

Локализация электронов и блоховские осцилляции в сверхрешетках из квантовых точек в постоянном электрическом поле

© И.А. Дмитриев*[¶], Р.А. Сурис

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

* Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 30 июня 2000 г. Принята к печати 30 июня 2000 г.)

Показано, что спектр электронов в идеальных двумерных и трехмерных сверхрешетках из квантовых точек в постоянном электрическом поле может быть дискретным или непрерывным в зависимости от ориентации поля относительно кристаллографических осей сверхрешетки. В последнем случае ширина образующейся поперечной минизоны экспоненциально зависит от кристаллографического индекса направления поля. Вблизи направлений, соответствующих непрерывному спектру, происходят резкие изменения области локализации электрона. Рассмотрены блоховские осцилляции в таких сверхрешетках. Показано, что рассеяние осциллирующих электронов может быть сильно подавлено подходящим выбором величины и направления поля.

1. Введение

Несколько лет назад были найдены и сейчас активно развиваются методы выращивания больших упорядоченных массивов квантовых точек (КТ) [1]. Успехи технологий позволяют надеяться, что в ближайшее время будут созданы достаточно совершенные регулярные структуры с квантовыми точками. Однако, насколько нам известно, свойства двумерных (2D) и трехмерных (3D) сверхрешеток из квантовых точек (СРКТ) в постоянном электрическом поле остаются практически не изученными. Между тем в таких структурах должны наблюдаться интересные эффекты, связанные с резкой зависимостью спектра и области локализации электронов в электрическом поле от его направления.

В отсутствие электрического поля спектр электронов и дырок в сверхрешетке (СР) представляет собой набор минизон, образующихся в дополнительном периодическом потенциале СР, модулирующем дно зоны проводимости и верх валентной зоны материала, в котором выращена СР [2]. Мы предполагаем величину электрического поля и резонансных интегралов перекрытия между КТ настолько малыми, что применимо одноминизонное приближение, т. е. фактически считаем, что в изолированной квантовой точке есть только один уровень квантования.

В первой части работы формально решено одноэлектронное уравнение Шредингера для идеальной СРКТ произвольной симметрии и размерности в постоянном электрическом поле с учетом всех резонансных интегралов перекрытия между квантовыми точками.

Вторая часть посвящена анализу полученного решения. Трехмерность потенциала СРКТ и малость интегралов перекрытия позволяют реализовать ситуации, когда состояния электронов в идеально периодической решетке оказываются локализованными в поперечном

полю направлению. Это происходит, если в перпендикулярной к полю плоскости не оказываются собственных (кристаллографических) векторов СРКТ. В противном случае в перпендикулярной к направлению поля плоскости образуются цепочки или плоскости КТ с одинаковым электрическим потенциалом и возникает поперечная минизона, ширина которой экспоненциально уменьшается с увеличением расстояния между КТ в этих цепочках (плоскостях), т. е. с увеличением кристаллографического индекса направления поля. Таким образом, несмотря на то что величина интегралов перекрытия экспоненциально быстро уменьшается с ростом расстояния между КТ, в идеальной СРКТ каждый из них при соответствующей ориентации электрического поля становится ответственным за существенную перестройку спектра и области локализации носителей. Обсуждается физичность полученных результатов и изменения картины при переходе к неидеальной СРКТ (в рамках одноэлектронной модели).

Трехмерность потенциала СРКТ непосредственно отражается на характере блоховских осцилляций, которым посвящена третья часть работы. В отличие от одномерных сверхрешеток колебания происходят на двух или трех основных частотах (для 2D и 3D СРКТ соответственно) и на их высших гармониках (с экспоненциально меньшими амплитудами). Основные частоты независимо настраиваются изменением величины и направления электрического поля [3].

Как известно, в одномерных СР основным препятствием для наблюдения и практических применений блоховских осцилляций служит их малое время жизни, связанное с рассеянием на примесях и фонах (мы здесь ограничиваемся внутриминизонными процессами рассеяния). В последней части работы нами показано, что, в отличие от одномерных сверхрешеток, в СРКТ внутриминизонное рассеяние может быть сильно подавлено подходящим выбором величины и направления электрического поля.

[¶] Факс: (7-812) 2471017

E-mail: dmitriev@theory.ioffe.rssi.ru

2. Формальное решение уравнения Шредингера для СРКТ в постоянном электрическом поле

Для нахождения состояний электронов в СРКТ в электрическом поле мы несколько модернизировали метод, развитый для одномерных СР в [4]. Поскольку электроны в СРКТ в электрическом поле локализованы, удобно в качестве базиса использовать функции Ванье рассматриваемой минизоны, которые в случае сильной связи близки к волновым функциям в изолированных квантовых точках и определяются соотношением [5]

$$|\rho\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\rho)} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где N — полное число узлов СРКТ, $\rho = \sum_i n_i \mathbf{a}_i$ — собственные вектора СРКТ, \mathbf{a}_i — базисные вектора СРКТ, суммирование ведется по разрешенным значениям волнового вектора \mathbf{k} , лежащим в пределах первой зоны Бриллюэна СРКТ, $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ — блоховские собственные функции гамильтониана \hat{H}_0 СРКТ в отсутствие электрического поля. Здесь следует отметить, что функции Ванье при рассмотрении одной минизоны всегда можно выбрать вещественными. Тогда матрицы всех физических величин, вычисленные на функциях Ванье, должны быть симметричными.

Матричные элементы \hat{H}_0 на функциях Ванье связаны со спектром электронов соотношением [5]

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \sum_{\rho_1-\rho_2} e^{i\mathbf{k}(\rho_1-\rho_2)} \langle \rho_1 | \hat{H}_0 | \rho_2 \rangle. \quad (2)$$

Разбив матрицу \hat{H}_0 на диагональную и недиагональную части

$$\langle \rho_1 | \hat{H}_0 | \rho_2 \rangle = \varepsilon_0 \delta_{\rho_1, \rho_2} + I_{\rho_1-\rho_2} (1 - \delta_{\rho_1, \rho_2}) \quad (3)$$

(здесь учтено, что ввиду трансляционной симметрии матричный элемент \hat{H}_0 зависит только от разности $\rho_1 - \rho_2$), и подставив это выражение в (2), легко убедиться, что ε_0 есть средняя по \mathbf{k} энергия в минизоне (ее мы примем за начало отсчета энергии — $\varepsilon_0 = 0$), а $I(\mathbf{k}) = \sum e^{i\mathbf{k}\rho} I_{\rho}$ определяет закон дисперсии электрона в минизоне. Используя ортогональность и трансляционные свойства функций Ванье, матрицу координаты можно представить в следующем виде:

$$\langle \rho_1 | \mathbf{r} | \rho_2 \rangle = (\rho_1 + \mathbf{X}_0) \delta_{\rho_1, \rho_2} + \mathbf{X}_{\rho_1-\rho_2} (1 - \delta_{\rho_1, \rho_2}). \quad (4)$$

Векторы \mathbf{X}_0 и $\mathbf{X}_{\rho_1-\rho_2}$ имеют ненулевую величину, если СРКТ неинвариантна относительно инверсии координат $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. От первого из них можно избавиться сдвигом начала координат, другие же, как мы увидим, определяют поправку к интегралам перекрытия I_{ρ} , пропорциональную полю. В случае слабой связи между КТ величины \mathbf{X}_{ρ} , I_{ρ} малы в меру слабости перекрытия функций

Ванье, относящихся к узлам СРКТ, разнесенным на вектор ρ , т.е. экспоненциально убывают с ростом $|\rho|$. Подставляя в уравнение Шредингера для электрона в постоянном электрическом поле

$$\hat{H}_F \Psi = (\hat{H}_0 + e\mathbf{F}\mathbf{r}) \Psi = E \Psi \quad (5)$$

волновую функцию в виде разложения по функциям Ванье $\Psi = \sum C_{\rho} |\rho\rangle$, получим для амплитуд C_{ρ} уравнение

$$(E - e\mathbf{F}\rho) C_{\rho} - \sum_{\rho_1} \Delta_{\rho-\rho_1} C_{\rho_1} = 0, \quad (6)$$

где $\Delta_{\rho} = I_{\rho} + e\mathbf{F}\mathbf{X}_{\rho}$ — модифицированные полями интегралы перекрытия, или, в представлении $C(\mathbf{k}) = \sum e^{i\mathbf{k}\rho} C_{\rho}$,

$$[E - \Delta(\mathbf{k})] C(\mathbf{k}) + ie\mathbf{F}\nabla_{\mathbf{k}} C(\mathbf{k}) = 0. \quad (7)$$

Интегрирование последнего уравнения дает

$$C(\mathbf{k}) = g(k_{\perp}) \exp\left(i\mathbf{k}\beta - \sum_{\rho \neq \mathbf{F}} \frac{\Delta_{\rho}}{e\mathbf{F}\rho} e^{i\mathbf{k}\rho}\right), \quad (8)$$

где $\beta_{\parallel} = (1/eF)(E - \sum_{\rho \neq \mathbf{F}} \Delta_{\rho} e^{i\mathbf{k}\rho})$; $g(\mathbf{k}_{\perp})$, $\beta_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp})$ — неизвестные функции; индексами \parallel и \perp обозначены параллельные и перпендикулярные полю компоненты соответствующих векторов (величины k_{\perp} , β_{\perp} — векторы в случае 3D СРКТ и скаляры в случае 2D СРКТ).

В силу того, что коэффициенты C_{ρ} заданы на дискретном множестве узлов СРКТ, функция $C(\mathbf{k})$ должна быть периодической:

$$C(\mathbf{k} + \mathbf{K}) = C(\mathbf{k}), \quad (9)$$

где $\mathbf{K} = \sum m_i \mathbf{b}_i$, \mathbf{b}_i — базисные вектора обратной СРКТ.

Для выполнения этого условия вектор β в (8) должен быть вектором прямой решетки $\mathbf{R} = \sum n_i \mathbf{a}_i$. Отсюда получаем спектр электрона в виде

$$\varepsilon_{\mathbf{R}}(k_{\perp}) = -e\mathbf{F}\mathbf{R} + \sum_{\rho \neq \mathbf{F}} \Delta_{\rho} \cos \mathbf{k}\rho. \quad (10)$$

Вектора свехрешетки, перпендикулярные полю, по которым проводится суммирование в (10), существуют не при всех направлениях электрического поля. Соответственно, в зависимости от ориентации поля спектр может быть дискретным или непрерывным, а электрон локализованным или нелокализованным в поперечном к полю направлении.

Иррациональные направления поля¹

Назовем направление поля иррациональным, если все отношения $\mathbf{F}\mathbf{a}_i / \mathbf{F}\mathbf{a}_k$, $i \neq k$ — иррациональны. При таких направлениях поля вектора свехрешетки, перпен-

¹ Корректность введения иррациональных и рациональных направлений поля обсуждается в следующей части работы. Здесь лишь заметим, что в пространственно ограниченной свехрешетке число рациональных направлений конечно, и такое разделение имеет физический смысл.

дикулярные полю, отсутствуют (плоскость постоянного электрического потенциала проходит только через одну квантовую точку), спектр дискретен и образует двумерную ($2D$ СРКТ) или трехмерную ($3D$ СРКТ) лестницу Ваннье–Штарка:

$$\varepsilon_{\mathbf{R}} = -e\mathbf{FR} = -\sum e_i \mathbf{F} \mathbf{a}_i. \quad (11)$$

Для определения собственных функций остается найти $g(k_{\perp})$. В силу (9) она должна быть периодична:

$$g(k_{\perp} + b_{i\perp}) = g(k_{\perp}). \quad (12)$$

Однако для иррациональных направлений поля $b_{i\perp}/b_{k\perp}$, $i \neq k$ — иррациональные числа и, следовательно, $g(k_{\perp})$ — периодическая функция с двумя или тремя несопоставимыми периодами, откуда $g(k_{\perp}) = \text{const}$.

Итак, собственные значения энергии и соответствующие им волновые функции электрона в постоянном электрическом поле при иррациональном направлении поля даются следующими выражениями:

$$\hat{H}_F |\mathbf{R}\rangle = \hat{H}_F \sum_{\rho} C_{\rho}^{\mathbf{R}} |\rho\rangle = \varepsilon_{\mathbf{R}} |\mathbf{R}\rangle,$$

$$\varepsilon_{\mathbf{R}} = -e\mathbf{FR},$$

$$C_{\rho}^{\mathbf{R}} = \int \frac{d\mathbf{k}}{V_B} \exp\left(i\mathbf{k}(\rho - \mathbf{R}) + \sum_{\rho_1} \frac{\Delta_{\rho_1}}{e\mathbf{F}\rho_1} e^{i\mathbf{k}\rho_1}\right), \quad (13)$$

где $|\rho\rangle$ — функции Ваннье, определенные формулой (1).

Во избежание путаницы отметим, что всюду далее функции Ваннье обозначаются строчными греческими буквами $|\rho\rangle$, а штарковские собственные состояния — заглавными латинскими буквами $|\mathbf{R}\rangle$. Заметим также, что вектор \mathbf{R} здесь является одновременно и квантовым числом, и средним значением координаты электрона в состоянии $|\mathbf{R}\rangle$: $\langle \mathbf{R} | \mathbf{r} | \mathbf{R} \rangle = \mathbf{R}$.

Рациональные направления поля

Пусть теперь поле направлено рационально, т.е. по крайней мере одно из отношений $\mathbf{F}\mathbf{a}_i/\mathbf{F}\mathbf{a}_k$, $i \neq k$ — рациональное число. Тогда в перпендикулярной к полю плоскости образуются цепочки или плоскости квантовых точек с одинаковым электрическим потенциалом, что означает существование векторов сверхрешетки, перпендикулярных к полю. Поскольку k_{\perp} в этом случае являются квантовыми числами (см. (10)), $g(k_{\perp})$ определяется из условия нормировки. С учетом этого для рациональных направлений поля

$$\varepsilon_{\mathbf{R}}(k_{\perp}) = \sum_{\rho \perp \mathbf{F}} \Delta_{\rho} \cos(\mathbf{k}_{\perp} \rho) - e\mathbf{FR},$$

$$C_{\rho}^{\mathbf{R}}(k_{\perp}) = I_{\text{norm}} \int dk_{\parallel} \exp\left(i\mathbf{k}(\rho - \mathbf{R}) + \sum_{\rho_1 \perp \mathbf{F}} \frac{\Delta_{\rho_1}}{e\mathbf{F}\rho_1} e^{i\mathbf{k}\rho_1}\right), \quad (14)$$

где I_{norm} — нормировочный множитель.

3. Спектр и область локализации электрона в электрическом поле

Обсудим теперь полученные результаты. Мы уже упоминали, что в случае сильной связи интегралы перекрытия между КТ экспоненциально уменьшаются с ростом расстояния между ними. Казалось бы, можно оставить в рассмотрении только некоторые из них, как это обычно делается для одномерных сверхрешеток. Однако из (13) следует, что сколь угодно малый интеграл перекрытия при соответствующем рациональном направлении поля оказывается ответственным за существенную перестройку спектра и области локализации электрона.

Проиллюстрируем это на примере двумерной квадратной СРКТ. Обозначим через a и Δ расстояние между ближайшими КТ и соответствующий резонансный интеграл перекрытия. В пренебрежении всеми остальными интегралами перекрытия (приближение ближайших соседей) получим следующие две возможности (см. (12), (13)).

Приближение ближайших соседей

а) При направлении поля вдоль базисного вектора СР в поперечном к полю направлении образуется минizona шириной 4Δ , электрон локализован только в направлении поля:

$$\varepsilon_N(k_{\perp}) = 2\Delta \cos(k_{\perp} a) + eN\mathbf{F}a,$$

$$C_{n_{\parallel}, n_{\perp}}^N(k_{\perp}) = e^{ik_{\perp} n_{\perp} a} J_{n_{\parallel} - N}(2\Delta/e\mathbf{F}a). \quad (15)$$

В слабых полях, когда аргумент функции Бесселя $\lambda = 2\Delta/e\mathbf{F}a \gg 1$, длину локализации в направлении поля можно оценить как $2\lambda a$, в обратном предельном случае сильных полей $\lambda \ll 1$ электрон локализуется в основном в одной цепочке квантовых точек $n_{\parallel} = N$, а амплитуды в соседних цепочках равны λ . Существенное отличие от спектра сверхрешетки из квантовых ям заключается в узости поперечных минизон. В то время как в одномерных сверхрешетках состояния различных ступеней штарковской лестницы благодаря широкому поперечному спектру вырождены при любой величине электрического поля, в СРКТ уже в достаточно слабом поле $F \geq 4\Delta/ea$ вырождение отсутствует (рис. 1).

б) Когда поле направлено под углом к базисным векторам сверхрешетки, в приближении ближайших соседей спектр становится дискретным, электрон локализуется во всех направлениях (оси координат направлены вдоль $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$):

$$\varepsilon_{N_x, N_y} = ea(N_x F_x + N_y F_y),$$

$$C_{n_x, n_y}^{N_x, N_y} = J_{n_x - N_x}(2\Delta/eF_x a) J_{n_y - N_y}(2\Delta/eF_y a). \quad (16)$$

Область локализации определяется величинами $\lambda_x = 2\Delta/eF_x a$, $\lambda_y = 2\Delta/eF_y a$ (рис. 2, a).

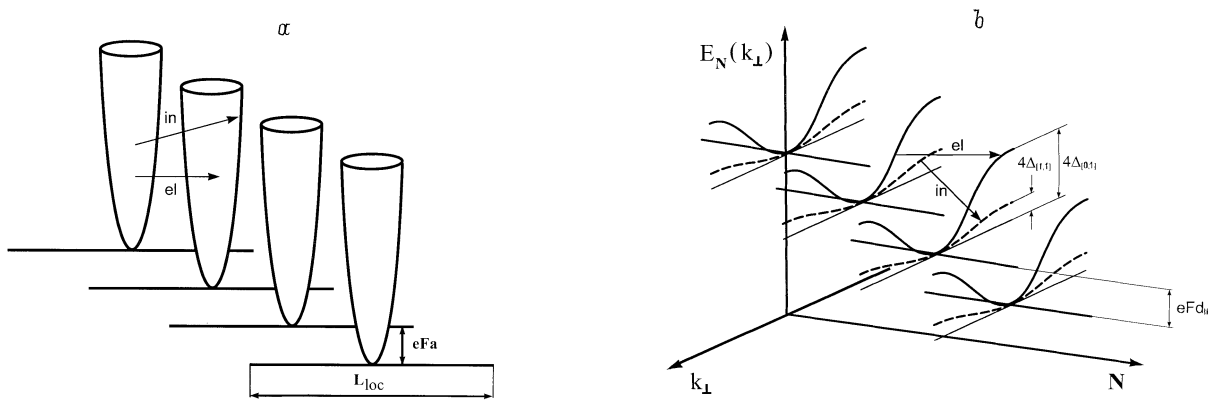


Рис. 1. *a* — спектр сверхрешетки из квантовых ям в электрическом поле; благодаря широкому поперечному спектру при любой величине поля разрешены упругие (el) и неупругие (in) процессы перехода между состояниями шариковой лестницы. *b* — спектр СРКТ при рациональных направлениях поля; при увеличении поля или индекса направления поля упругие процессы, а затем и процессы с участием фононов становятся запрещенными.

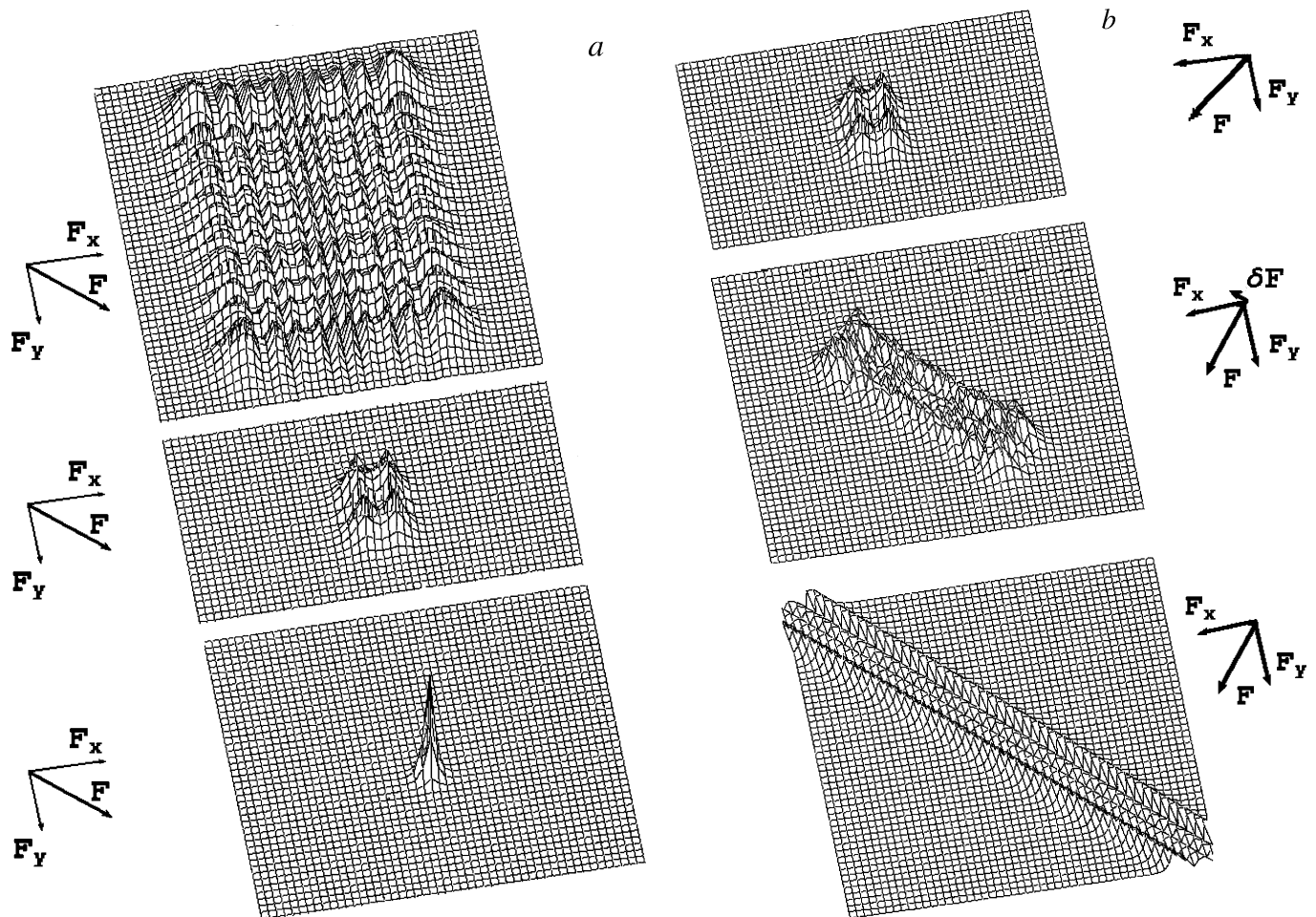


Рис. 2. *a* — зависимость области локализации электрона при иррациональном направлении поля $F_x/F_y = 2/\pi$ от его величины; сверху вниз: $eFa/l = 1/6, 2/3, 5$. *b* — зависимость области локализации от направления поля вдоль диагонали элементарной ячейки сверхрешетки: сверху вниз: вдали от резонанса — $F_x/F_y = 2/\pi$, очень близко к резонансу — $F_x/F_y = 0.99$, точно в резонансе.

Учет других интегралов перекрытия

Направим теперь поле по диагонали элементарной ячейки сверхрешетки. Тогда в приближении ближайших соседей все уровни в штарковской лестнице оказываются многократно вырожденными (см. (13)). Учет интеграла перекрытия по диагонали элементарной ячейки Δ_D приводит к снятию этого вырождения, образуется поперечная минizona шириной $4\Delta_D$,

$$\varepsilon_N(k_{\perp}) = 2\Delta_D \cos(k_{\perp}d) + eFNd,$$

$$C_{n_{\perp}, n_{\parallel}}^N(k_{\perp}) = e^{ik_{\perp}n_{\perp}d} J_{n_{\parallel}-N} \left(\frac{4\Delta_D}{eFd} \cos(k_{\perp}d/2) \right), \quad (17)$$

где $d = \sqrt{2}a$ — диагональ элементарной ячейки СРКТ. При сколь угодно малой разориентации поля от направления диагонали в бесконечной идеальной сверхрешетке спектр становится дискретным. При этом в небольшом угловом диапазоне направлений поля вблизи диагонали $\delta\varphi = \Delta_D/\Delta$ длина локализации в поперечном направлении продолжает определяться интегралом перекрытия по диагонали, а в направлении поля — интегралом перекрытия между ближайшими соседями. При большей разориентации вновь становится применимым приближение ближайших соседей (рис. 2, б).

Подобные перестройки спектра и области локализации происходят и вблизи других рациональных направлений. Вместе с интегралами перекрытия в цепочке квантовых точек, перпендикулярной полю, ширина образующихся минизон экспоненциально зависит от индекса направления поля $[n, m]$ (рис. 3):

$$\Delta_{[n,m]} \propto \exp(-\alpha\sqrt{n^2 + m^2}). \quad (18)$$

При ориентации поля нормально к направлению СРКТ с большими индексами волновая функция имеет интересную особенность. Это проиллюстрировано на рис. 4 для случая ориентации поля вдоль направления $[1,5]$. Из-за понижения симметрии несколько соседних цепочек КТ оказываются связанными разными интегралами перекрытия. Связь между цепочками 0 и 5 оказывается сильнее, чем между 0 и 2, 3, 4, несмотря на большее расстояние между ними. Особенно отчетливо это видно в сильных полях, когда электрон почти полностью локализован в одной цепочке.

Мы видим, что для правильного описания 2D СРКТ кроме связи с ближайшими соседями необходимо учитывать по крайней мере еще один интеграл перекрытия — между КТ, которые при данном направлении поля оказываются близки к резонансу. В 3D СРКТ рациональные направления поля могут быть двух типов: поле может быть перпендикулярно как цепочкам, так и плоскостям квантовых точек. Соответственно увеличивается и максимальное число интегралов перекрытия, существенных при заданном направлении поля.

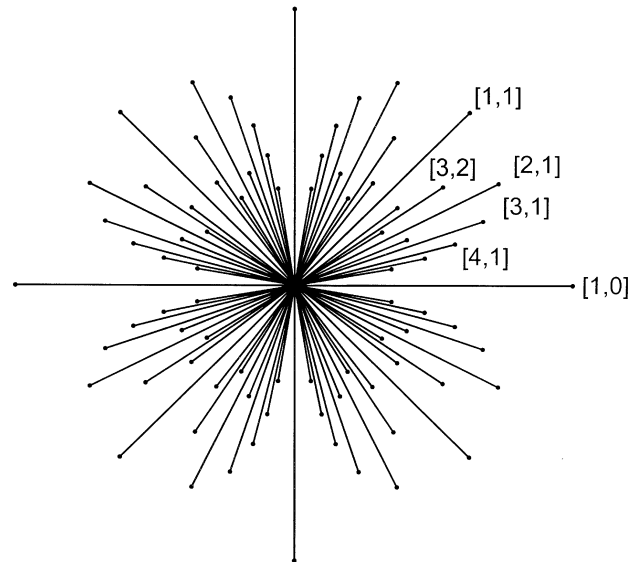


Рис. 3. Зависимость ширины поперечной минизоны от индекса рационального направления поля (в логарифмическом масштабе).

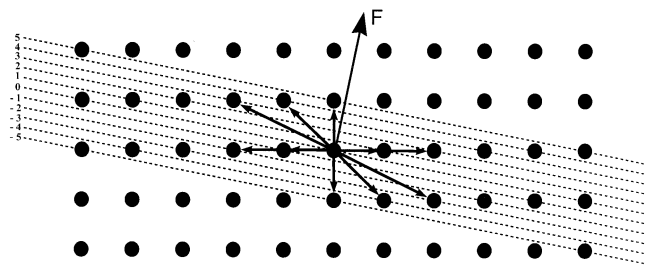


Рис. 4. Область локализации электрона при направлении поля вдоль кристаллографического направления СРКТ $[1,5]$. Цепочки 0 и 5, 0 и 1 связаны интегралом перекрытия между ближайшими соседями, связь между 0 и 2, 0 и 3, 0 и 4 экспоненциально слабее.

Полученная картина выглядит нефизичной. Действительно, мы видим, что бесконечно малое изменение ориентации поля должно приводить к делокализации (локализации) носителей. Однако при решении нестационарной задачи все становится на свои места — при бесконечно слабой связи в цепочке КТ, находящихся в резонансе, делокализация происходит за бесконечное время. Кроме того, в ограниченной СРКТ число рациональных направлений поля также ограничено.

До сих пор речь шла об идеальной СРКТ. Однако в такой сложной с технологической точки зрения структуре с множеством гетерограниц неизбежен некоторый разброс параметров, приводящий к дисперсии энергий размерного квантования и интегралов перекрытия. Кроме того, реальные структуры пространственно ограничены. Даже без учета взаимодействия между носителями задача о неидеальной СРКТ весьма сложна и вряд ли поддается аналитическому решению. Тем не менее на

основе известного решения задачи о цепочке периодически расположенных случайных рассеивателей [6] кажется возможным построить общую картину. В [6] показано, что при слабом диагональном беспорядке в цепочке, описываемой в модели сильной связи, электрон локализуется на длине $l_{loc} = d4\Delta^2/\langle\delta\varepsilon^2\rangle$, где d — период цепочки, $\langle\delta\varepsilon^2\rangle$ — среднеквадратичная дисперсия уровней квантования в КТ. Обозначим через L линейный размер СРКТ в поперечном к полю направлении. Очевидно, что говорить о непрерывном поперечном спектре можно лишь при выполнении условия $l_{loc} \gg L \gg d$, а при $l_{loc} < d$ происходит полная локализация в поперечном направлении и соответствующим интегралом перекрытия можно пренебречь. В промежуточной области $d < l_{loc} < L$ длина локализации в поперечном направлении определяется величиной разброса уровней квантования. Разумеется, во всех этих случаях мы считаем величину поля достаточно большой, так что расстояния между уровнями штарковской лестницы в направлении поля намного превосходят дисперсию уровней квантования, и ее влиянием на продольную локализацию можно пренебречь. В итоге мы получаем, что в реальных СРКТ для всех рациональных направлений поля, кроме нескольких главных, делокализация не происходит, и в достаточно сильном поле применимо приближение ближайших соседей. В 3D СРКТ, когда поле перпендикулярно плоскости КТ, при достаточно малой дисперсии сильная локализация не возникает. В этом случае возможны проявления эффектов слабой локализации.

4. Блоховские осцилляции

Явление блоховских осцилляций было впервые описано Блохом в 1928 г. [7]. Наиболее просто оно описывается в рамках квазиклассической модели: в отсутствие рассеяния электрон, помещенный в кристалл в состояние с квазиимпульсом \mathbf{k}_0 , при резком включении постоянного электрического поля начинает двигаться равноускоренно в пространстве квазиимпульсов, испытывая брэгговское отражение каждый раз при достижении границы зоны Бриллюэна. В реальном пространстве такое движение соответствует осцилляциям с периодом eFd/\hbar , где d — период решетки в направлении поля. Однако в объемных полупроводниках электрон рассеивается раньше, чем успевает достигнуть границы зоны, поэтому экспериментальное наблюдение осцилляций стало возможным только в начале 90-х годов, в очень чистых сверхрешетках с практически идеальной структурой [8]. Эти работы возродили интерес к явлению блоховских осцилляций, предложен ряд приборов на их основе, множество экспериментальных методик, исследованы различные механизмы рассеяния, приводящие к затуханию осцилляций [9]. Вопросы, связанные с временем жизни блоховских осцилляций в СРКТ обсуждаются в следующем разделе, а сейчас мы перейдем к их описанию в отсутствие рассеяния.

Используя полученное выше решение стационарного уравнения Шредингера, легко проследить динамику электрона при различных начальных условиях в отсутствие рассеяния. Электрон, как и в одномерных сверхрешетках, будет испытывать блоховские осцилляции, однако они будут иметь более сложный, многомодовый характер.

Задавшись начальным состоянием электрона в представлении функций Ванье СРКТ $\Psi(t=0) = \sum_{\rho} a_{\rho}^0 |\rho\rangle$ и переходя к штарковскому представлению собственных волновых функций (11), временная эволюция которых известна —

$$|R(t)\rangle = e^{-i\Omega_{\mathbf{R}}t} |R(0)\rangle, \quad (19)$$

где $\Omega_{\mathbf{R}} = e\mathbf{F}\mathbf{R}/\hbar$ — штарковские частоты СРКТ, получим решение нестационарного уравнения Шредингера в виде

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \sum_{\rho} a_{\rho}(t) |\rho\rangle = \sum_{\rho_1, \rho} a_{\rho_1}^0 d_{\rho}^{\rho_1}(t) |\rho\rangle, \\ d_{\rho}^{\rho_1}(t) &= \sum_{\mathbf{R}} C_{\rho_1}^{\mathbf{R}} e^{-i\Omega_{\mathbf{R}}t} C_{\rho}^{\mathbf{R}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Электронные осцилляции сопровождаются осцилляциями тока между квантовыми точками

$$\begin{aligned} (\mathbf{j}_{\rho})_i &= \sum_{(\rho_1)_i < 0} \frac{2e\Delta_{\rho-\rho_1}(\rho-\rho_1)_i}{\hbar} \text{Im}\{a_{\rho}^*(t)a_{\rho_1}(t)\}, \\ & i = x, y, z. \end{aligned} \quad (21)$$

Суммирование здесь проводится по переходам в квантовую точку ρ , в которой вычисляется ток, из всех КТ в полупространстве $(\rho_1)_i < 0$. Эта формула является обобщением выражения для тока в одномерной сверхрешетке $j_n = 2e\Delta a\hbar^{-1}\Psi_n^*\Psi_{n-1}$, где Ψ_n — амплитуда волновой функции в слое n , Δ — резонансный интеграл перекрытия между соседними слоями СР, a — период СР.

Характер блоховских осцилляций существенно зависит от способа включения электрического поля. Обсудим здесь две возможности — мгновенного увеличения поля от нулевого значения, когда изначально электроны распределены по блоховским состояниям сверхрешетки, и мгновенного уменьшения поля от столь большого значения, что электрон первоначально практически полностью локализован в одной КТ:

$$\Delta_{\rho}/e\mathbf{F}\rho \ll 1.$$

Мгновенное "включение" поля

Блоховскому состоянию в представлении Ванье соответствует $a_{\rho}^0 = N^{-1/2} e^{i\mathbf{k}\rho}$. В этом случае суммирование в выражении для одноэлектронного тока (18) с последующим усреднением по начальным квазиимпульсам даст простой результат:

$$\mathbf{j} = \sum_{\rho} \frac{2en_e\Delta_{\rho}\rho}{\hbar} \langle \cos \mathbf{k}\rho \rangle \sin(\Omega_{\rho}t). \quad (22)$$

Амплитуды гармоник не зависят от величины электрического поля. Это же выражение можно получить в квазиклассическом приближении в отсутствие рассеяния. Для наглядности перепишем компоненту тока в направлении поля для случая квадратной 2D СРКТ:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar F j_F(t)}{2n\Delta_{[1,0]} \langle \cos(k_x a) \rangle} &= \Omega_x \sin(\Omega_x t) + \Omega_y \sin(\Omega_y t) \\ &+ \frac{\Delta_{[1,1]} \langle \cos[(k_x + k_y) a] \rangle}{\Delta_{[1,0]} \langle \cos(k_x a) \rangle} \left\{ (\Omega_x + \Omega_y) \sin[(\Omega_x + \Omega_y) t] \right. \\ &\left. + (\Omega_x - \Omega_y) \sin[(\Omega_x - \Omega_y) t] + \dots \right. \end{aligned} \quad (23)$$

Видно, что осцилляции происходят на двух основных частотах: $\Omega_x = eF_x a / \hbar$ и $\Omega_y = eF_y a / \hbar$ и их различных комбинациях с экспоненциально меньшими амплитудами (в силу уменьшения интегралов перекрытия). Основные частоты независимо настраиваются изменением величины и направления поля [4]. При рациональных направлениях поля центр электронной плотности движется по замкнутой орбите в пределах области локализации, колебания периодические с периодом $T = 2\pi / \min\{\Omega_\rho\}$. При нерациональных направлениях поля колебания квазипериодические, поскольку сколь угодно близко можно найти рациональное направление; центр электронной плотности в отсутствие рассеяния постепенно заштриховывает всю область локализации.

Мгновенное уменьшение поля

Пусть теперь в начальный момент времени электрон локализован в узле $\rho = 0$ сверхрешетки: $a_\rho^0 = \delta_{\rho,0}$. Тогда образуется так называемая "дышащая мода". Ток в этом случае антисимметричен: $j_\rho = -j_{-\rho}$, центр электронной плотности остается в узле $\rho = 0$, дипольный момент отсутствует. При рациональном направлении поля колебания периодические, и, "размазавшись" по области локализации, через время $T = 2\pi / \min\{\Omega_\rho\}$ электрон опять собирается в узле $\rho = 0$. При нерациональном направлении электрон никогда не возвращается в начальное состояние, но бывает к нему близок по причинам, изложенным выше.

5. Время жизни блоховских осцилляций

Для наблюдения и практических применений блоховских осцилляций необходимо добиться, чтобы время жизни осциллирующего электрона значительно превышало период осцилляций. В одномерных сверхрешетках этого достичь не удается — благодаря широкому поперечному спектру внутриминизонное рассеяние остается сильным при любой величине электрического поля. Энергетическое перекрытие состояний различных ступеней штарковской лестницы делает возможным как упругое рассеяние, так и рассеяние с участием фононов (рис. 1).

В СРКТ мы имеем возможность изменять ширину поперечной минизоны, изменяя направление поля, и таким образом исключить упругое рассеяние и сильно подавить рассеяние с участием фононов.

Действительно, если ширина поперечной минизоны меньше энергии оптических фононов и расстояния между уровнями штарковской лестницы, а частота оптических фононов не кратна штарковской частоте, то упругое рассеяние и рассеяние на оптических фононах оказывается полностью подавленным (рис. 1).

Внутриминизонное рассеяние на акустических фононах возможно только для электронов, скорость которых превосходит скорость звука, и, следовательно, становится запрещенным в достаточно узких поперечных минизонах.

В межминизонных процессах рассеяния в квантующих полях участвуют лишь акустические фононы с длиной волны много меньше размера КТ. Очевидно, что взаимодействие электронов с такими коротковолновыми фононами должно быть очень слабым.

Наконец, когда поле настолько велико, что штарковская частота превышает частоту оптических фононов, все однофононные процессы рассеяния становятся запрещенными.

Таким образом, в отличие от одномерных сверхрешеток главные каналы внутриминизонного рассеяния в СРКТ с точностью до многофононных процессов могут быть отключены.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 99-02-16796 и 00-15-96812) и программой "Физика твердотельных наноструктур" (проект 97-1035).

Список литературы

- [1] R. Notzel. *Semicond. Sci. Technol.*, **11**, 1359 (1996).
- [2] Л.В. Келдыш. *ФТТ*, **4**, 2265 (1962).
- [3] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис. *ФТП*, **6**, 148 (1972).
- [4] R.A.Suris. *NATO ASI Series. Ser. E: Appl. Sci.*, ed. by S. Luryi, J. Xu and A. Zaslavski (Dordrecht–Boston–London, Kluwer Academic Publishers, 1996) v. 323, p. 197.
- [5] G.H. Wannier. *Phys. Rev.*, **52**, 191 (1937).
- [6] А.П. Дмитриев. *ЖЭТФ*, **95**, 234 (1989).
- [7] F. Bloch. *Z. Phys.*, **52**, 555 (1928).
- [8] K. Leo. *Semicond. Sci. Technol.*, **13**, 249 (1998).
- [9] F. Rossi. *Semicond. Sci. Technol.*, **13**, 147 (1998).

Редактор Л.В. Шаронова

Localization of carriers and Bloch oscillations in quantum dot superlattices in dc electric field

I.A. Dmitriev*, R.A. Suris

Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St.Petersburg, Russia

* St.Petersburg State Technical University,
195251 St.Petersburg, Russia

Abstract We have shown that spectra of electrons in ideal $2D$ and $3D$ quantum dot superlattices in the dc electric field can be discrete or continuous depending on the field orientation with regard to the superlattice crystallographic axes. In the last case, the width of arising transverse minibands depends exponentially on the crystallographic index of field orientation. Abrupt modifications of localization area occur close to directions of the field corresponding to continuous spectra. A picture of Bloch oscillations in such superlattices is given. We demonstrate that scattering of oscillating electrons can be strongly suppressed by appropriate choice of the field strength and orientation.