

01;07;12

Энерговклад осколков деления в лазерах с ядерной накачкой.**I. Общий метод расчета**

© В.Ю. Матьев

Российский федеральный ядерный центр
 Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
 607190 Саров, Нижегородская область, Россия

(Поступило в Редакцию 28 октября 1999 г. В окончательной редакции 22 февраля 2000 г.)

Изложен общий метод расчета энерговклада осколков деления в лазерах с ядерной накачкой. Конкретно рассмотрена цилиндрическая геометрия кюветы.

Введение

Проблема прямого преобразования ядерной энергии в когерентное световое излучение активно изучается в России и США [1–3]. Основным принципом ядерной накачки лазеров заключается в создании рекомбинационно-неравновесной плазмы путем облучения газа ионами (осколками деления или легкими ионами) — продуктами ядерных реакций, протекающих под воздействием нейтронного облучения либо в газе (внутренняя накачка), либо в тонком слое вещества (называемом ”активным слоем”), помещенного на подложке внутри лазерной кюветы (наружная накачка). В качестве облучающих ионов наибольший практический интерес представляют осколки деления.

Энерговклад облучающих газ ионов лежит в основе процессов, формирующих оптические и энергетические характеристики лазерного излучения. Методы расчета энерговклада разрабатывались сначала в радиационной химии [4–9], затем в рамках ядерно-лазерной проблематики [10–14]. Для активных слоев бесконечной плоской геометрии задача решена полностью [8,14]. Однако на практике [15] используют слои конечной плоской (прямоугольной) и цилиндрической геометрии. Для цилиндрических слоев применялись метод Монте-Карло [9] и квадратурный метод [12], однако лишь для интегрального энерговклада были получены приемлемые результаты, тогда как для расчета оптических неоднородностей необходимо пространственное распределение энерговклада. Для прямоугольных слоев энерговклад не рассчитывался.

В данной работе излагается общий квадратурный метод расчета энерговклада [16,17], применимый для произвольной геометрии слоев и неоднородной плотности сред.

Физические основы расчетного метода

Расчет энерговклада обычно проводится [4–14] в следующих приближениях: (I) разлет образуемых в активном слое ионов изотропен; (II) траектория полета ионов прямолинейна; (III) торможение ионов происходит

мгновенно. Спектр ионов будем полагать моноэнергетическим. Для осколков деления такое приближение обеспечивает достаточную точность расчета [5,9]. Ключевую роль в расчете энерговклада играет ”закон торможения” — зависимость энергии иона E от расстояния l . Обычно [4–14] ее задают эмпирической формулой

$$E(l) = E_0(1 - L)^n, \quad L = \sum_i \frac{l_i}{R_i}, \quad (1)$$

где E_0 — начальная энергия иона; l_i — расстояния, пройденные ионом в поочередно пересекаемых средах; R_i — пробег в среде i ; n — параметр закона торможения.

Чтобы обобщить эту формулу на случай сред неоднородной плотности и прояснить пределы ее применимости, будем исходить из тормозной способности $S(E) = -dE/(Ndl)$, где N — концентрация атомов среды. По данным экспериментов [18,19], тормозная способность для широкого круга сред с хорошей точностью представима в мультипликативном виде

$$S \approx \zeta s(E), \quad (2)$$

где функция $s(E)$ зависит от иона, а параметр ζ — от среды.

Для однородной среды

$$\eta(E_0) - \eta(E) = \zeta Nl, \quad \eta(E) = \int_0^E \frac{dE'}{s(E')}, \quad R(E) = \frac{\eta(E_0)}{\zeta N}.$$

Если ион пересекает ряд сред переменной плотности $N_i = N_i(l)$, то

$$\eta(E_0) - \eta(E) = \sum_i \zeta_i \int_{l_i} N_i(l) dl,$$

$$\eta(E) = \eta(E_0)(1 - L), \quad L = \sum_i L_i,$$

$$L_i = \frac{\zeta_i \bar{N}_i}{\eta(E_0)} \int_{l_i} \frac{N_i(l)}{\bar{N}_i} dl = \frac{1}{\bar{R}_i} \int_{l_i} \frac{\rho_i(l)}{\bar{\rho}_i} dl = \int_{l_i} \frac{dl}{R_i(l)},$$

$$\bar{R}_i = R_i(\bar{\rho}_i), \quad R_i(l) = \bar{R}_i \frac{\bar{\rho}_i}{\rho_i(l)}, \quad (3)$$

где \bar{N}_i — средняя концентрация атомов среды i , $\rho_i(l)$ и $\bar{\rho}_i$ — локальная и средняя плотность среды i . Полная потеря энергии ионом ($E = 0$) соответствует условию $L = 1$. Итак, закон торможения для набора неоднородных сред можно представить в виде

$$E(l) = E_0 u(L), \quad u(L) = E_0^{-1} \eta^\# [\eta(E_0)(1 - L)], \\ L \leq 1, \quad u(L = 1) = 0, \quad (4)$$

где $\eta^\#$ — функция, обратная к η ; $\eta^\#[\eta(E)] = E$.

Так, для зависимости $S(E) = \zeta_i E^p$ и однородной плотности сред получаем (1), причем $n = 1/(1 - p)$, $R = E_0^{1-p} [(1 - p)\zeta_i N]^{-1}$. Линейный закон торможения ($n = 1$, $p = 0$, $S = \text{const}$) можно использовать для легких ионов вблизи максимума тормозной способности. Показатели $n < 1$ ($p < 0$) имеют смысл лишь в бете-блоховском регионе скоростей. Для осколков деления имеются две традиции. Одна из них ("закон 3/2", $n = 3/2$, $p = 1/3$) [7,12,20] опирается на измеренную зависимость [21] пробега осколков от энергии. Другая традиция ("квадратичный закон" $n = 2$, $p = 1/2$) [4,9] подтверждается измерениями [5] энергетического спектра осколков, излучаемых из урановых слоев. Отметим, что в формуле (1) "пробег" — это параметр, обеспечивающий точность закона торможения. Измеряемый пробег осколков определяется в основном финальной стадией торможения, где тормозная способность минимальна, поэтому "закон 3/2" можно использовать для расчета концентрации заторможенных осколков. Энерговклад же определяется главным образом начальной стадией торможения, когда тормозная способность максимальна, и при расчете энерговклада лучше использовать квадратичный закон, приспособленный именно для "начального участка трека" [4]. Выбор $p = 1/2$ ($n = 2$) лучше соответствует как теории торможения, так и экспериментам с другими ионами [18,19,22].

Математическая формулировка расчетного метода

Рассмотрим кювету (рис. 1), в которой активный слой занимает объем V_A между поверхностями s_1 и s_2 и покрыт защитным покрытием (область между поверхностями s_0 и s_2). Облучаемый объем газа V_0 ограничен поверхностями s_0 и s_3 (в s_3 включены противоположная стенка и сечение боковых зазоров). Для однородного по активному слою (или хотя бы в пределах пробега ионов) потока нейтронов количество ядерных реакций $N^*(\mathbf{r}_A)$, протекающих в единице объема активного слоя за единицу времени, пропорционально плотности слоя $\rho_1(\mathbf{r}_A)$

$$N^*(\mathbf{r}_A) = \bar{N}^* \frac{\rho_1(\mathbf{r}_A)}{\bar{\rho}_1}, \quad (5)$$

где \bar{N}^* и $\bar{\rho}_1$ — средние по слою (в пределах пробега ионов) значения $N^*(\mathbf{r}_A)$ и $\rho_1(\mathbf{r}_A)$.

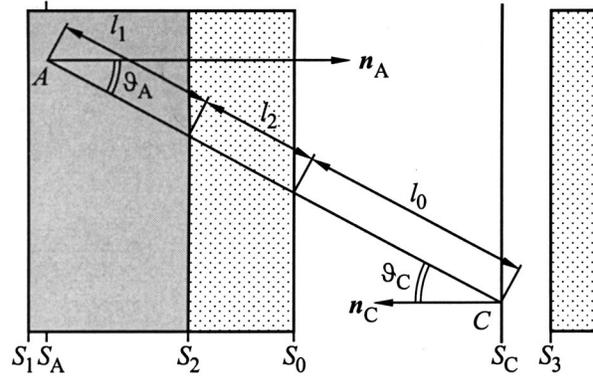


Рис. 1. Кювета лазера с ядерной накачкой: произвольная геометрия.

В рамках исходных приближений плотность потока энергии, создаваемая в произвольной точке C распределенными по активному слою, согласно (5), изотропными моноэнергетическими источниками ионов с начальной энергией E_0 , равна (рис. 1)

$$\Phi(\mathbf{r}_C) = \int_{V_A} \varphi_A(\mathbf{r}_C) E(l) dV_A,$$

$$\varphi_A(\mathbf{r}_C) = \frac{N^*(\mathbf{r}_A)}{4\pi l^2} \frac{\mathbf{l}}{l}, \quad l = l_{AC} = l_1 + l_2 + l_0. \quad (6)$$

Индексы 0, 1, 2 относятся к газу, активному слою и покрытию соответственно; интеграл берется в пределах пробега. Пусть dS_A — элемент площади поверхности s_A , проходящей через активный слой, ϑ_A — угол между нормалью \mathbf{n}_A к этой поверхности и вектором \mathbf{l} ; тогда $dV_A = (\mathbf{n}_A \cdot d\mathbf{l}_1) dS_A = \cos \vartheta_A dl_1 dS_A$. Пусть dS_C — элемент площади поверхности s_C , проходящей через точку C , ϑ_C — угол между нормалью \mathbf{n}_C к этой поверхности и вектором \mathbf{l} . Поток энергии, переносимой ионами через поверхность s_C , равен

$$\Psi(s_C) = \int_{s_C} (\mathbf{n}_C \Phi(\mathbf{r}_C)) dS_C \\ = \int_{s_C} \int_{V_A} \frac{N^*(\mathbf{r}_A)}{4\pi l^3} E(l) (\mathbf{n}_C \mathbf{l}) (\mathbf{n}_A d\mathbf{l}_1) dS_A dS_C \\ = \int_{s_C} \int_{V_A} N^*(\mathbf{r}_A) E(l) \cos \vartheta_A dl_1 dS_A \frac{d\Omega_A}{4\pi} \\ = \int_{s_C} \int_{V_A} N^*(\mathbf{r}_A) E(l) \cos \vartheta_C dl_1 dS_C \frac{d\Omega_C}{4\pi}, \quad (7)$$

где $d\Omega_A = \cos \vartheta_C dS_C / l^2$ и $d\Omega_C = \cos \vartheta_A dS_A / l^2$ — элементы телесного угла в системах координат с центрами в точках A и C ; оба варианта формулы (7) равноправны.

Удельный энерговклад (мощность энергии, поглощаемой в единице объема) равен

$$F(\mathbf{r}_C) = -\operatorname{div} \Phi(\mathbf{r}_C) = \int_{V_A} N^*(\mathbf{r}_A) \left(-\frac{dE(l)}{dl} \right) dl_1 \frac{d\Omega_C}{4\pi}. \quad (8)$$

Формулы (7), (8), представленные ранее [16], применимы к любой геометрии слоя и для любого закона торможения. Тормозная способность вида (2), приводящая к закону торможения (4), позволяет проинтегрировать по толщине слоя. С учетом (3), (5)

$$N^*(\mathbf{r}_A) dl_1 = \bar{N}^* \bar{R}_1 dL_1. \quad (9)$$

Подставляя в (8), получаем

$$F(\mathbf{r}_C) = \bar{N}^* E_0 \frac{\bar{R}_1}{\bar{R}_0} \frac{\rho_0(\mathbf{r}_C)}{\bar{\rho}_0} j(\mathbf{r}_C),$$

$$j(\mathbf{r}_C) = w_C(s_2) - w_C(s_1), \quad (10)$$

$$w_C(s_A) = \int_{s_A} \hat{u}(L_{AC}) \frac{d\Omega_C}{4\pi}, \quad L_{AC} = L_0 + L_1 + L_2. \quad (11)$$

Здесь для учета дальности полета ионов ($L \leq 1$) введена доопределенная функция

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Аналогичная формула для однородного активного слоя и закона торможения (1) приведена без вывода в работе [14]. Функция $j(\mathbf{r}_C)$ содержит всю информацию об активном слое и законе торможения. Максимальное значение этой функции (единица) достигается в пустой полости, окруженной толстым (толще пробега) активным слоем.

Для интегрального энерговклада, подставляя (9) в (7), имеем

$$\Psi(s_C) = \bar{N}^* E_0 \bar{R}_1 [S_2 W(s_2, s_C) - S_1 W(s_1, s_C)], \quad (12)$$

$$W(s_A, s_C) = \int_{s_C} \int_{s_A} \hat{U}(L_{AC}) \cos \vartheta_A \frac{dS_A}{S_A} \frac{d\Omega_A}{4\pi}$$

$$= \int_{s_A} \int_{s_C} \hat{U}(L_{AC}) \cos \vartheta_C \frac{dS_C}{S_A} \frac{d\Omega_C}{4\pi},$$

$$U(L) = \int_L^1 u(L') dL'. \quad (13)$$

Переменная L_{AC} изменяется так, что при интегрировании по $d\Omega_A$ точка A неподвижна, а точка C обегает поверхность s_C ; при интегрировании по $d\Omega_C$ точка C неподвижна, а точка A обегает поверхность s_A . Функция $U(L)$ выражает долю энергии, переносимую из толстого (толще пробега) активного слоя на расстоянии L . Для закона торможения (1) $U(L) = (1 - L)^{n+1} / (n + 1)$. Для

характеристики слоя в целом используют коэффициент эффективности ε [9], равный отношению мощности Q_0 энергии, поглощаемой во всем газе, к мощности Q_1 энергии, выделяемой во всем слое; $Q_1 = \bar{N}^* E_0 V_A$. Активный слой можно считать тонким, его толщина d_1 на несколько порядков меньше продольных размеров, поэтому $S_0 = S_1 = S_2$, $V_A = S_1 d_1$. Тогда

$$Q_0 = \Psi(s_0) - \Psi(s_3) = \bar{N}^* E_0 \bar{R}_1 S_1 \cdot J(s_0, s_3),$$

$$J(s_0, s_3) = W(s_2, s_0) - W(s_1, s_0) - W(s_2, s_3) + W(s_1, s_3), \quad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_1} = \frac{\bar{R}_1 S_1}{V_A} J(s_0, s_3) = \frac{1}{D_1} J(s_0, s_3), \quad D_1 = \frac{d_1}{\bar{R}_1}. \quad (15)$$

Если поверхности s_0 (через которую энергия втекает в газ) и s_3 (через которую энергия вытекает из него) совпадают (например, для цилиндрических активных слоев), разделение внутренней поверхности лазерной кюветы на s_0 и s_3 имеет тот смысл, что $\Psi(s_0)$ учитывает всю втекающую в газ энергию, а $\Psi(s_3)$ — всю вытекающую энергию. Аналогично рассчитывается энерговклад для внутренней накачки, когда в состав газа вводится вещество — источник ионов: He^3 [10] или UF^6 [11] (в первом случае надо еще учесть ослабление потока нейтронов). Аналогично (5), (9) $N^*(\mathbf{r}) = \bar{N}^* \rho_0(\mathbf{r}) / \bar{\rho}_0$, $N^*(\mathbf{r}) dl_1 = \bar{N}^* \bar{R}_0 dL_0$. Для удельного энерговклада (8) вместо (10), (11)

$$F(\mathbf{r}_C) = \bar{N}^* E_0 \frac{\rho_0(\mathbf{r}_C)}{\bar{\rho}_0} j(\mathbf{r}_C), \quad j(\mathbf{r}_C) = 1 - w_C(s_0).$$

Функция $w_C(s_0)$ задается согласно (11), где $L_{AC} = L_0$; интегрирование проводится по замкнутой поверхности s_0 , ограничивающей объем газа. Мощность поглощаемой в газе энергии $Q_0 = Q_1 - \Psi(s_0)$, где $Q_1 = \bar{N}^* E_0 V_0$ — мощность энергии, выделяемой в объеме газа V_0 , $\Psi(s_0)$ — энергия, уносимая из кюветы. Из (7) аналогично (12)–(15)

$$\Psi(s_0) = \bar{N}^* E_0 \bar{R}_0 S_0 [W(s_0, s_0) - W(s_0, s_3)],$$

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_1} = 1 - \frac{\bar{R}_0 S_0}{V_0} [W(s_0, s_0) - W(s_0, s_3)],$$

$$W(s_0, s_0) = \int_{s_C} \int_{s_A} U(0) \cos \vartheta_A \frac{dS_A}{S_A} \frac{d\Omega_A}{4\pi}$$

$$= U_0 \int_{s_C} \cos \vartheta_A \frac{d\Omega_A}{4\pi} = \frac{U_0}{4}, \quad U_0 = U(0).$$

Как для наружной, так и для внутренней накачки энерговклад выражается через одни и те же вспомогательные функции $w_C(s_A)$ и $W(s_A, s_C)$, играющие ключевую роль.

Кювета бесконечной плоской геометрии

Для кюветы бесконечной плоской геометрии, когда распределение плотности всех сред имеет плоскостойкий характер и зависит только от поперечной координаты y , $d\Omega_C = d\Omega_A = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$, $L_{AC} = D_{AC} / \cos \vartheta$,

$\vartheta = \vartheta_A = \vartheta_C$ — угол между вектором \mathbf{l} и осью z , функции удельного и интегрального энерговклада (11), (13) принимают вид

$$w_C(s_A) = \frac{1}{2} \int_{D_{AC}}^1 \hat{u} \left(\frac{D_{AC}}{\cos \vartheta} \right) d(\cos \vartheta) \\ = \frac{D_{AC}}{2} \int_{D_{AC}}^1 \hat{u}(L) \frac{dL}{L^2}, \quad w(D_{AC} = 0) = \frac{1}{2}, \quad (16)$$

$$W(s_A, s_C) = \frac{1}{2} \int_{D_{AC}}^1 \hat{U} \left(\frac{D_{AC}}{\cos \vartheta} \right) \cos \vartheta d(\cos \vartheta) \\ = \frac{D_{AC}^2}{2} \int_{D_{AC}}^1 \hat{U}(L) \frac{dL}{L^3} = \frac{\hat{U}(D_{AC})}{4} - \frac{D_{AC}}{2} \hat{w}(D_{AC}), \\ W(D_{AC} = 0) = \frac{U(0)}{4}. \quad (17)$$

Бесконечная плоская геометрия для однородных сред рассмотрена в работах [4–9, 13], наиболее полно — в [8], где интегральный и удельный энерговклад представлены в квадратурах, которые согласуются с (16), (17); интеграл $\psi_k(a, b)$ из [8] связан с (16) соотношением $w(D) = (1/2)D\psi_k(1, D)$, $k = 1/n - 1$, где n — параметр закона торможения (1). Обобщение на случай неоднородного газа сделано в работе [14].

Кювета продольно-однородной геометрии

Рассмотрим кювету продольно-однородной геометрии (рис. 2): активный слой нанесен на поверхность пластин (длиной много больше R_0), плоских или изогнутых

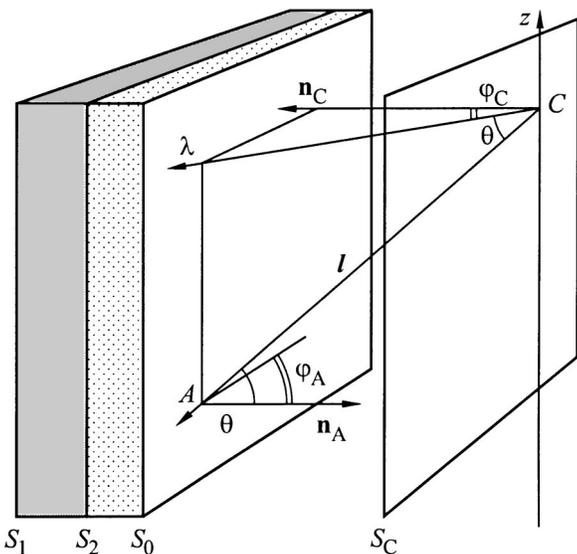


Рис. 2. Кювета лазера с ядерной накачкой: продольно-однородная геометрия.

вокруг оптической оси z так, что поперечное сечение кюветы однородно вдоль оси z . Такая геометрия кюветы не создает помех лазерным лучам и потому является наиболее общей [16]. Распределение плоскости сред также полагается продольно-однородным.

Построим в точке C систему координат $(\lambda, \varphi, \theta)_C$ (рис. 2). Ось λ направлена вдоль проекции вектора \mathbf{l} на поперечное сечение кюветы, φ — угол между осью λ и нормалью \mathbf{n}_C к поверхности s_C (нормаль лежит в том же поперечном сечении), θ — угол между осью λ и вектором \mathbf{l} . Такая же система координат строится в точке A . При этом $\theta_A = \theta_C$, $\cos \vartheta_C = \cos \theta \cos \varphi_C$, $\cos \vartheta_A = \cos \theta \cos \varphi_A$, $d\Omega_C = \cos \theta d\theta d\varphi_C$, $d\Omega_A = \cos \theta d\theta d\varphi_A$. Тогда

$$L_i = \frac{\Lambda_i}{\cos \theta}, \quad \Lambda_i = \frac{1}{\bar{\rho}_i \bar{R}_i} \int_{\lambda_i} \rho_i(\lambda, \varphi) d\lambda, \quad \lambda_i = l_i \cos \theta, \quad (18)$$

а функции энерговклада (11), (13) имеют вид [16]

$$w_C(s_A) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi} \hat{v}(\Lambda_{AC}) d\varphi_C, \\ v(\Lambda) = \int_0^{\arccos \Lambda} \hat{u} \left(\frac{\Lambda}{\cos \theta} \right) \cos \theta d\theta, \quad (19)$$

$$W(s_A, s_C) = \frac{1}{2\pi\sigma_A} \int_{\sigma} \int_{\varphi} \hat{V}(\Lambda_{AC}) \cos \varphi d\varphi d\sigma, \\ V(\Lambda) = \int_0^{\arccos \Lambda} \hat{U} \left(\frac{\Lambda}{\cos \theta} \right) \cos^2 \theta d\theta; \quad (20)$$

для ближней поверхности активного слоя (s_2) $\Lambda_{AC} = \Lambda_0 + \Lambda_2$, для дальней (s_1) — $\Lambda_{AC} = \Lambda_0 + \Lambda_1 + \Lambda_2$; переменная σ изменяется вдоль поперечного сечения поверхности s_C , если интегрирование проводится по dS_C , или поверхности s_A , если интегрирование проводится по dS_A ; σ_A — протяженность активного слоя в поперечном сечении поверхности s_A (по дуге σ). Функции $v(\Lambda)$ и $V(\Lambda)$ не зависят от формы поперечного сечения и профиля плотности. Так, для линейного закона торможения $u(L) = 1 - L$

$$v(\Lambda) = \sqrt{1 - \Lambda^2} - \Lambda \arccos \Lambda,$$

$$V(\Lambda) = \frac{1}{4} [(1 + 2\Lambda^2) \arccos \Lambda - 3\Lambda \sqrt{1 - \Lambda^2}],$$

для квадратичного закона торможения $u(L) = (1 - L)^2$

$$v(\Lambda) = \sqrt{1 - \Lambda^2} - 2\Lambda \arccos \Lambda + \Lambda^2 \text{Arth}(\sqrt{1 - \Lambda^2}), \quad (21)$$

$$V(\Lambda) = \frac{1}{6} [(1 + 6\Lambda^2) \arccos \Lambda - 5\Lambda \sqrt{1 - \Lambda^2} - 2\Lambda^3 \text{Arth}(\sqrt{1 - \Lambda^2})]. \quad (22)$$

Кювета цилиндрической геометрии

Рассмотрим активный слой, ограниченный коаксиальными цилиндрическими поверхностями радиуса r_1 и r_2 (рис. 3), толщина слоя $d_1 = r_1 - r_2 \ll r_2$; газ ограничен цилиндрической поверхностью радиуса r_0 . Такая геометрия является частным случаем продольно-однородной геометрии. Для расчета удельного энерговклада применимы формулы (10), (19), (21), величины Λ_i определяются согласно (18). Для однородных сред

$$\Lambda_1 = \frac{\sqrt{r_1^2 - r_C^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{r_2^2 - r_C^2 \sin^2 \varphi}}{R_1},$$

$$\Lambda_2 = \frac{\sqrt{r_2^2 - r_C^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{r_0^2 - r_C^2 \sin^2 \varphi}}{R_2},$$

$$\Lambda_0 = \frac{D_0}{2} \left(\sqrt{1 - \Delta_C^2 \sin^2 \varphi} - \Delta_C \cos \varphi \right),$$

$$D_0 = \frac{2r_0}{R_0}, \quad \Delta_C = \frac{r_C}{r_0}.$$

Здесь $\varphi \equiv \varphi_C$. Для $\pi/2 < |\varphi| \leq \pi$ удобнее использовать угол $\psi = \pi - \varphi$, $\cos \psi = -\cos \varphi$. Ограничимся рассмотрением непокрытых слоев $r_2 = r_0$, $\Lambda_2 = 0$. В этом случае

$$\Lambda_1 = 2D_1 \frac{1 + c/2}{Z},$$

$$Z = \sqrt{(1 + c)^2 - \Delta_C^2 \sin^2 \varphi} + \sqrt{1 - \Delta_C^2 \sin^2 \varphi},$$

$$D_1 = \frac{d_1}{R_1}, \quad c = \frac{d_1}{r_0}.$$

Функция $j(\Delta_C)$ определяется тремя параметрами D_0 , D_1 и $c \ll 1$ (на практике $c \sim 10^{-4}$); зависимостью от

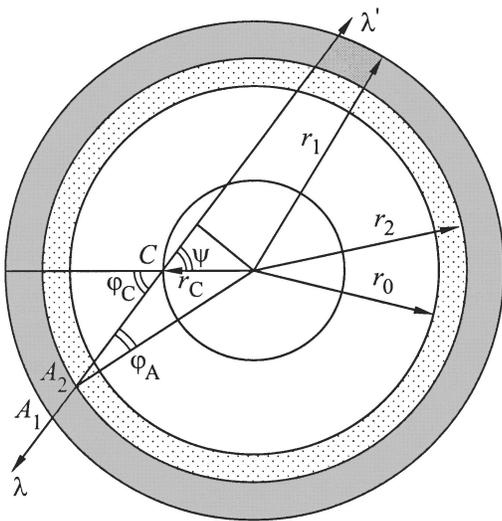


Рис. 3. Кювета лазера с ядерной накачкой: цилиндрическая геометрия.

параметра c при столь малых c можно пренебречь. Тогда

$$\Lambda_1 \approx D_1 (1 - \Delta_C^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2}; \quad (23)$$

на оси ($\Delta_C = 0$) $\Lambda_1 = D_1$, $\Lambda_0 = D_0/2$; на стенке ($\Delta_C = 1$) $\Lambda_1 \approx D_1/|\cos \varphi|$ (как в бесконечной плоской геометрии), а $\Lambda_0 = 0$ при $|\varphi| \leq \pi/2$, и $\Lambda_0 = D_0 \cos \psi$ при $\pi/2 < |\varphi| \leq \pi$. Для квадратичного закона торможения функция энерговклада на стенке при $D_0 = 1$ равна $j(\Delta_C = 1) = (2.5 + G)/\pi - 1/2 \approx 0.587$, где $G = 0.916 \dots$ — постоянная Каталана.

Интегральный энерговклад определен формулами (12), (20), (22). Для объема газа, ограниченного цилиндрической поверхностью s_C радиуса r_C , коаксиальной активному слою, мощность поглощаемой энергии аналогично (14) равна

$$Q_C = \bar{N}^* E_0 \bar{R}_1 S_1 J(r_C),$$

$$J(r_C) = W(s_2, s_C) - W(s_1, s_C) - W(s_2, s'_C) + W(s_1, s'_C),$$

$$W(s_A, s_C) = W(r_A, r_C) = \int_0^{\pi/2} \hat{V}(\lambda_{AC}) \cos \varphi_A \frac{d\varphi_A}{\pi}. \quad (24)$$

Здесь использована система координат с центром в точке A , для которой (рис. 3)

$$\Lambda_1 = \frac{r_1 \cos \varphi_A - \sqrt{r_2^2 - r_1^2 \sin^2 \varphi_A}}{R_1},$$

$$\Lambda_2 = \frac{\sqrt{r_2^2 - r_A^2 \sin^2 \varphi_A} - \sqrt{r_0^2 - r_A^2 \sin^2 \varphi_A}}{R_2},$$

$$\Lambda_0 = \frac{\sqrt{r_0^2 - r_A^2 \sin^2 \varphi_A} \mp \sqrt{r_C^2 - r_A^2 \sin^2 \varphi_A}}{R_0}.$$

Здесь $r_A = r_1$ для поверхности s_1 , $r_A = r_2$ для поверхности s_2 ; знак "минус" в Λ_0 относится к функциям $W(s_i, s_C)$, соответствующим вытекающей в объем энергии, знак "плюс" — к функциям $W(s_i, s'_C)$, соответствующим вытекающей энергии. Для определения коэффициента эффективности ε следует положить $r_C = r_0$. Аналогично (15)

$$\varepsilon = \frac{J(r_0)}{D_1},$$

$$J(r_0) = W(r_2, r_0) - W(r_1, r_0) - W(r_2, r'_0) + W(r_1, r'_0), \quad (25)$$

при этом для непокрытых слоев ($r_2 = r_0$) $\Lambda_0 = D_0 \cos \varphi_A$, а $\Lambda_1 \approx D_1/\cos \varphi_A$ аналогично (23). Для квадратичного закона торможения $W(r_0, r_0) = 1/12$, а при $D_1 \geq 1$, $D_0 = 1$ $J(r_0) = (77 + 18G)/(72\pi) - 1/3 \approx 0.07997$, где G — постоянная Каталана.

Сравним изложенную методику расчета энерговклада с более ранними. Впервые коэффициент эффективности цилиндрических активных слоев был рассчитан в работе [9] методом Монте-Карло. В расчетах использовался квадратичный закон торможения. Данные [9] (снятые

Коэффициент эффективности ε (в %) для непокрытых цилиндрических слоев

D_0	$D_1 = 0.3$		$D_1 = 0.5$		$D_1 = 1.0$	
	Данные [9]	Расчет по (24), (25)	Данные [9]	Расчет по (24), (25)	Данные [9]	Расчет по (24), (25)
0.1	5.36	5.34	4.14	4.03	2.14	2.20
0.2	10.0	9.64	7.29	7.20	3.61	3.88
0.3	13.4	13.06	10.0	9.66	5.00	5.15
0.4	15.7	15.75	11.4	11.51	6.21	6.09
0.5	17.5	17.80	12.9	12.87	6.60	6.76
0.6	19.3	19.30	13.9	13.81	7.14	7.24
0.7	20.0	20.36	14.3	14.46	7.60	7.56
0.8	21.0	21.07	14.8	14.88	7.86	7.77
0.9	21.5	21.52	15.1	15.15	7.93	7.91
1.0	22.0	21.82	15.5	15.33	8.00	8.00
1.2	22.5	22.18	15.7	15.55	8.07	8.11
1.4	22.8	22.39	15.8	15.68	8.14	8.17
1.6	22.9	22.52	16.0	15.75	8.14	8.21
1.8	22.9	22.61	16.1	15.81	8.21	8.24
2.0	22.9	22.68	16.1	15.85	8.21	8.25

с графика) приведены в таблице вместе с результатами расчета по формулам (24), (25). Расхождение результатов расчетов с данными [9] незначительно и, по-видимому, не выходит за пределы погрешности снятия данных с графика.

В этой же работе [9] объем газа был разбит на цилиндрические слои и для каждого слоя (тем же методом) был рассчитан интегральный энерговклад; это была первая попытка расчета распределения энерговклада от цилиндрического слоя по радиусу. Однако получить из этих гистограмм непрерывный профиль энерговклада (необходимый для расчета оптических неоднородностей) весьма затруднительно.

Квадратурный метод расчета энерговклада для цилиндрических слоев был применен в работе [12], где рассчитывалась плотность потока энергии, которая за-

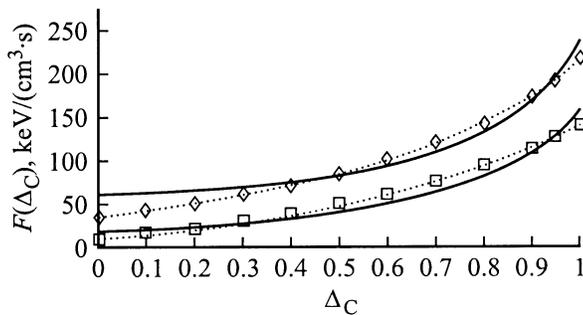


Рис. 4. Удельный энерговклад в цилиндрической ячейке (для единичной плотности нейтронного потока). Сплошные кривые — расчет согласно (10), (19), (21); пунктир — данные [12]; квадратики — тяжелые осколки ($D_1 = 0.35$, $D_0 = 1.3$); ромбики — легкие осколки ($D_1 = 0.25$, $D_0 = 1.0$).

тем аппроксимировалась полиномом шестого порядка; удельный энерговклад определялся дифференцированием этого полинома. Однако точная аппроксимация не гарантирует приемлемую точность производной от аппроксимируемой функции. Отметим, что плотность потока энергии считалась [12] по тройной квадратуре, хотя задача может быть сведена к двойной квадратуре (см. переход от (7), (8) к (10)–(13) с помощью (9)).

На рис. 4 приведены результаты [12] для кюветы с газом CO_2 , облучаемой UO_2 слоем, в сравнении с расчетами по вышеизложенному методу; все расчетные параметры взяты из [12]. К сожалению, в работе [12] не указан фактор обогащения урана (хотя в формулах [12] он фигурирует); в наших расчетах он взят равным 90%. В [12] принят закон торможения (1) с $n = 1.45$, однако не это является основной причиной расхождения результатов расчетов. Недостатки методики [12] проявляются у стенки (где профиль энерговклада резко искривляется, чего методика [12] не уловила) и около оси (где поток энергии мал, а дифференцирование по радиусу имеет особенность); на оси производная профиля [12] даже не обращается в нуль.

Заключение

Разработан общий квадратурный метод расчета энерговклада в лазерах с ядерной накачкой, применимый (в отличие от существующих) как к наружной накачке, так и к внутренней, причем для любого закона торможения и для неоднородных сред. Для кюветы продольно-однородной геометрии (наиболее общей геометрии лазеров) и однородной плотности сред изложенный метод позволяет выразить удельный энерговклад в двойных квадратурах (которые для квадратичного закона торможения сведены к однократным), а интегральный энерговклад — в тройных квадратурах (для квадратичного закона торможения — в двукратных). Для кюветы цилиндрической геометрии как интегральный, так и удельный энерговклады сведены к двукратным квадратурам (для квадратичного закона торможения — к однократным). Ранее удельный энерговклад для цилиндрической геометрии слоя рассчитывался численным дифференцированием плотности потока энергии, выраженной в тройных квадратурах.

Список литературы

- [1] Сб. докл. конф. "Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой". Обнинск: ФЭИ, 1992–1993. Т. 1–3.
- [2] Сб. докл. Второй конф. "Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой". Арзамас-16: ВНИИЭФ, 1995. Т. 1, 2.
- [3] *Schneider R.T., Hohl F.* Advances in Nuclear Science and Technology. New York: Plenum Press, 1984. Vol. 16. P. 123–287.

- [4] Long G. The Production of Chemicals from Reactors. Part II: Deposition of Energy by Fission Fragments in Two-phase Systems. AERE-C/M-345. Harwell: Atomic Energy Research Establishment, 1958.
- [5] Kahn S., Harman R., Forgue V. // Nucl. Sci. Eng. 1965. Vol. 23. N 1. P. 8–20.
- [6] Leffert C.B., Rees D.B., Jamerson F.E. // J. Appl. Phys. 1966. Vol. 37. N 1. P. 133–142.
- [7] Nguyen D.H., Grossman L.M. // Nucl. Sci. Eng. 1967. Vol. 30. N 2. P. 233–241.
- [8] Miley G.H., Thiess P.E. // Nucl. Appl. 1969. Vol. 6. N 5. P. 434–451.
- [9] Казазян В.Т., Литвиненко Б.А., Рогинец Л.П., Савушкин И.А. Физические основы использования кинетической энергии осколков деления в радиационной химии. Минск: Наука и техника, 1972. 248 с.
- [10] Wilson J.W., DeYoung R.J. // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. N 3. P. 980–988.
- [11] Wilson J.W., DeYoung R.J. // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. N 3. P. 989–993.
- [12] Chung A.K., Prelas M.A. // Nucl. Sci. Eng. 1984. Vol. 86. P. 267–274.
- [13] Карелин А.В., Середа О.В., Харитонов В.В. и др. // М.: Атомная энергия, 1986. Т. 61. № 1. С. 44–46.
- [14] Torczynski J.R. // J. Fluid. Mech. 1989. Vol. 201. P. 167–188.
- [15] Боровков В.В., Лажинцев Б.В., Мельников С.П. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физич. 1990. Т. 54. № 10, С. 2009–2015.
- [16] Матьев В.Ю. // Сб. докл. конф. "Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой". Обнинск: ФЭИ, 1992–1993. Т. 2. С. 79–88.
- [17] Матьев В.Ю., Сизов А.Н. // Там же. С. 209–218.
- [18] Теплова Я.А., Николаев В.С., Дмитриев И.С. и др. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. Вып. 3. С. 559–568.
- [19] Теплова Я.А., Николаев В.С., Дмитриев И.С. и др. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. Вып. 1. С. 44–60.
- [20] Frank P.W. Recoil Range of Fission Fragments. WAPD-BT-30. Bettis Atomic Power Lab., 1964.
- [21] Alexander J.M., Gazdik M.F. // Phys. Rev. 1960. Vol. 120. N 3. P. 874–886.
- [22] Кумахов М.А., Комаров Ф.Ф. Энергетические потери и пробеги ионов в твердых телах. Минск: Изд-во БГУ, 1979. 320 с.