t) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right\} \quad (57)$$

после численного расчета спектра $\varphi_i(\Omega, t)$. Ясно видно, что при СНЧ накатке в начальные моменты времени

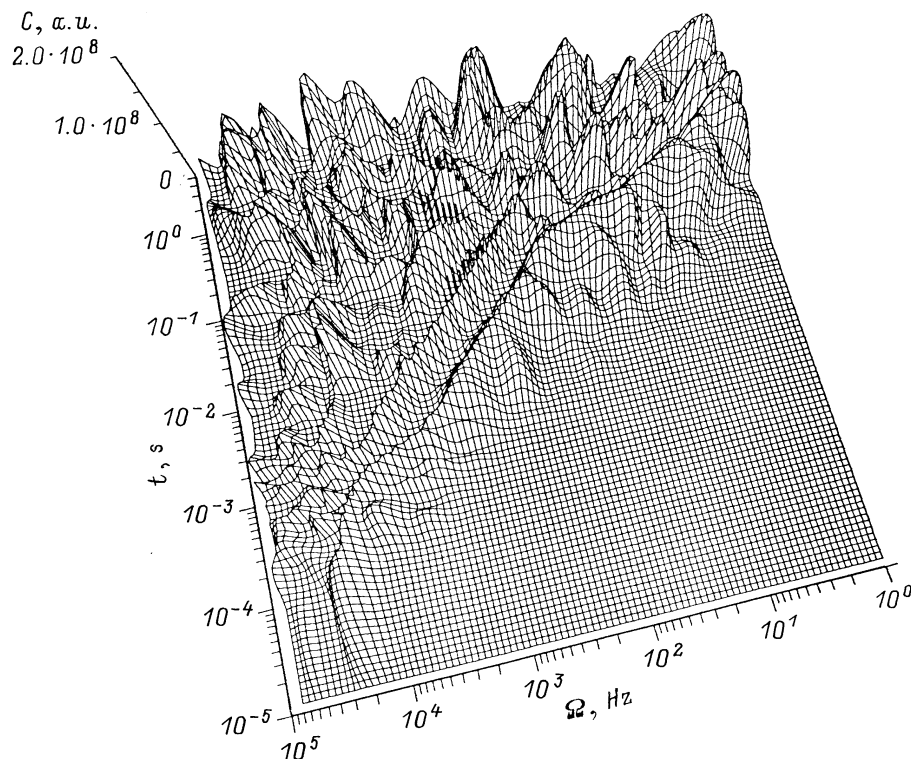


Рис. 2. Временная эволюция сверхнизкочастотных спектров максимальных значений поляризации зарядов при действии на цепочку осцилляторов весьма слабым гармоническим электрическим полем.

($t < 1$ s) модельная система имеет участок с резонансным типом возбуждений, переходящим с течением времени ($t > 1$ s) к дисперсионной зависимости дебаевского типа. Причем пики основного резонанса и появляющихся при $t > 10^{-3}$ s спутанных с течением времени ($t \rightarrow 1$ s) смещаются в область ультранизких частот (УНЧ) $\Omega < 10$ Hz. Дисперсионное поведение системы на СНЧ можно совершенно отчетливо видеть, если преобразовать ось Z в логарифмическую. Понятно, однако, что не существует идеальной дисперсионной кривой типа дебаевской, а имеется дисперсионно подобное плато, "возмущенное" на некоторых гармониках и перемежаемое с течением времени всплесками субгармоник. Конечно, конкретный вид эволюции спектра возмущений от времени для других параметров накачки, ячеек и т. п. меняется, но характерные детали этого спектра подобны представленному на рис. 2, *d*, в том числе и для других длин цепочек и времен релаксации τ . Это явление для зависимости уровня поляризации зарядов в ячейках от частоты накачки и времен релаксации демонстрируется на рис. 3. В широком диапазоне актуальных времен релаксаций $\tau_1 \approx 10^{-5} - 10^{-2}$ s, уменьшение которых соответствует увеличению "температуры" системы, основной и спутанные резонансы практически не сдвигаются по частоте. Незначительный сдвиг резонанса имеет место лишь при существенном "охлаждении" системы осцилляторов в районе $\tau > 10^{-2}$ s. Видно, однако, что при "нагревании" системы при всех прочих равных

условиях дополнительные резонансы появляются на все более высоких частотах.

Одним из наиболее замечательных эффектов, обнаруженных в представленной модельной системе с довольно реалистическими параметрами, является существование зависимости уровня поляризации зарядов в ячейках от

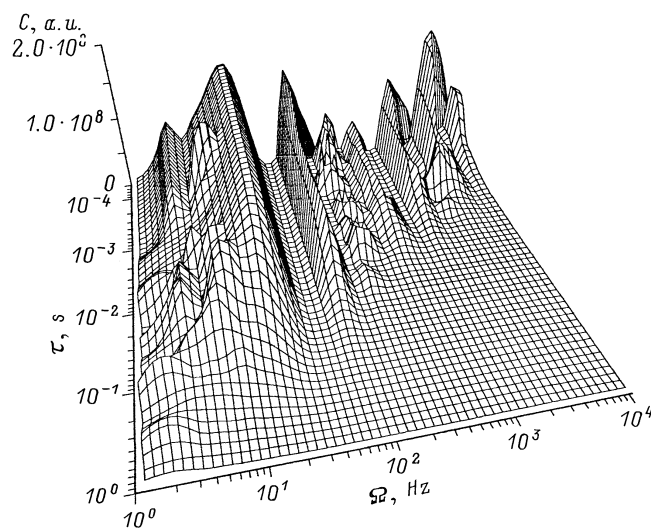


Рис. 3. Зависимость уровня максимальных значений поляризации зарядов в модельной системе от частоты накачки и времен релаксации.

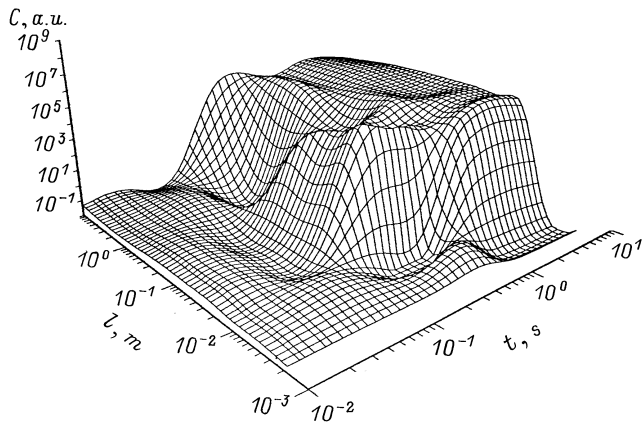


Рис. 4. Зависимость уровня максимальных значений поляризации зарядов от размера цепочки осцилляторов и времени при весьма слабой амплитуде накачки.

длины цепочек осцилляторов. Этот размерный эффект в зависимости от времени при весьма слабой амплитуде накачки $E = 10^{-8}$ В/см на фиксированной частоте $\Omega \sim 31$ Нз демонстрируется на рис. 4. Существование данного эффекта, в частности, свидетельствует о возможности сверхчувствительности длинных цепочек осцилляторов к сверхслабым переменным сигналам. Причем, как видно из рис. 4, имеется пороговый размер цепочки $l \sim 1$ см, ниже которого сверхслабая накачка не способна вызвать сверхчувствительный отклик в системе. Достаточно, однако, увеличить размер цепочки до $l \sim 5-10$ см с ячейками размером $r \sim 10^{-6}$ м и расстоянием между ними $a \sim 2.1 \cdot 10^{-6}$ м, и система с такими параметрами становится сверхчувствительной к сверхслабым сигналам с резким увеличением поляризованности ячеек, например, для текущих параметров в 10^9 раз. Оказывается, что уровень поляризованности при сверхслабом воздействии в большеразмерной системе может быть таким же, как и при воздействии сильных сигналов на малоразмерную ($l < 10^{-3}$ м) систему. Это явление, полученное в результате численных расчетов, показано на рис. 5. В любом случае этот эффект может проявиться лишь через некоторое время запаздывания после начала накачки на данной частоте. При этом время запаздывания увеличивается с ростом коэффициента диссипации. Естественно, наблюдаемая картина будет существенно меняться при вариации любого из задаваемых нами параметров, тем не менее происходящие изменения не столь кардинальны, чтобы не проследить в ней описанные выше закономерности.

Нелинейную природу всех этих эффектов подчеркивает зависимость уровня поляризации системы осцилляторов и фазовой скорости от координаты и времени, демонстрируемая на рис. 6, а и 7, а соответственно. Отчетливо видно, что в нашей модели с ограниченной цепочкой (длиной $l = 1$ м) с течением времени ($t > 0.2$ с) на обоих концах появляются солитоноподобные возбужде-

ния (рис. 6, б). Причем в первые моменты времени ($t < 0.1$ с), когда система находится на резонансном участке, по всей длине цепочки при ее накачке на данной частоте происходят достаточно упорядоченные осцилляции уровня поляризованности (рис. 6, а). Затем, начиная с концов цепочки, эти осцилляции хаотизируются. Четко выраженные периодические положительные всплески поляризованности при $t > 0.2$ с, приходящие на смену хаотизированной динамике в системе, легко ассоциируются с синхронным формированием стоячих солитоноподобных объектов, постепенно расширяющихся от концов на всю цепочку. Очевидно, что диполи в соседних ячейках в каждом из стоячих солитонов постепенно раскачиваются в противоположных направлениях (поскольку противоположным зарядам на концах соседних диполей выгодно раскачиваться плюс к минусу). В итоге такая раскачка, по-видимому, переходит в кручение соседних диполей в противоположных направлениях. При этом формируется особая динамика при сосредоточении элементарных зарядов (ионов и катионов) на концах диполей и их рассеянии по всей оболочке в ячейке. Так, формируемая частота всплесков наибольшей поляризованности зарядов в ячейках, видимая из рис. 6, а, раз в 6 меньше частоты накачки. Об этом же свидетельствуют спектры мощности (рис. 6, б

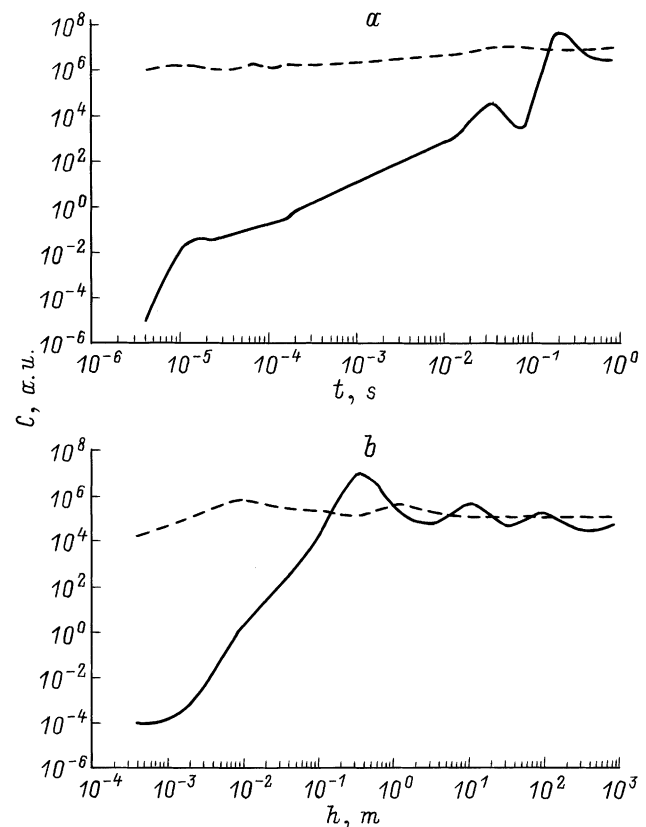


Рис. 5. Уровень максимальных значений поляризованности зарядов в зависимости от времени (а) и размера (б) в модельной системе при $\Omega \sim 31$ Нз, $E = 10^{-6}$ (сплошная кривая) и 10^5 В/м (штриховая кривая).

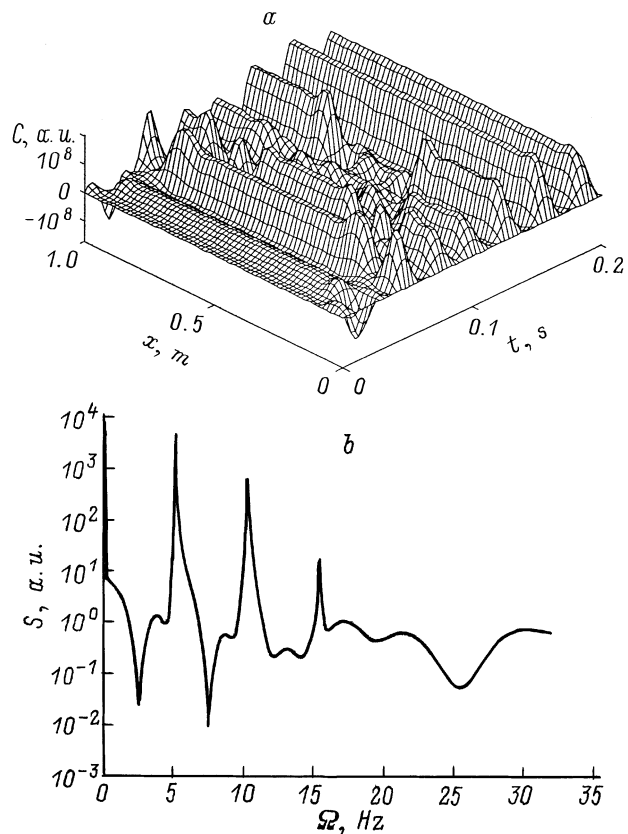


Рис. 6. Зависимость уровня поляризации зарядов в системе осцилляторов при сверхслабом воздействии $\Omega \sim 31$ Hz от координаты и времени (a) и соответствующие спектры мощности после усреднения по всей длине цепочки (b).

и 7, b), соответствующие зависимостям на рис. 6, a и 7, a. К примеру, при сверхслабой гармонической накачке системы на частоте $\Omega = 31$ Hz, как следует из рис. 7, a, формируются всплески поляризации на основной частоте $f \sim 5$ Hz и ее субгармониках $2f$ и $3f$. Численные эксперименты также показали, что при изменении некоторых параметров в системе могут происходить бифуркации, вызывающие появление или исчезновение субгармоник и на других частотах. Из рис. 7, a видно, что при $c_0 > 10^1$ и накачке на частоте $\Omega = 31$ Hz спектр мощности для зависимости фазовой скорости от времени при усреднении по всей длине цепочки является сплошным. Значительные осцилляции фазовой скорости на выделенных частотах, как видно из соответствующих спектров мощности (рис. 7, c), имеются лишь только при ограничении возможного минимального количества поляризующихся зарядов в области $c_0 < 10^0$.

Обсуждение результатов

Полученные результаты свидетельствуют, что при действии на описываемую систему осцилляторов (с переменными дипольными моментами) гармонического воз-

мущения на любой из сверхнизких частот резонансный отклик достигается в течение 3–5 периодов. Затем в течение следующих 3–7 периодов (в зависимости от различных параметров) система находится в состоянии хаотизации перед переходом к зависимости, описываемой дисперсионным уравнением типа дебаевского. К этому же моменту времени в системе формируются солитоноподобные волновые пакеты, закрепленные на концах или заполняющие всю длину цепочки. Все это, естественно, говорит о нелинейности динамических процессов, свойственных для представленной модельной

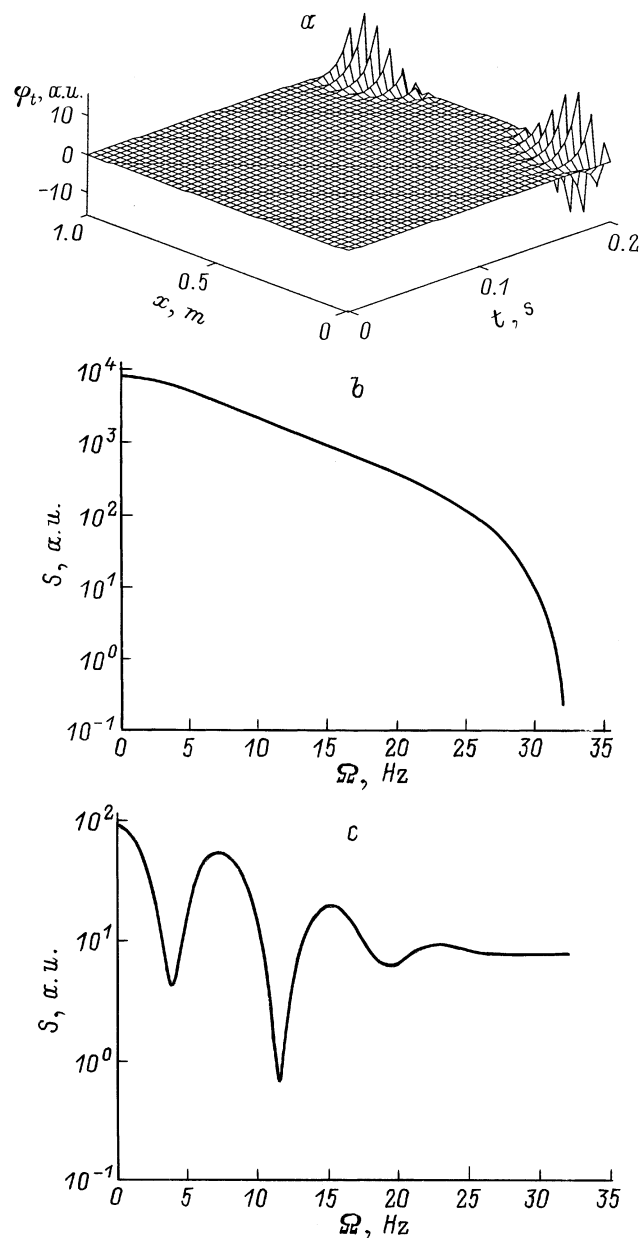


Рис. 7. Зависимость фазовой скорости в системе осцилляторов (a) от координаты и времени при сверхслабом воздействии и $\Omega \sim 31$ Hz для стандартных параметров и соответствующих спектров мощности после усреднения по всей длине цепочки для $c_0 > 10^1$ (b) и для $c_0 < 10^0$ (c).

системы связанных осцилляторов, описанной в итоге нелинейным уравнением типа \sin -Гордона. Связи, в частности, характеризуются сложной, явно нелинейной зависимостью уровня поляризации в любой ячейке от соответствующей поляризованности соседних ячеек, частоты колебательных движений сосредоточенных зарядов в них и квадратичным кулоновским взаимодействием с переменной дистанцией между зарядами. Понятно, что, изменяя параметры исходных уравнений, можно достигнуть значительно большего разнообразия в конкретных траекториях и локализациях основных и спутанных резонансов в спектрах, ширины зоны хаотизации и даже появления доменной структуры уровней и знаков поляризации по длине цепи. Кроме того, более точное и полное представление о характере явлений в подобной модели можно было бы получить при рассмотрении двухмерного или даже трехмерного ее варианта. Характер наблюдаемых в расчетах явлений, как можно предположить, существенно изменится, если учесть в модели роль магнитного поля осциллирующих диполей. При более высоких возбуждающих частотах влияние индуцируемого магнитного поля на дисперсионном участке с формирующимися солитонами, очевидно, будет приводить к частичному рассеянию сосредоточенных зарядов. Этот фактор может внести дополнительный вклад в уменьшение поляризации в дипольных осцилляторах на средних частотах.

Размерный эффект и соответственно сверхчувствительность описываемой цепи осцилляторов к сверхслабым периодическим сигналам являются прямым следствием существенно нелинейных связей между диполями, имеющими момент, изменяющийся в весьма широком диапазоне значений главным образом за счет вариации количества сосредоточенных зарядов от 0 и вплоть до $c_1 \approx c_0(\epsilon_s - \epsilon_\infty)$. Последняя величина в наших расчетах могла быть в принципе порядка 10^{11} . Для сравнения отметим, например, что равное значению $c_1 \sim 10^{11}$ количество вовлеченных в гребень морской штормовой волны молекул воды эквивалентно ее высоте в $h \approx c_1 \times d_{\text{mol}} \sim 30 \text{ m}$ (при $d_{\text{mol}} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$)! Это сравнение основано на том хорошо известном факте [13], что глубина и характерный размер водоемов играют определяющую роль в возможности формирования соответствующих амплитуд волн. Аналогом глубины столба воды, вовлекаемого в волнообразное движение, в нашем случае, очевидно, является количество зарядов, сосредоточивающихся на концах диполей в процессах поляризации. В терминологии теории волн на глубокой воде [14], которой было бы заманчиво воспользоваться и по отношению к изучаемому здесь явлению, можно было бы назвать супервозбуждаемые сверхслабыми сигналами мощные стоячие солитоны электромагнитными "штормовыми" волнами. Существенная разница заключается, однако, в том, что в нашей модели отсутствуют потери энергии волн на границах, поскольку для расчетов был выбран случай с зеркальными границами. Поэтому для обсуждаемых выше параметров модели электромагнит-

ные "штормовые" волны могут возникать уже при длине цепи осцилляторов порядка $l > 1 \text{ cm}$. Этот размер при увеличении расстояния между осцилляторами и их собственных размеров, конечно, увеличивается и достигает порядка $l > 1 \text{ m}$. Естественно предположить, что в реальных системах, которые могут описываться нашей моделью, пороговый размер, необходимый для раскочки сверхслабыми сигналами мощных возбуждений типа "штормовых" волн, будет заметно больше, но все равно в пределах нескольких десятков сантиметров.

Косвенным экспериментальным свидетельством возможности существования именно такой динамики колебаний, которая найдена в численных расчетах для нашей модели, очевидно, является эффект сверхчувствительности кристаллогидратов к воздействию на них весьма слабым СНЧ электрическим полем в довольно узком диапазоне $20 < \Omega < 40 \text{ Hz}$ [1–3]. Этот эффект, по видимому, и приводит в определенных условиях к сильному падению (вплоть до 1.5–2 раз) механической устойчивости сильно сжимаемых кристаллогидратов. Очевидно, по профилю дна ямы СНЧ спектра порога механической устойчивости можно реконструировать спектр максимальной сверхчувствительности системы на СНЧ. Привлекательность использования именно этого эффекта в качестве сверхчувствительного на СНЧ датчика заключается в следующем. Сверхчувствительность становится возможной, как представляется [1–3], когда кристаллогидраты находятся в кратковременных состояниях фазовых переходов с их частичной дегидратацией, индуцированной сильно неоднородным сжатием при высоком давлении $> 5 \text{ kbar}$ или нагревании. В таких состояниях кристаллогидраты являются по существу гетерогенными средами, которые можно представлять виртуальными одномерными "морями" нелинейных электромагнитных осцилляторов (в идеальном случае в виде зерен с двойными электрическими слоями). С одной стороны, кратковременность фазовых переходов, очевидно, и позволяет проследить спектр сверхчувствительности на начальном по времени участке возбуждений системы. С другой же стороны, из результатов модельных расчетов для реалистических параметров, которые мы старались использовать в данной работе, видимо, можно найти оценку для средней продолжительности фазовых превращений типа дегидратации в условиях сильно неоднородного сжатия. Эта продолжительность превращений такова, что в течение нее успевает сформироваться резонансное электромагнитное возбуждение с некоторыми пороговыми параметрами, при которых сверхчувствительность на СНЧ эффективно детектируется посредством индуцирования характерного отклика в среде (падение ее механической устойчивости). Поскольку ни при каких условиях реакция среды на ее электромагнитное возбуждение не распространялась на весь СНЧ диапазон, что могло быть, если бы пороговые условия для эффективного отклика возникли бы лишь ко времени прихода состояния возбужденности системы на дисперсионный участок поляризационной зависимости, то логично заключить, что реальная

возможность для раскачки осцилляторов в системе прерывалась еще на резонансном участке. Если следовать экспериментальным свидетельствам [1–3], то наиболее устойчивое проявление СНЧ восприимчивости систем с узким резонансноподобным пиком имеется в диапазоне внешних возбуждений на частотах $20 < \Omega < 40$ Hz. Из рис. 2 видно, что этому диапазону соответствует продолжительность внешней СНЧ накачки, имеющая порядок $t \sim 0.1–0.2$ s. Становится очевидным, что попытки интерпретации аномальной возбуждаемости описываемых гетерогенных систем на СНЧ в узком диапазоне частот $20 < \Omega < 40$ Hz как возможного следствия лишь только частотной дисперсии типа дебаевской [1–3] приводили к недостаточно точным допущениям о существовании значительного большего времени релаксаций в дисперсионных системах ($\tau \sim 10^{-2}–10^{-1}$ s), чем имеются на самом деле, поскольку именно при завышенных, относительно истинных временах релаксации получаемые в ранних моделях максимумы находились более или менее в тех же диапазонах СНЧ, что и наблюдаемые диапазоны падения порога возбуждения эффекта Бриджмена. В действительности из соответствующих экспериментов на некоторых модельных объектах следует [3], что при нормальной температуре для описываемых дисперсных систем $\tau \sim 10^{-5}$ s. По-видимому, корректная интерпретация природы обнаруженного в работе [2] сдвига пика возбуждаемости в СНЧ спектре для сильно неоднородно сжимаемых кристаллогидратов также невозможна в рамках ранее предложенных моделей. Между тем из предложенной здесь модели следует, что сдвиг пика супервозбуждаемости в СНЧ спектре к чуть более высоким частотам, вызванный ростом температуры сильно сжимаемого кристаллогидрата, формально обусловлен уменьшением времени задержки до порога возбуждения электромагнитного ”шторма” еще на резонансном участке. Причем из численных анализов следует, что эту задержку не могут вызвать ни возможное увеличение количества зарядов в ячейках при их нагревании, ни изменение уровня диссипации колебательной энергии системы или характерных размеров ячеек и расстояний между ними и т.д. Очевидно, указанный сдвиг может быть обусловлен более коротким периодом времени с фазовыми превращениями в кристаллогидратах при сильном сжатии и нагревании. В результате может быть уменьшен интервал времени резонансного возбуждения системы и соответственно произойдет сдвиг пикового СНЧ возбуждения к чуть более высоким частотам.

Добавим ко всему этому, что недавно теоретически обнаружен [15] эффект сверхчувствительности, который может наблюдаться в модели передемпфированного крамерсовского осциллятора при действии на него слабыми переменными сигналами с параметрическим шумом. Высокая чувствительность к слабому постоянному возмущению с добавлением шума изучалась также на примере хиральной селективной химической реакции [16]. Сверхчувствительность, наблюдаемая в нашей модели, отличается от упомянутых тем, что ин-

дуцируется слабыми переменными сигналами и уровень отклика зависит от размера системы осцилляторов, времени внешнего возмущения и других параметров. Однако сверхчувствительность в нашей системе возникает не из-за кардинальной смены асимптотического поведения системы (т.е. в результате кроссовера) при незначительном изменении какого-либо параметра в модельных уравнениях, эффективно управляемого шумом, а из-за эффектов нелинейности, приводящих к гигантским локальным концентрациям зарядов в цепочке. Поэтому для проявления сверхчувствительности природных систем, которые могут описываться нашей моделью, нет необходимости создавать специальные условия с пограничными состояниями, приводящими к кроссоверу.

В определенной степени, вероятно, обнаруженные в последнее время явления возбуждений и синхронизации электромагнитных осцилляций на частотах $\sim 25–35$ Hz, возникающие в биологических системах на различных иерархических уровнях (от нейронов до макроскопических биологических объектов [4–6]), также можно интерпретировать как возникновение сверхчувствительности на СНЧ, обусловленное размерным эффектом. Действительно, возбуждения на СНЧ фиксировались в биологических телах типа яблок или грибов, когда однотипные тела приближали друг к другу на достаточно близкое расстояние вплоть до касания [4–6], тем самым увеличивая эффективный размер цепочек ”клеточных” осцилляторов. Конечно, это предположение является дискуссионным, поскольку нельзя не учитывать возможность стимулирования сверхчувствительности в биологических системах посредством каких-либо химических реакций, обусловленных сенсорными или рефлекторными механизмами ”обонятельного” типа [4–6]. Тем не менее динамика процессов возбуждения биологических систем с кратковременным резонансом именно на СНЧ $\sim 25–35$ Hz и всего лишь в течение нескольких миллисекунд с переходом к подобию дисперсионного плато неплохо согласуется с результатами вычислений в рамках наших модельных представлений.

В итоге обсуждений оценим локальные величины напряженности электрического поля E_{int} , которые могут временно возникать между оболочками двух ближайших зерен при интенсивных колебаниях зарядов в условиях локальных фокусировочных эффектов во время электромагнитного ”шторма”. Из формулы $E = Q^2(4\epsilon\epsilon_0\pi r^2 q_0)^{-1}$ при максимально возможных в указанных процессах нескомпенсированных зарядах на концах осциллирующих диполей $Q \sim 10^{-12}–10^{-9}$ C можно получить $E_{\text{int}} \sim 10^7–10^{11}$ V/cm. Такие зарядовые ”штормы”, очевидно, могут привести к массовым, локализованным в пространстве микропробоям с сопровождающими их ударными волнами и взрывоподобными эффектами. О возможности подобных явлений для различных материалов в относительно слабых СНЧ электрических полях свидетельствуют работы [1–3].

Заключение

Таким образом, в данной работе предложен потенциал взаимодействия дипольных осцилляторов в цепочке с взаимозависимыми переменными моментами и минимальными расстояниями $a \geq 2r + \Delta$ между диполями. На основе этого потенциала было решено уравнение Эйлера–Лагранжа и получено соответствующее нелинейное одномерное уравнение движения, преобразованное к уравнению типа синус-Гордона с диссипацией.

Численный анализ этих уравнений позволяет сделать вывод о возможном в таких модельных системах протекании процессов с существенно нелинейной динамикой. Было показано, что в самом начале гармонического возмущения модельная система имеет резонансный тип возбуждения, переходящий через некоторое время после периода хаотизации к дебаевскому типу дисперсии. Причем резонансная частота системы сдвигается до перехода к хаотизации по направлению ко все более верхним частотам вплоть до долей Нз. Совершенно естественно, что в результате численных расчетов обнаружены и другие интересные проявления модельной системы, характерные для многих других систем с нелинейными связями. Среди них следует отметить появление до периода хаотизации при "разогреве" дополнительных резонансных частот и после выхода системы из этого периода солитоноподобных объектов.

Одной из наиболее интересных находок являются размерный эффект и связанная с ним возможность сверхчувствительности модельных систем к сверхслабым периодическим сигналам. Как здесь представляется, подобные эффекты уже наблюдались и в экспериментах [1–6] при возмущении сверхнизкочастотным электрическим полем некоторых типов дисперсных систем. Наблюдаемая в экспериментах [1–3] сверхчувствительность кристаллогидратов миллиметровых размеров в соответствующем дисперсном состоянии к достаточно слабым периодическим сигналам, в 1000 раз меньшим, чем обычно необходимо для электрического пробоя таких диэлектриков, очевидно, является первым свидетельством возможного проявления размерного эффекта.

Конечно, в этой работе автор был вынужден ограничиться далеко не самым полным приближением к реальным системам осцилляторов с переменными дипольными моментами. Однако совпадения ряда явлений, возникающих в модельной системе и наблюдаемых в физических экспериментах, позволяют надеяться на возможность обнаружения в природе и других эффектов, найденных в результате расчетов.

Автор выражает благодарность Т.В. Бакицкому за полезные дискуссии.

Приложение

Для численного решения (49) используем соответствующий конечно-разностный метод (см., например, [17,18]). Сопоставив функцию $\varphi(x, t)$ и сеточную

функцию $\varphi_{n,i} = \varphi(ih, nk)$, получим следующие аппроксимации для решения уравнения (49):

$$\varphi_t = (\varphi_{n+1,i} - \varphi_{n-1,i})/2k + O(k^2), \quad (\text{П1})$$

$$\varphi_{tt} = (\varphi_{n+1,i} - 2\varphi_{n,i} + \varphi_{n-1,i})/k^2 + O(k^2), \quad (\text{П2})$$

$$\varphi_{xx} = (\varphi_{n+1,i+1} - 2\varphi_{n+1,i} + \varphi_{n+1,i-1} + \varphi_{n-1,i+1} - 2\varphi_{n-1,i} + \varphi_{n-1,i-1})/2h^2 + O(h^2 + k^2). \quad (\text{П3})$$

Подставляя (П1)–(П3) в (49) и пренебрегая членами разложения $O(k^2)$ и $O(h^2)$, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} a_1(\varphi_{n+1,i+1} + \varphi_{n+1,i-1} + \varphi_{n-1,i+1} + \varphi_{n-1,i-1}) \\ + a_3\varphi_{n+1,i} + a_2\varphi_{n-1,i} + a_4\varphi_{n,i} = \Theta_0^2 \sin(\varphi_{n,i}) - \gamma; \\ i = 1, 2, \dots, I; \quad n = 0, 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (\text{П4})$$

где

$$\begin{aligned} a_1 = v_0^2/2h^2; \quad a_3 = (v_0^2/h^2 + 1/k^2 + \eta/2k); \\ a_2 = (\eta/2k - v_0^2/h^2 + 1/k^2); \quad a_4 = -2/k^2. \end{aligned} \quad (\text{П5})$$

Здесь параметры v_0 , Θ_0 , η и γ выражаются соответственно из соотношений (50)–(53) с пошаговыми изменениями координаты $x = ih$ и времени $t = nk$. Схема решения уравнения типа (П4) для $k = h$ может быть устойчивой при шаге не больше $h = 0.1$ [12]. Тогда, например, для модельных значений $I \sim 1000$ и $N \sim 1000$ с $h \sim 0.001$ м и $k = 0.001$ с размер одномерной цепочки и время наблюдения за поведением модели в системе СИ будут иметь соответственно порядки $l = Ih = 1$ м и $t = Nk = 1$ с.

Список литературы

- [1] Фатеев Е.Г. // Докл. РАН. 1997. Т. 354. № 2. С. 252–255.
- [2] Фатеев Е.Г. // Письма в ЖЭТФ. 1997. Т. 65. Вып. 12. С. 876–880.
- [3] Фатеев Е.Г. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 6. С. 93–105.
- [4] Stopfer M., Bhagavan S., Smith B., Laurent G. // Nature. 1997. Vol. 390. P. 70–74.
- [5] Murthy V.N., Fetz E.E. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1992. Vol. 89. P. 5670–5674.
- [6] MacLeod K., Laurent G. // Science. 1996. Vol. 274. P. 976–979.
- [7] Солитоны в действии / Под ред. К. Лонгрена, Э. Скотта. М.: Мир, 1981.
- [8] Давыдов А.С. Солитоны в молекулярных системах. Киев: Наукова думка, 1988. 304 с.
- [9] Дебай П. Полярные молекулы. Пер. с нем. М., Л.: ГНТИ, 1931. 247 с.
- [10] Хагедорн Р. // УФН. 1967. Т. 91. Вып. 2. С. 151–164.
- [11] Челидзе Т.Л., Деревянко А.И., Куриленко О.Д. Электрическая спектроскопия гетерогенных систем. Киев: Наукова думка, 1977.
- [12] Додд Е., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988.
- [13] Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана. М.: Мир, 1969.

- [14] *Лайтхил Дж.* Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981.
- [15] *Гинзбург С.Л., Пустовойт М.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1998. Т. 67. Вып. С. 592–596.
- [16] *Kondepudi D.K., Prigogine I., Nelson G.W.* // Phys. Lett. 1985. Vol. A111. P. 29–32.
- [17] *Ames W.F.* Numerical Methods for Partial Differential Equations. New York: Academic, 1977.
- [18] *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.